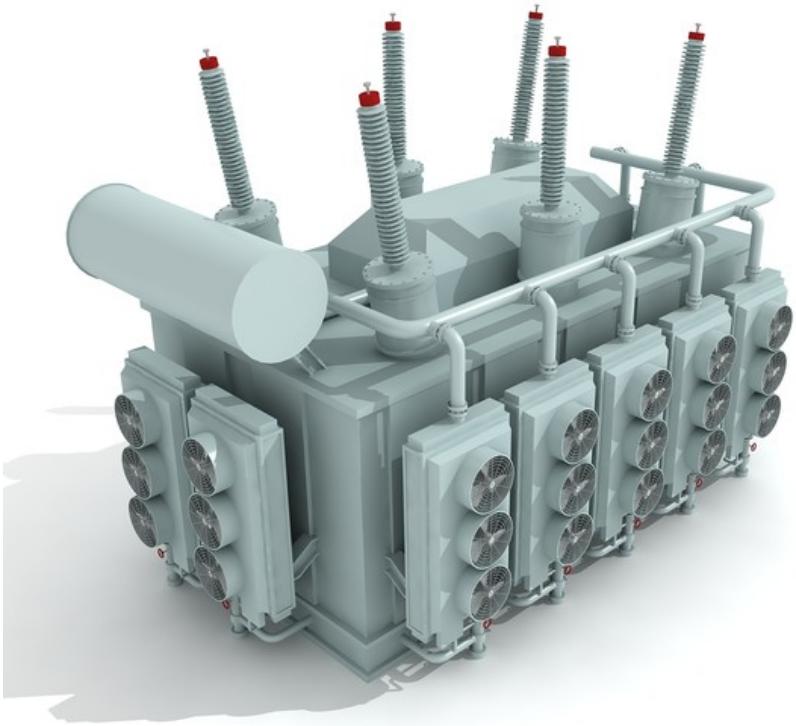
O1MM 2e année

TRANSFORMATEURS

Cours et Problèmes

Claude CHEVASSU
site mach elec



version du 21 septembre 2014

Table des matières

1 Transformateurs **1**

1.1 Symboles 1

1.2 Principe - Équations 2

1.2.1 Constitution - Principe 2

1.3 Transformateur idéal 8

1.3.1 Transformateur parfait 8

1.3.2 Impédance ramenée 9

1.4 Transformateur réel à vide 10

1.4.1 Influence de la réluctance du circuit magnétique 10

1.4.2 Influence des pertes fer 11

1.5 Transformateur réel en charge 14

1.5.1 Schéma équivalent 14

1.5.2 Chute de tension 16

1.5.3 Essais et propriétés du transformateur 17

1.6 Transformateurs spéciaux 21

1.6.1 Autotransformateur 21

1.6.2 Transformateur de tension (TT) 23

1.6.3 Transformateur de courant (TI) 26

1.7 Transformateur triphasé 28

1.7.1 Grandeurs caractéristiques d'un transformateur triphasé 29

1.7.2 Rapport de transformation 30

1.7.3 Groupes de couplage 30

1.7.4 Conditions du couplage en parallèle 33

1.8 Mise sous tension des transformateurs 34

1.9 Exercices et problèmes sur le transformateur 38

1.9.1 Utilité du transformateur pour le transport de l'énergie électrique 38

1.9.2 Autotransformateur 39

1.9.3 Calcul du nombre de spires nécessaire pour réaliser un transformateur 39
1.9.4 Essai à vide 39
1.9.5 Fonctionnement d'un transformateur 40
1.9.6 Essai en court-circuit 40
1.9.7 Transformateur monophasé en charge 40
1.9.8 Fabrication d'un transformateur, prédétermination des éléments du schéma équivalent de Kapp 41
1.9.9 Étude du fonctionnement d'un transformateur, court-circuit, mise en parallèle 42
1.9.10 Étude d'un transformateur triphasé 43
1.9.11 Transformateur triphasé : modification du couplage du secondaire 43
1.9.12 corrigé de l'exercice 1.9.1 page 38, page page 38 44
1.9.13 corrigé de l'exercice 1.9.2 page 39, page page 39 44
1.9.14 corrigé de l'exercice 1.9.3 page 39, page page 39 46
1.9.15 corrigé de l'exercice 1.9.4 page 39, page page 39 46
1.9.16 corrigé de l'exercice 1.9.5 page 40, page page 40 46
1.9.17 corrigé de l'exercice 1.9.6 page 40, page page 40 47
1.9.18 corrigé de l'exercice 1.9.7 page 40, page page 40 47
1.9.19 corrigé de l'exercice 1.9.8 page 41, page page 41 49
1.9.20 corrigé de l'exercice 1.9.9 page 42, page page 42 50
1.9.21 corrigé de l'exercice 1.9.10 page 43, page page 43 52
1.9.22 corrigé de l'exercice 1.9.11 page 43, page page 43 53

Chapitre 1

Transformateurs

Le transformateur est un convertisseur « alternatif-alternatif » qui permet de modifier la valeur efficace d'une tension alternative en maintenant la fréquence et la forme de l'onde inchangées.

Les transformateurs sont des machines entièrement statiques, cette absence de mouvement est d'ailleurs à l'origine de leur excellent rendement. Leur utilisation est primordiale pour le transport de l'énergie électrique où l'on préfère « transporter des volts plutôt que des ampères ». Ils assurent l'élévation de tension entre la source (alternateurs EDF fournissant une tension de 20000 V) et le réseau de transport (400000 V en Europe, 1000000 V en Russie ou au Canada), puis ils permettent l'abaissement de la tension du réseau vers l'usager. En outre, le transformateur procure un isolement entre réseaux et permet de changer de *régime de neutre*.

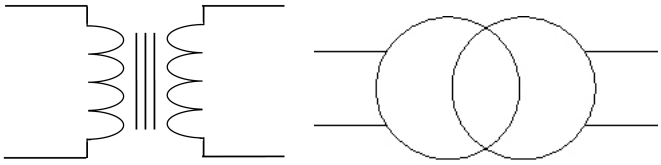
Les transformateurs sont réalisés en toutes puissances et tensions, de quelques VA et à basse tension pour l'alimentation de circuits électroniques à quelques centaines de MVA et de kV pour l'alimentation ou le couplage des réseaux de transport de l'énergie électrique.

Le transformateur est également utilisé comme *adaptateur d'impédance* en électronique.

Nous étudierons tout d'abord le transformateur monophasé et nous verrons comment en déduire les propriétés des transformateurs triphasés.

1.1 Symboles

On peut employer deux symboles pour représenter le transformateur monophasé. Sur celui de la Figure 1.1 page suivante (a), les trois barres verticales symbolisent le noyau magnétique qui permet à l'énergie magnétique de passer du bobinage primaire au bobinage secondaire.



(a) Symbole du transformateur monophasé.

(b) Symbole du transformateur monophasé.

FIGURE 1.1 – Symboles du transformateur.

1.2 Principe - Équations

1.2.1 Constitution - Principe

Un transformateur comprend :

— un circuit magnétique fermé :

- de perméabilité magnétique aussi haute que possible afin de faciliter le plus possible le passage des lignes de champ magnétique ;
- d'hystérésis aussi faible que possible pour limiter les pertes ;
- feuilleté (tôles de 0,2 à 0,3 mm d'épaisseur) afin de limiter les courants de Foucault ;
- de résistance électrique aussi élevée que possible, toujours dans le but d'affaiblir les courants de Foucault, à cette fin on utilise des aciers au silicium (2 à 3 %).

— deux enroulements (bobines) :

- le *primaire* alimenté par un générateur de tension alternative de tension V_1 et comportant n_1 spires. Il absorbe le courant I_1. Le primaire transforme l'énergie électrocinétique reçue en énergie magnétique. C'est un *récepteur* d'énergie électrique qui transforme cette énergie en énergie magnétique ;
- le *secondaire* comporte n_2 spires ; il fournit, sous la tension V_2, un courant I_2 au dipôle récepteur. Le secondaire transforme l'énergie magnétique reçue du primaire en énergie électrocinétique. C'est un *générateur* d'énergie électrique.

Les deux enroulements sont isolés électriquement, mais magnétiquement couplés par le flux ϕ.

L'un des deux bobinages joue le rôle de primaire, il est alimenté par une tension variable et donne naissance à un flux variable dans le circuit magnétique. Le circuit magnétique conduit avec le moins de réluctance [1] possible les lignes de champ magnétique créées par le primaire à travers les spires du deuxième bobinage.

1. La réluctance caractérise l'opposition au passage des lignes de champ magnétique, elle est l'équivalent de la « résistance » qui, elle, caractérise l'opposition d'un conducteur au passage du courant électrique.

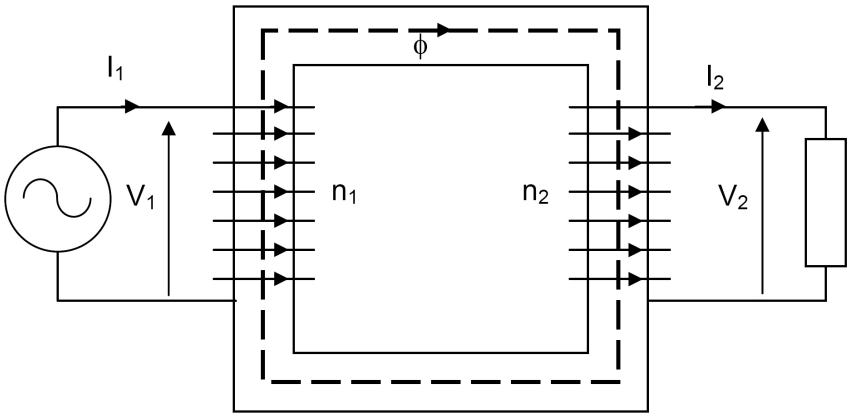


FIGURE 1.2 – le flux magnétique est noté ϕ.

D'après la loi de Faraday, ce flux magnétique variable induit une force électromotrice (f.é.m.) dans le deuxième bobinage qui est appelé secondaire du transformateur.

Si le dipôle alimenté par le transformateur absorbe une puissance $P_2 = V_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi_2$ (φ_2 étant le déphasage dû au dipôle), le primaire qui se comporte comme un récepteur vis à vis du réseau absorbe $P_1 = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1$ (φ_1 étant le déphasage entre V_1 et I_1).

La conservation de la puissance permet d'écrire au rendement près : $P_1 = P_2$.

De par son principe, le transformateur ne peut pas fonctionner s'il est alimenté par une tension continue. Le flux doit être variable pour induire une f.é.m. au secondaire, il faut donc que la tension primaire soit variable.

Le transformateur est réversible, chaque bobinage peut jouer le rôle de primaire ou de secondaire. Le transformateur peut être abaisseur ou élévateur de tension.

Il peut y avoir plus d'un enroulement secondaire. Par exemple, dans le cas d'un transformateur abaisseur fournissant une tension efficace de 24 V, une tension de 12 V et une autre de 5 V, on a un primaire et trois secondaires. L'isolement électrique et l'échauffement constituent les limitations des enroulements.

On rencontre essentiellement le transformateur cuirassé (figure 1.3 page suivante) dans lequel les bobines sont coaxiales. Ce type de transformateur émet moins de lignes de champ magnétique à l'extérieur (fuites). Que ce soit le transformateur de la figure 1.2 ou bien celui de la figure 1.3 page suivante, les deux enroulements sont isolés électriquement, mais magnétiquement couplés par le flux ϕ.

Les grandeurs physiques apparaissent dans l'ordre chronologique suivant, il est nécessaire de bien assimiler cette chaîne de causalité afin de placer correctement tensions et courants sur un schéma :

1. On choisit arbitrairement un instant où la d.d.p. du générateur a le sens que l'on souhaite (ici elle est orientée vers le haut) : voir la figure 1.4 page suivante.
2. A cet instant, le transformateur est un récepteur, le courant sort par la borne « + » du générateur et rentre par une borne « + » dans le transformateur. On

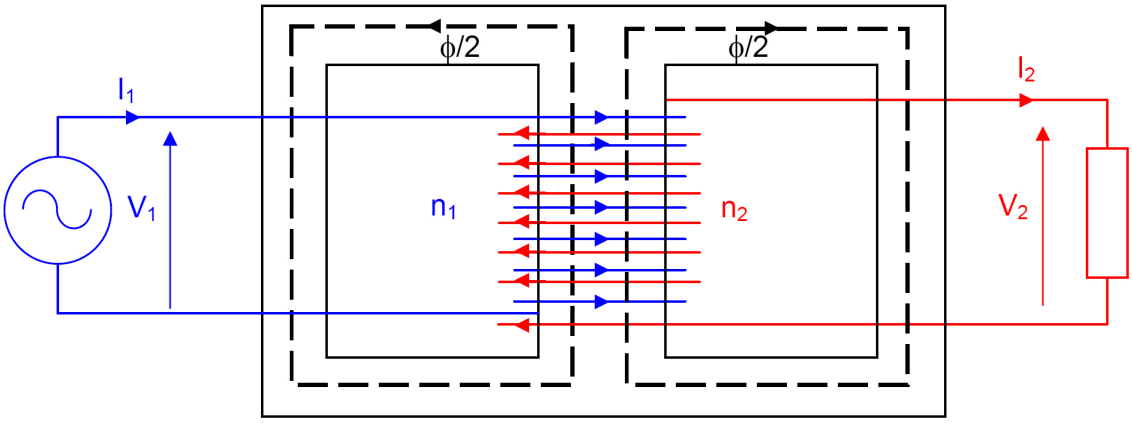


FIGURE 1.3 – Transformateur cuirassé.

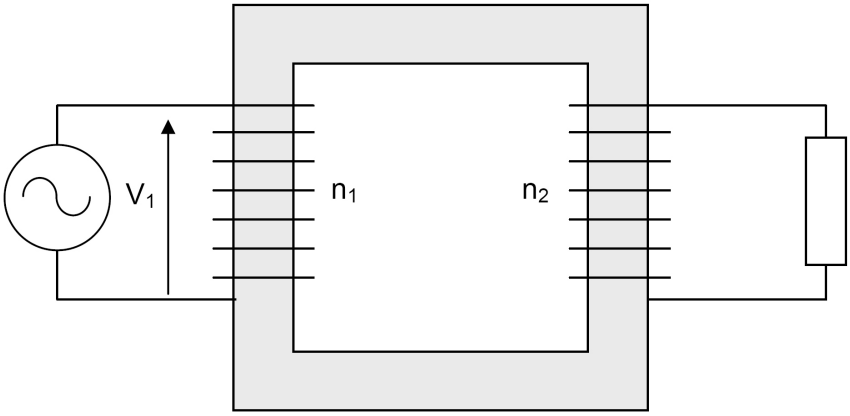


FIGURE 1.4 – chaîne de causalité du transformateur : étape 1.

a donc déterminé le sens du courant parcourant l'enroulement primaire à cet instant : voir la figure 1.5 page suivante.

3. Le sens du courant primaire détermine, d'après la règle du tire-bouchon de Maxwell par exemple, le sens du flux magnétique produit à cet instant par l'enroulement primaire. Ce flux est qualifié de « flux inducteur » : voir la figure 1.6 page ci-contre.
4. En admettant que le courant primaire est en train de croître à l'instant considéré, il en est de même pour le flux magnétique, canalisé par le circuit magnétique, à travers l'enroulement secondaire. Selon la loi de Faraday, un courant va apparaître dans le secondaire (celui-ci étant fermé sur un récepteur). D'après la loi de Lenz, le sens de ce courant secondaire sera tel qu'il créera un flux induit antagoniste au flux inducteur. La règle du tire-bouchon de Maxwell permet de déterminer le sens du courant secondaire : voir la figure 1.7 page suivante.
5. L'enroulement secondaire est un récepteur d'énergie magnétique et un générateur d'énergie électrocinétique. Le courant sort par la borne « + », la pola-

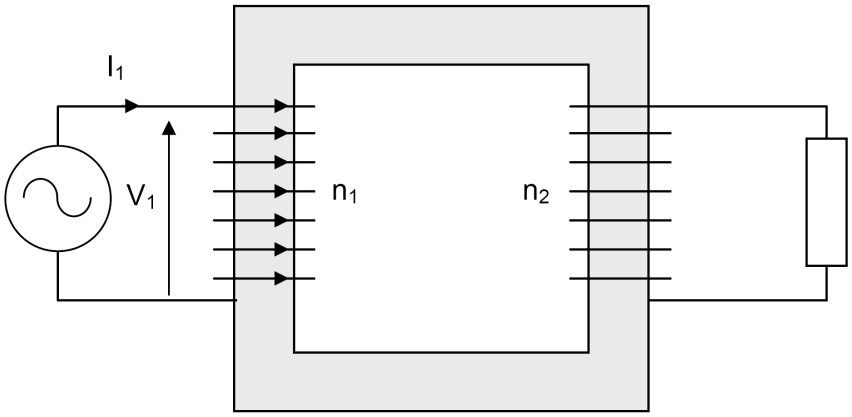


FIGURE 1.5 – chaîne de causalité du transformateur : étape 2.

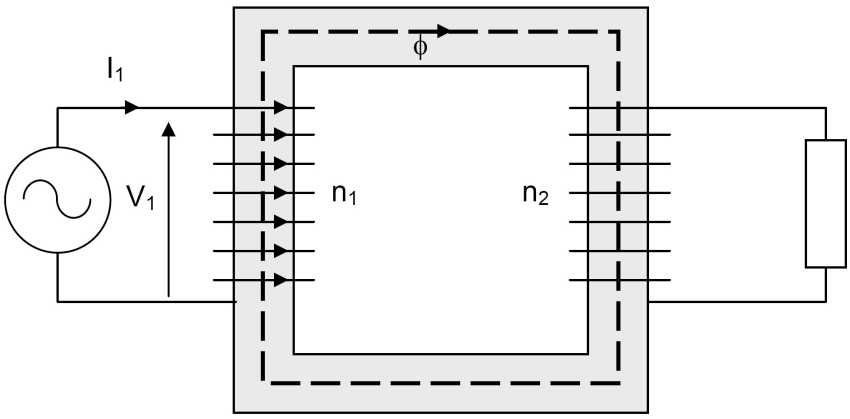


FIGURE 1.6 – chaîne de causalité du transformateur : étape 3.

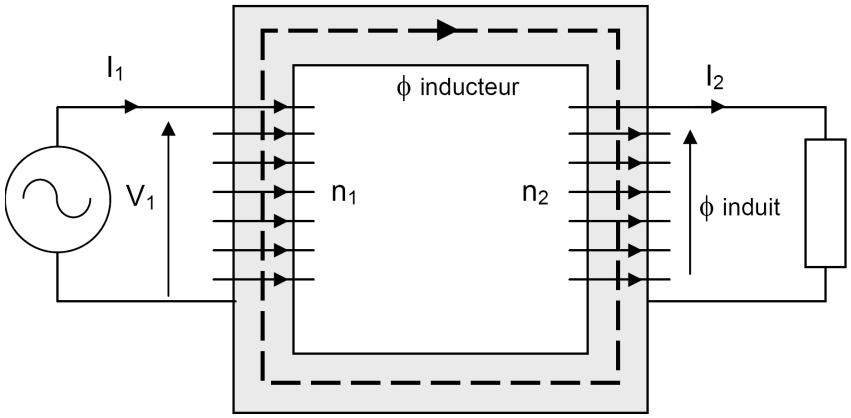


FIGURE 1.7 – chaîne de causalité du transformateur : étape 4.

rité, le sens du vecteur tension secondaire à cet instant en découle : voir la figure 1.8.

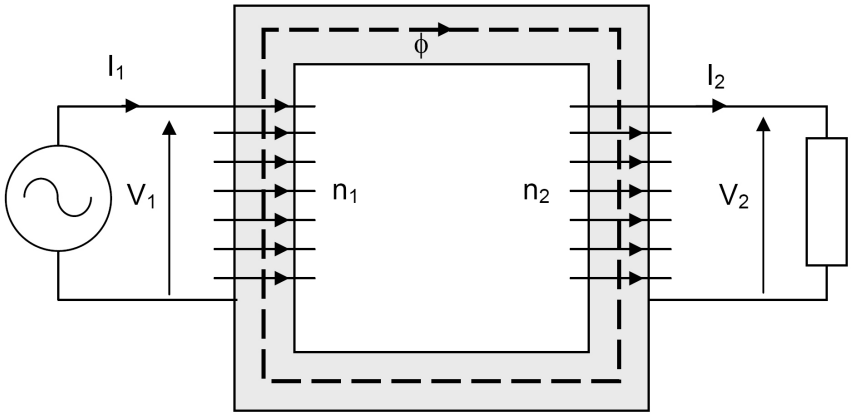


FIGURE 1.8 – chaîne de causalité du transformateur : étape 5.

Nous appellerons ϕ le flux commun aux deux enroulements, ce flux circule dans le circuit magnétique.

Les enroulements primaires et secondaires sont épais. À part la couche de spires enroulée directement sur le circuit magnétique, toutes les autres sont à des distances croissantes de celui-ci. Cela entraîne qu'un certain nombre de lignes de champ se referment dans l'air plutôt que par le circuit magnétique comme le montre la figure 1.9 page suivante. Ce phénomène est à l'origine d'un *flux de fuite* au primaire et au secondaire. À un instant donné, le flux de fuite à travers une spire du primaire F_1 a le même sens que le flux magnétique commun ϕ tandis qu'au même instant, le flux de fuite à travers une spire du secondaire circule dans le sens contraire du flux commun ϕ comme le montre la figure 1.9 page ci-contre.

Soit F_1 et F_2 les flux de fuites propres à chaque enroulement :

le flux total traversant une spire du primaire est : $\underline{\phi_1} = \underline{\phi} + \underline{F_1}$

le flux total traversant une spire du secondaire est : $\underline{\phi_2} = \underline{\phi} - \underline{F_2}$

En considérant l'instant où la figure 1.9 page suivante donne les sens des courants et des flux, si R_1 et R_2 sont les résistances des enroulements, on peut écrire, en régime sinusoïdal (en supposant le circuit magnétique non saturé) :

$$\underline{V_1} = +R_1\underline{I_1} + j\omega n_1\underline{\phi_1}$$
$$\underline{V_2} = -R_2\underline{I_2} + j\omega n_2\underline{\phi_2}$$

(Le signe − provient du sens choisi pour I_2 qui est « fourni » par le secondaire.)

Le flux commun ϕ est donné par la relation de Hopkinson dans laquelle on néglige les fuites devant ϕ :

$$n_1\underline{I_1} - n_2\underline{I_2} = \mathscr{R}\underline{\phi}$$

$\mathscr{R}$ étant la réluctance du circuit magnétique.

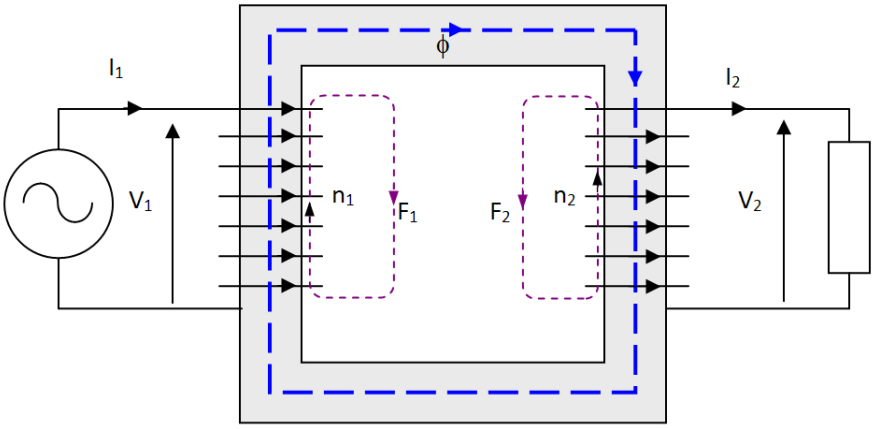


FIGURE 1.9 – Flux de fuite au primaire et au secondaire à un instant donné.

Les lignes de champ des flux de fuite se referment dans l'air, aussi les flux de fuite sont-ils proportionnels aux intensités qui les produisent. Le flux de fuites propres au primaire, F_1 est proportionnel au courant dans le primaire, on écrit :

$$n_1 \underline{F_1} = \ell_1 \cdot \underline{I_1}$$

ℓ_1 : *inductance de fuites du primaire*

De même pour le secondaire :

$$n_2 \underline{F_2} = \ell_2 \cdot \underline{I_2}$$

ℓ_2 : *inductance de fuites du secondaire*

On obtient finalement l'ensemble des équations du transformateur :

$$\underline{V_1} = (R_1 + j\omega\ \ell_1)\underline{I_1} + j n_1 \omega \underline{\phi}$$

$$\underline{V_2} = -(R_2 + j\omega\ \ell_2)\underline{I_2} + j n_2 \omega \underline{\phi}$$

$$n_1 \underline{I_1} - n_2 \underline{I_2} = \mathscr{R} \underline{\phi}$$

Il reste à introduire les pertes fer du circuit magnétique.

1.3 Transformateur idéal

Afin de dégager les aspects fondamentaux, et compte tenu des ordres de grandeurs, il est commode d'utiliser la notion de transformateur idéal (sans pertes ni fuites) ou *transformateur parfait*. Nous verrons ensuite qu'un transformateur réel peut être étudié à partir de ce modèle en y introduisant les paramètres négligés ici.

1.3.1 Transformateur parfait

Un transformateur parfait :

— n'a pas de fuite magnétiques : $\ell_1 = \ell_2 = 0$;
— n'a pas de pertes Joule : $R_1 = R_2 = 0$;
— possède un circuit magnétique infiniment perméable : $\mathscr{R} = 0$ « supra-réluctant » ;
— n'a pas de pertes fer.

NOTA : Le transformateur réel est, numériquement, assez proche de ces hypothèses.

Les équations se simplifient :

$$\underline{V_1} = j n_1 \omega \underline{\phi}$$
$$\underline{V_2} = j n_2 \omega \underline{\phi}$$
$$n_1 \underline{I_1} - n_2 \underline{I_2} = 0$$

En éliminant le flux commun et en utilisant la relation d'Hopkinson, on obtient la relation fondamentale :

$$\boxed{\frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\underline{I_1}}{\underline{I_2}}}$$

Les tensions sont dans le rapport des nombres de spires. Le nombre $\frac{n_2}{n_1}$ (ou son inverse, selon les auteurs) est appelé *rapport de transformation*. Le transformateur permet d'élever ou de diminuer la tension.

On remarque d'autre part que le flux ϕ est lié à la tension d'alimentation ; on a en module :

$$\phi = \frac{V_1}{\omega n_1}$$

Dans le circuit magnétique, si S est sa section, l'induction a pour valeur efficace :

$$B_{\text{eff}} = \frac{\phi}{S} = \frac{B_{\max}}{\sqrt{2}}$$

L'induction maximale $B_{\max}$ étant limitée par la saturation des matériaux, nous voyons que pour S, ω, n_1 donnés, la tension applicable à un enroulement est aussi limitée :

$$B_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{\omega S n_1} V_1 \leqslant B_{\text{saturation}}$$

En fonctionnement industriel, V_1, ω sont des constantes : par suite la valeur efficace du flux dans le circuit est, elle aussi, constante.

Connaissant V_1, $B_{saturation}$, f, S, on peut en déduire le nombre de spires minimum devant constituer le primaire du transformateur.

1.3.2 Impédance ramenée

Les équations complexes précédentes montrent que si le déphasage dû au dipôle de charge est φ_2, on retrouve ce même angle entre V_1 et I_1 :

Le rendement est évidemment égal à un :

$$P_1 = V_1 I_1 \cos\varphi_1 = V_2 I_2 \cos\varphi_2$$

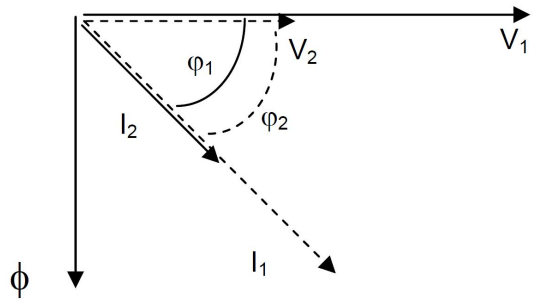


FIGURE 1.10 – déphasage tension courant au primaire d'un transformateur parfait.

Le dipôle alimenté par le secondaire peut être représenté par une f.é.m. E_2 et une impédance Z_2 (modèle de Thévenin) comme le montre la figure 1.11.

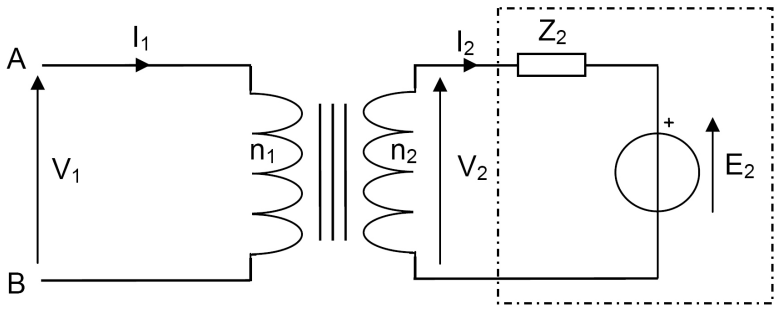


FIGURE 1.11 – Transformateur parfait alimentant un dipôle modélisé par Thevenin.

Cherchons à quel générateur(E_1, Z_1) est équivalent le montage vu des bornes A et B :

$$\underline{V_2} = \underline{E_2} + \underline{Z_2}\,\underline{I_2}$$

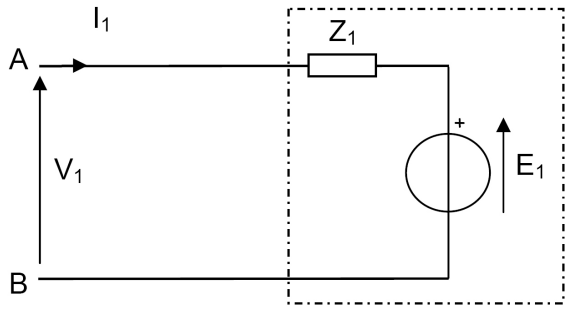


FIGURE 1.12 – Modèle de Thevenin du transformateur parfait alimentant un dipôle.

Éliminons $\underline{V_2}$ et $\underline{I_2}$ en les remplaçant par leur expression en fonction des grandeurs primaires :

$$\underline{V_1} = \frac{n_1}{n_2}(\underline{E_2} + \underline{Z_2}\,\frac{n_1}{n_2}\,\underline{I_1}) = \frac{n_1}{n_2}\,\underline{E_2} + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \underline{Z_2}\,\underline{I_1}$$

$$\underline{V_1} = \underline{E_1} + \underline{Z_1}\,\underline{I_1}$$

Par identification, on a :

$$\underline{E_1} = \frac{n_1}{n_2}\,\underline{E_2}$$

$$\frac{\underline{Z_1}}{\underline{Z_2}} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

On retiendra ce dernier résultat en notant que, pour les impédances, c'est le carré du rapport des nombres de spires qui compte (théorème du *transfert d'impédance*). Cela va nous permettre de simplifier des schémas équivalents du transformateur. Dans le domaine de l'électronique, cette relation est souvent utilisée afin de calculer les transformateurs chargés d'adapter les impédances des hauts-parleurs à l'impédance de sortie des amplificateurs.

1.4 Transformateur réel à vide

Un transformateur parfait à vide, c'est à dire tel que $I_2 = 0$, n'absorberait aucun courant primaire, et serait équivalent, vu des bornes d'entrée du primaire, à une impédance infinie. En fait, le transformateur réel absorbe un courant à vide, faible devant le courant nominal et qui dépend de la qualité du circuit magnétique (réluctance, pertes fer).

1.4.1 Influence de la réluctance du circuit magnétique

Si on ne néglige plus $\mathscr{R}$, on a :

$$\underline{V_1} = jn_1\omega\underline{\phi}$$

$$\underline{V_2} = jn_2\omega\underline{\phi}$$

$$n_1\underline{I_1} - n_2\underline{I_2} = \mathscr{R}\underline{\phi}$$

Le rapport des tensions n'est pas modifié, mais pour les courants, on peut écrire :

$$\underline{I_1} = \frac{n_2}{n_1}\underline{I_2} + \frac{\mathscr{R}}{n_1}\underline{\phi} = \frac{n_2}{n_1}\underline{I_2} + \frac{\mathscr{R}\underline{V_1}}{j\omega n_1^2}$$

Le second terme de cette expression est le courant magnétisant du transformateur $\underline{I_{10}}$:

$$\underline{I_{10}} = \frac{\underline{V_1}}{j\omega\frac{n_1^2}{\mathscr{R}}} = \frac{\underline{V_1}}{j\omega L_1}$$

avec

$$L_1 = \frac{n_1^2}{\mathscr{R}}$$

L_1 est *l'inductance propre de l'enroulement primaire.*

A vide, $I_2 = 0$, et le primaire du transformateur absorbe le courant I_{10} ; nous trouvons évidemment que le primaire, utilisé seul, se comporte comme une inductance de n_1 spires, placées sur un circuit magnétique de réluctance $\mathscr{R}$.

Si V_1 et ω sont des constantes, I_{10} est constant.

On peut donc écrire :

$$\underline{I_1} = \frac{n_2}{n_1}\underline{I_2} + \underline{I_{10}} \qquad \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Il est recommandé de traduire ces équations par un schéma équivalent au transformateur réel (voir la figure : 1.13 page suivante) et qui comprend :

— un transformateur parfait de même nombres de spires n_1 et n_2 que le transformateur réel ;

— une inductance L_1 en parallèle et dans laquelle passe le courant magnétisant I_{10}.

1.4.2 Influence des pertes fer

Le flux alternatif engendre, par hystérésis et courants de Foucault, un échauffement du circuit magnétique : les « pertes fer ». Cela correspond à une absorption supplémentaire de puissance active approximativement proportionnelle au carré du champ magnétique B et à la fréquence f. Le flux étant déterminé par la tension

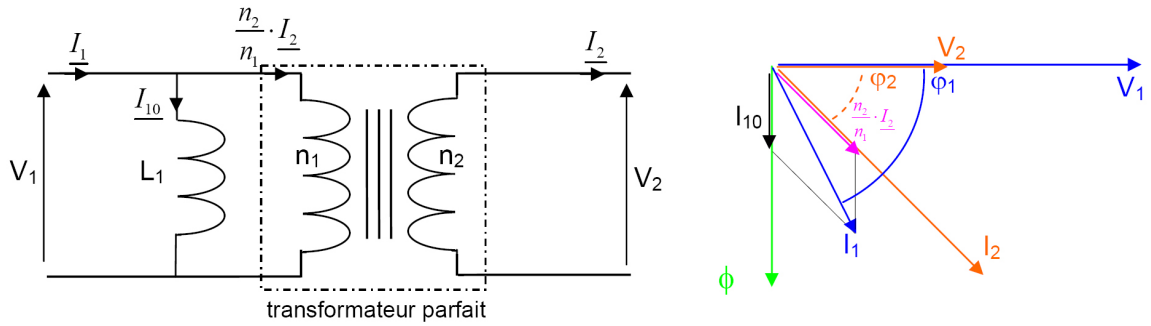


FIGURE 1.13 – Modèle du transformateur réel à vide, représentation vectorielle des courants.

appliquée (à fréquence donnée), les pertes fer seront proportionnelles au carré de la tension. Elles interviendront en permanence dans le rendement mais seront particulièrement mises en évidence lors du fonctionnement à vide. Un transformateur sans pertes fer n'absorberait, à vide, aucune puissance active (l'inductance L_1 n'absorbe que de la puissance réactive) ; le transformateur réel à vide absorbe en fait une puissance correspondant à ces pertes fer.

Cela signifie qu'à vide, le transformateur réel absorbe un courant I_{1V} qui comporte, outre le courant magnétisant I_{10}, un courant I_{1F}, en phase avec la tension, correspondant aux pertes fer :

$$P_V = P_{fer} = V_1 I_{1F} = V_1 I_{1V} \cos\varphi_{1V}$$

φ_{1V} étant le déphasage entre V_1 et I_{1V}.

La relation ci-dessous se traduit par les vecteurs de Fresnel disposés suivant la figure 1.14 page ci-contre :

$$\underline{I_{1V}} = \underline{I_{10}} + \underline{I_{1F}}$$

À fréquence constante, I_{1F} est proportionnel à V_1.

Il est commode de compléter le schéma équivalent en représentant les pertes fer par une résistance *fictive* R_F, absorbant sous la tension V_1 le courant I_{1F} ; R_F est telle que :

$$P_{fer} = V_1 I_{1F} = \frac{V_1^2}{R_F}$$

on aura donc finalement :

$$\underline{I_1} = \frac{n_2}{n_1}\underline{I_2} + \underline{I_{1V}} \text{ et } \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = \frac{n_2}{n_1}$$

REMARQUES :

— Aux forts courants, $I_1 \gg I_{1V}$ et on retrouve la relation du transformateur parfait.

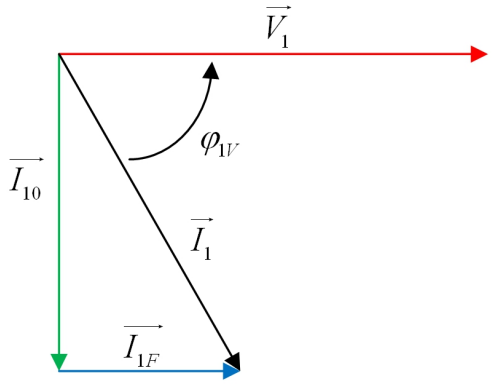


FIGURE 1.14 – Décomposition du courant I_{1V} absorbé à vide en courant du aux pertes fer I_{1F} et en courant du à la création du flux I_{10}.

— En fait, à cause de la saturation, le courant à vide n'est pas sinusoïdal : le flux imposé par la tension est sinusoïdal, de même que l'induction $\left(v_1 = n_1 \frac{d\phi}{dt}\right)$; par suite, le courant ne le sera pas.

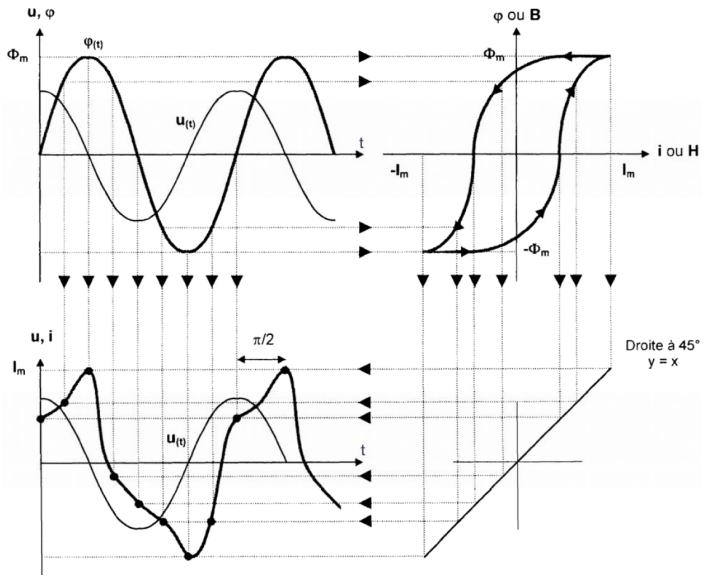


FIGURE 1.15 – Courant non sinusoïdal absorbé par le transformateur à vide.

En présence de l'hystérésis, il y a en outre déphasage de la composante fondamentale du courant en avance sur le flux (courbe montante puis descendante : le courant s'annule avant le flux).

En charge, les courants I_1 et I_2 seront pratiquement sinusoïdaux car seule leur différence, faible, magnétise le circuit et subit la distorsion.

1.5 Transformateur réel en charge

1.5.1 Schéma équivalent

Lorsque les courants sont importants, on doit tenir compte des chutes de tension dans les résistances et dans les inductances de fuites.

Le courant magnétisant et les pertes fer restent liés au flux. Le schéma équivalent de la figure 1.16 traduit les équations complètes :

$$\underline{V_1} = (R_1 + j\omega\ell_1)\underline{I_1} + jn_1\omega\underline{\phi}$$

$$\underline{V_2} = -(R_2 + j\omega\ell_2)\underline{I_2} + jn_2\omega\underline{\phi}$$

$$\underline{I_1} = \frac{n_2}{n_1}\underline{I_2} + \underline{I_{1V}} = \frac{n_2}{n_1}\underline{I_2} + \underline{I_{10}} + \underline{I_{1F}}$$

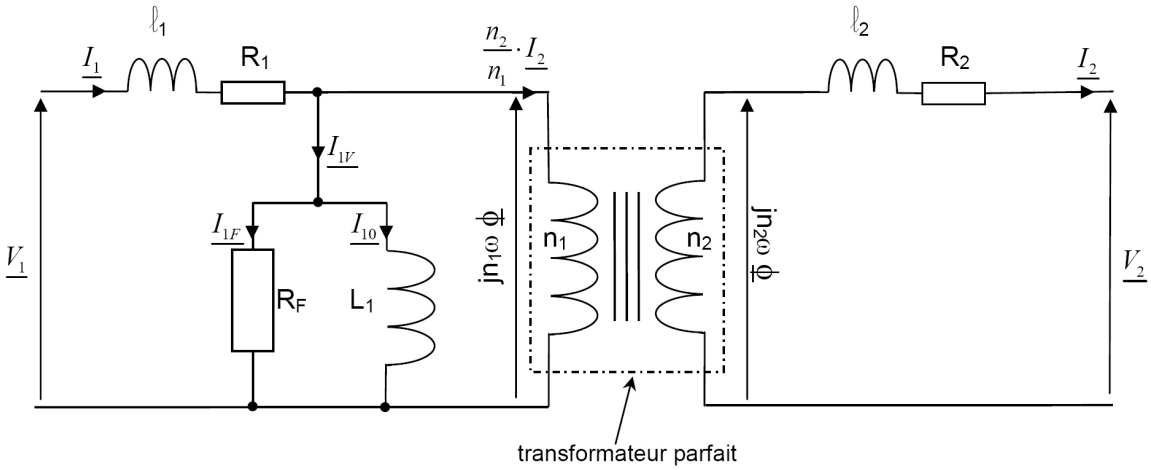


FIGURE 1.16 – Schéma équivalent du transformateur réel en charge : prise en compte des pertes fer et du courant magnétisant.

Le schéma équivalent de la figure 1.16 comporte un transformateur parfait placé sous les tensions fictives $(jn_1\omega\phi)$ et $(jn_2\omega\phi)$.

En pratique, la chute de tension dans R_1 et ℓ_1 est faible devant V_1 et, pour le calcul du courant I_{1V}, lui-même faible, il est inutile d'en tenir compte. On obtient alors un schéma plus simple et suffisamment précis (voir 1.17 page suivante).

On peut enfin réduire ce schéma en utilisant le théorème du transfert d'impédance, on peut ramener R_1 et ℓ_1 au secondaire en les multipliant par $\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$ et en les regroupant avec R_2 et ℓ_2 ; on pose :

$R_s = R_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 R_1$ résistance des enroulements ramenée au secondaire

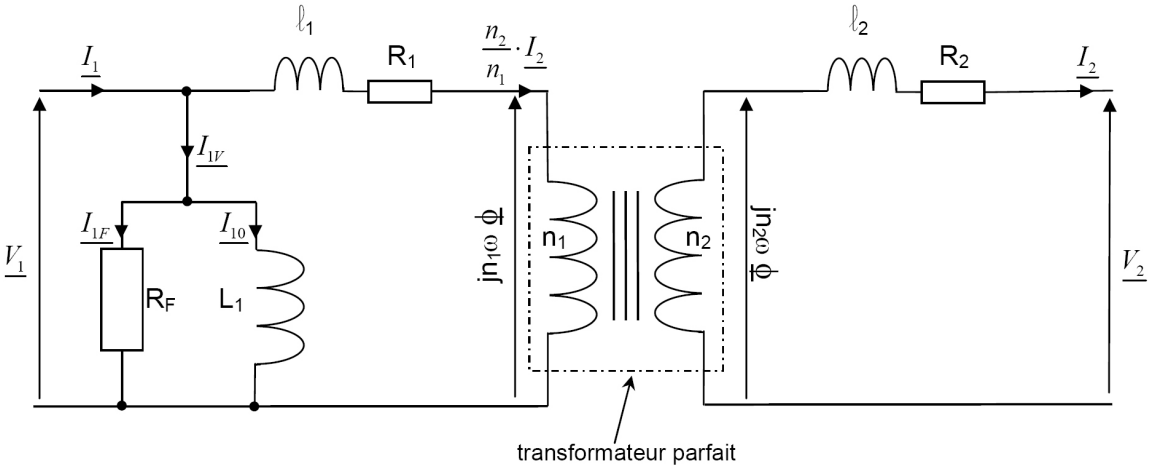


FIGURE 1.17 – Schéma équivalent du transformateur réel en charge : simplification

$\ell_s = \ell_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \ell_1$ inductance de fuite ramenée au secondaire.

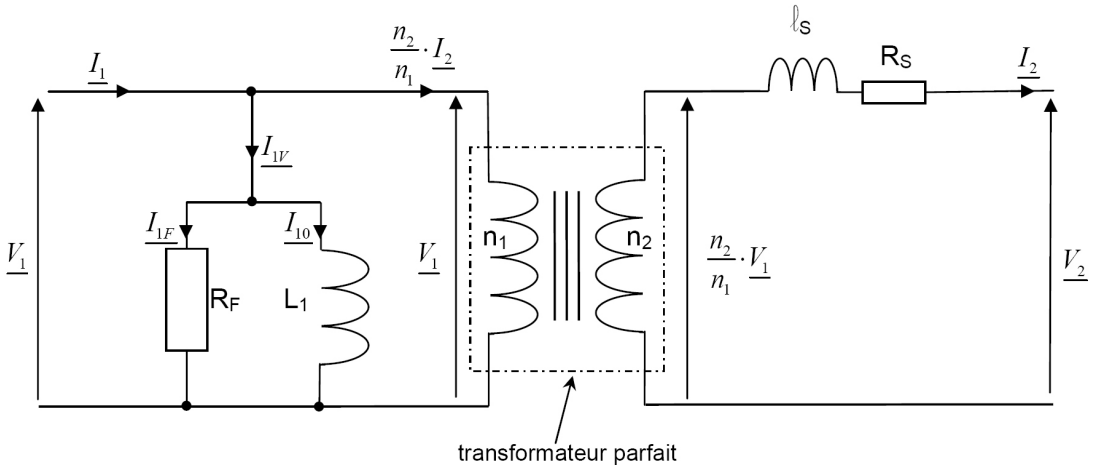


FIGURE 1.18 – Schéma équivalent du transformateur réel en charge : utilisation du théorème du transfert d'impédance pour ramener la résistance et l'inductance du primaire au secondaire.

Le schéma final de la figure 1.18, aussi appelé *schéma de Kapp*, permet l'étude complète du transformateur réel qui, si V_1 est constante, se présente au secondaire comme un générateur de f.é.m. $\left(\frac{n_2}{n_1} V_1\right)$ et d'impédance interne $\underline{Z_s} = R_s + j\omega\,\ell_s$

Outre le phénomène essentiel traduit par le transformateur parfait, on localise les imperfections :

— réluctance du circuit magnétique : L_1 ;

— fuites de flux : ℓ_s ;

— pertes fer : R_F ;

— pertes cuivre (effet Joule) : R_s.

On retrouve le modèle idéal si :

$L_1 = \infty \quad \ell_s = 0 \quad R_F = \infty \quad R_s = 0$

REMARQUE : En raison de R_1 et ℓ_1, la valeur efficace du flux ϕ dans le circuit magnétique n'est pas rigoureusement constante en charge ; on négligera ce phénomène.

1.5.2 Chute de tension

Le schéma précédent conduit pour les tensions à l'équation :

$$\frac{n_2}{n_1}\,\underline{V_1} = \underline{V_2} + (R_s + j\omega\ell_s)\,\underline{I_2}$$

(équation de Kapp)

Supposons que le transformateur débite le courant I_2 sous la tension V_2 dans un dipôle qui présente le déphasage φ_2 : on peut construire le diagramme des tensions (diagramme de Kapp) comme le montre la figure 1.19, sur cette figure, les amplitudes des vecteurs associés aux tensions $R_s\underline{I_2}$ et $j\omega\ell_s\,\underline{I_2}$ ont été largement exagérées afin de les rendre plus visibles.

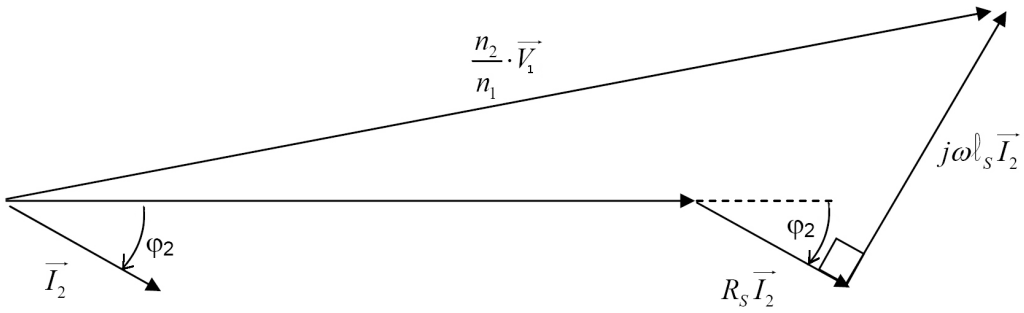


FIGURE 1.19 – Diagramme de Kapp des tensions.

On voit que, en général, V_2 sera différente de $\frac{n_2}{n_1}\,V_1$ et dépendra de I_2 et de φ_2. A vide, $I_2 = 0$, on aura une tension $V_2 = V_{20} = \frac{n_2}{n_1}\,V_1$.

On appelle *chute de tension* la quantité :

$\Delta V_2 = |V_{20}| - |V_2|$ différence des valeurs efficaces de la tension secondaire à vide et en charge pour une même tension primaire V_1.

ATTENTION : ΔV_2 n'est pas la tension aux bornes de R_s et ℓ_s.

Le diagramme de Kapp permet de déterminer graphiquement cette chute de tension. En réalité, $(R_s I_2)$ et $(\ell_s\omega I_2)$ sont faibles devant V_2 et on peut souvent utiliser une relation simplifiée tirée du schéma de la figure 1.20 page ci-contre, page page suivante.

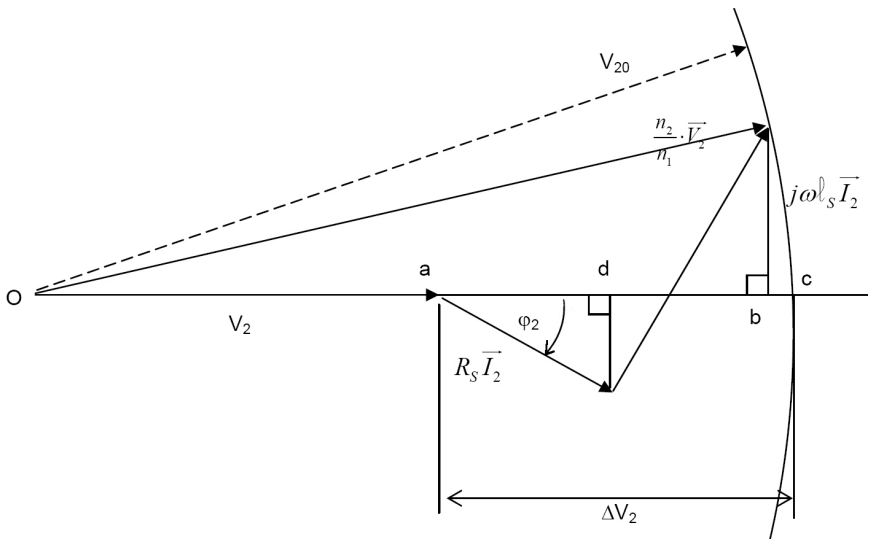


FIGURE 1.20 – Justification graphique du calcul de la chute de tension.

On peut matérialiser ΔV_2 sur le diagramme de la figure 1.20 en traçant le cercle de rayon V_{20}, centré en O :

$\Delta V_2 = \text{ac}$

Si : $R_s I_2 \ll V_2$ et $\ell_s \omega I_2 \ll V_2$, on peut considérer que le rayon du cercle est très grand et confondre la projection ab avec ΔV_2.

On a alors : $\Delta V_2 \simeq \text{ad} + \text{db}$

$$\Delta V_2 \simeq R_s I_2 \cos\varphi_2 + \ell_s\, \omega I_2 \sin\varphi_2$$

1.5.3 Essais et propriétés du transformateur

Les paramètres du schéma équivalent (figure 1.18 page 15) doivent être déterminés par des essais expérimentaux. On peut effectuer des mesures directement sous tensions et courants nominaux. Il est préférable de séparer les essais, ce qui, en outre, permet de travailler à puissance réduite.

1.5.3.1 Essai à vide

Le secondaire du transformateur étant à vide ($I_2 = 0$), on mesure V_1, $V_2 = V_{20}$, P_{1V}, I_{1V}. Le courant absorbé au primaire lors de l'essai à vide étant très inférieur à l'intensité nominale, on fait l'hypothèse simplificatrice que les pertes Joule dans l'enroulement primaire sont négligeables : $R_1 \times I_{1V}^2 \ll P_F$.

Les courants primaires et secondaires étant respectivement très faible et nul, on négligera les pertes « cuivre », c'est à dire les pertes Joule. On aura : $R_1 I_1^2 \approx 0$ et $R_2 I_2^2 = 0$. La puissance mesurée est assimilée aux seules pertes fer.

On en déduit : $\frac{n_2}{n_1} = \frac{V_{20}}{V_1}$ et $\cos\varphi_{1V} = \frac{P_{1V}}{V_1 I_{1V}}$

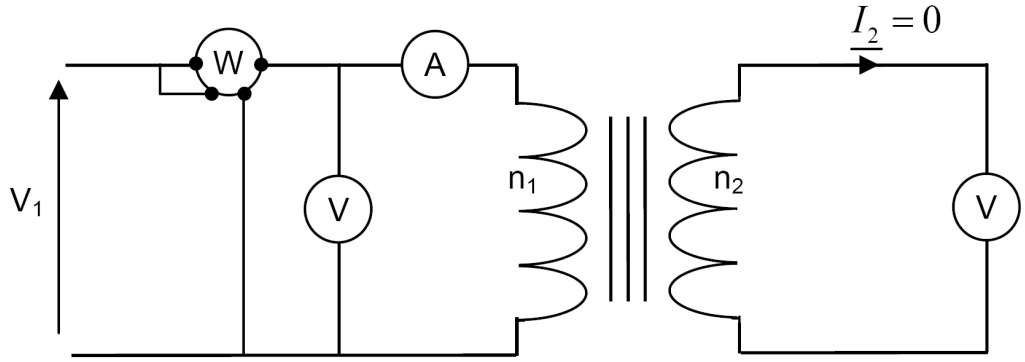


FIGURE 1.21 – Essai à vide du transformateur.

$I_{1F} = I_{1V} \cos\varphi_{1V}$ et $I_{10} = I_{1V} \sin\varphi_{1V}$

1.5.3.2 Essai en court circuit

Le secondaire est mis en court circuit par un ampèremètre comme le montre la figure 1.22.

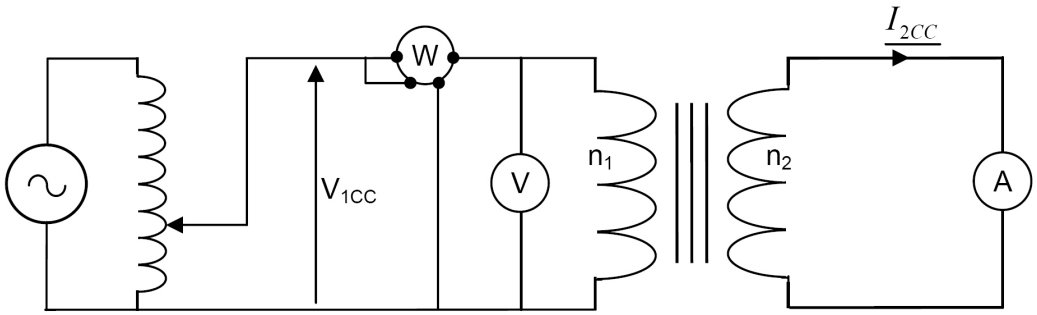


FIGURE 1.22 – Essai en court-circuit du transformateur.

Le primaire doit être alimenté sous une tension *réduite* V_{1CC}. On mesure : V_{1CC}, P_{1CC}, $I_2 = I_{2CC}$. Comme V_{1CC} est très faible, les pertes fer sont négligeables et il ne reste que les pertes Joule. L'essai en court-circuit s'effectue généralement avec un courant secondaire proche du courant secondaire nominal. Pour ce faire, on augmente progressivement la tension d'alimentation du primaire en surveillant l'indication de l'ampèremètre connecté au secondaire :

$$P_{1CC} \simeq R_s I_{2CC}^2$$

d'où R_s.

On peut également mesurer R_1 et R_2 en courant continu et faire le calcul.

Le diagramme de Kapp se réduit à un triangle rectangle ($V_2 = 0$) dont on connaît le côté ($R_s I_{2CC}$) et l'hypoténuse.

On en déduit ($\ell_s \omega$) :

$$\ell_s \omega I_{2CC} = \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1} V_{1CC}\right)^2 - (R_s I_{2CC})^2}$$

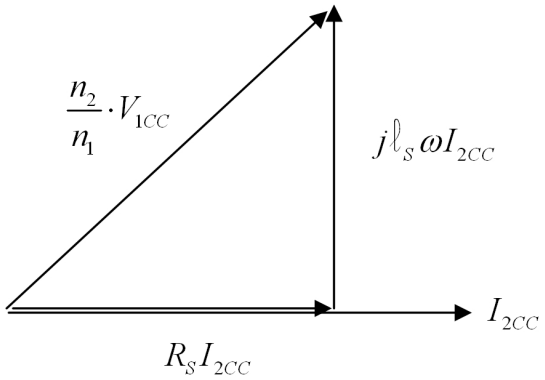


FIGURE 1.23 – Essai en court circuit du transformateur.

Par le diagramme de Kapp (figure 1.23), ou en utilisant la relation approchée du paragraphe précédent, on peut, à partir de ces résultats, prédéterminer la tension V_2 (ou la chute de tension) pour tout courant I_2 débité et tout déphasage φ_2.

Numériquement, pour les transformateurs industriels, la chute de tension est très faible (quelque % de la tension). Si le déphasage est négatif et suffisamment élevé (débit sur circuit capacitif), la chute de tension peut être négative ($V_2 > V_{20}$) ; c'est en fait un phénomène de résonance.

On peut traduire ces résultats par des courbes (figure 1.24) donnant V_2 en fonction de I_2 pour V_1 et diverses valeurs du déphasage φ_2.

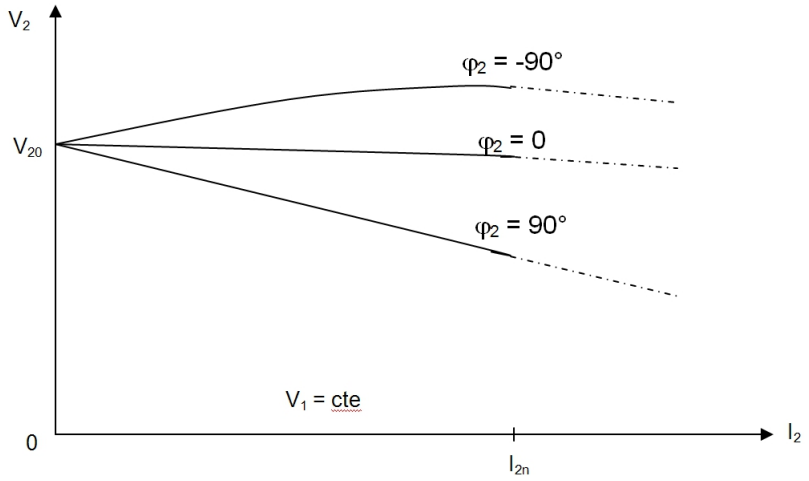


FIGURE 1.24 – Chute de tension du transformateur en fonction du déphasage imposé par les récepteurs.

1.5.3.3 Rendement

On applique le théorème de Boucherot :

Puissance absorbée = Puissance fournie + pertes

Puissance fournie : $P_2 = V_2 I_2 \cos\varphi_2$

Pertes Joule : $P_J = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = R_s I_2^2$

Pertes fer : $P_F = \frac{V_1^2}{R_F} = P_V$

D'où le rendement :

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_J + P_F} = \frac{V_2 I_2 \cos\varphi_2}{V_2 I_2 \cos\varphi_2 + R_s I_2^2 + P_F}$$

L'essai à vide donne les pertes fer et l'essai en court circuit donne les pertes Joule. Numériquement, ce rendement est excellent pour un transformateur industriel ($\eta >$ 95%). Il dépend de V_2, I_2, φ_2.

REMARQUE : Le rendement est nul pour $I_2 = 0$ et $I_2 = \infty$.

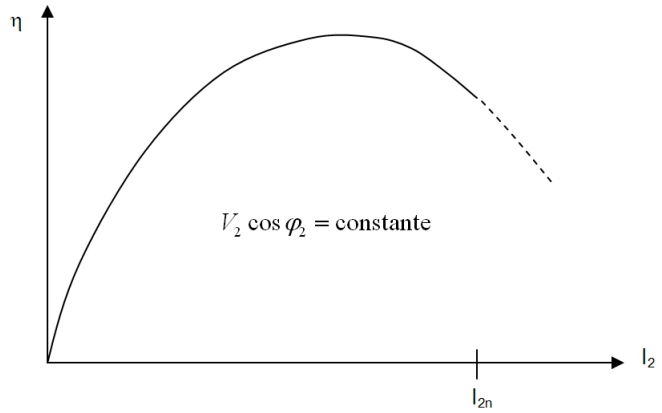


FIGURE 1.25 – Rendement du transformateur en fonction du courant débité I_2.

Afin de maximiser le rendement, il faut que le dénominateur soit minimal. Pour ce faire, réécrivons le rendement en divisant numérateur et dénominateur par I_2 :

$$\eta = \frac{V_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi}{V_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi + P_F + R_S \cdot I_2^2} = \frac{V_2 \cdot \cos\varphi}{V_2 \cdot \cos\varphi + \frac{P_F}{I_2} + R_S \cdot I_2}$$

Pour minimiser le dénominateur, il s'agit de minimiser la somme $\dfrac{P_F}{I_2} + R_S \cdot I_2$. Or, écrite ainsi, cette somme est une somme dont le produit des termes est constant :

$$\frac{P_F}{I_2} \times R_S \cdot I_2 = P_F \times R_S = \text{cte}$$

Les pertes fer ne dépendent pas de l'intensité I_2, elles sont constantes ainsi que la résistance ohmique R_S.

Soit à minimiser $\frac{P_F}{I} + R_F \cdot I$ sachant que $\frac{P_F}{I} \cdot R_F \cdot I = \text{cte}$.

Cette expression est minimum si :

$$\frac{\mathrm{d}\left(\frac{P_F}{I} + R_F \cdot I\right)}{\mathrm{d}I} = 0$$

soit :

$$I = \sqrt{\frac{P_F}{R_S}}$$

En supposant V_2 et φ_2 constants, le rendement du transformateur est maximum lorsque le courant débité est égal à $I_2' = \sqrt{\frac{P_F}{R_S}}$, ce qui rend égales les pertes fer et les pertes cuivre : $R_s I_2^2 = P_F$, $P_J = P_F$

Le rendement est bien maximum. Pour s'en assurer, il faut s'assurer que la fonction $\frac{P_F}{I} + R_F \cdot I$ soit minimum. Cela peut être fait soit en constatant que la dérivée première est négative de 0 à I_2' puis positive ensuite, soit encore en constatant que la dérivée seconde de $\frac{P_F}{I} + R_F \cdot I$ est positive. En effet, si la dérivée seconde est positive sur un intervalle, la pente augmente, la courbure est vers le haut, on a bien un minimum relatif.

1.6 Transformateurs spéciaux

Dans les applications industrielles, on rencontre un grand nombre de transformateurs de construction spéciale. La plupart possèdent les propriétés de base que nous avons étudiées dans le chapitre précédent :

— La tension induite dans un enroulement est proportionnelle au nombre de spires ;

— Lorsque le transformateur est en charge, les ampères-tours du primaire sont égaux aux ampères-tours du secondaire ;

— Le courant absorbé à vide (courant d'excitation absorbé en permanence) est négligeable par rapport à la valeur du courant de pleine charge du primaire.

1.6.1 Autotransformateur

On appelle autotransformateur, un transformateur composé d'un enroulement unique monté sur un circuit magnétique. Pour un autotransformateur abaisseur, par exemple, la haute tension est appliquée à l'enroulement complet et la basse tension est obtenue entre une extrémité de l'enroulement et une prise intermédiaire.

Soit un autotransformateur (Figure 1.26 page suivante) composé d'un enroulement AB de n_1 spires monté sur un circuit magnétique. L'enroulement est raccordé à une source de tension constante V_1. Le courant d'excitation crée un flux et, comme dans tout transformateur, ce flux demeure constant tant que V_1 est constante. Supposons que l'on sorte une prise C entre les extrémités A et B de l'enroulement, et

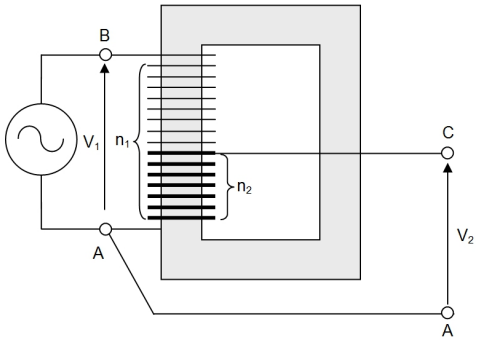


FIGURE 1.26 – Autotransformateur.

que n_2 spires soient comprises entre les bornes A et C. Comme la tension induite est proportionnelle au nombre de spires, la tension entre ces bornes est :

$$V_2 = \frac{n_2}{n_1} V_1$$

Cette relation est la même que celle obtenue avec un transformateur conventionnel à deux enroulements ayant n_1 et n_2 spires respectivement au primaire et au secondaire. Cependant, comme les enroulements primaire AB et secondaire AC ont une borne commune A, ils ne sont plus isolés. Si l'on branche une charge entre les bornes A et C, le courant I_2 provoque la circulation d'un courant I_1 au primaire (voir figure 1.27).

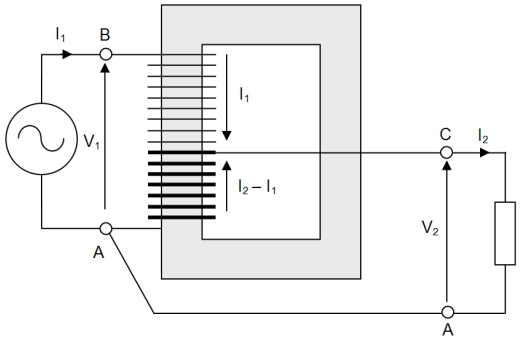


FIGURE 1.27 – Tensions et courants dans un autotransformateur.

La section BC de l'enroulement est traversée par le courant I_1. D'après la loi des nœuds appliquée en A, la section CA est traversée par une intensité $(I_2 - I_1)$. De plus, la force magnéto-motrice créée par I_1 doit être égale et opposée à celle produite par $(I_2 - I_1)$. On a donc :

$$I_1(n_1 - n_2) = (I_2 - I_1)n_2$$

Soit :

$$n_1 I_1 = n_2 I_2$$

Enfin, si l'on suppose que les pertes fer et le courant magnétisant sont négligeables, la puissance apparente absorbée par la charge doit être égale à celle fournie par la source. Par conséquent, $V_1 I_1 = V_2 I_2$.

On constate que ces équations sont identiques à celles obtenues avec un transformateur conventionnel ayant un rapport de transformation $\frac{n_2}{n_1}$. Cependant, dans un autotransformateur, l'enroulement secondaire fait partie de l'enroulement primaire. Il s'ensuit qu'un autotransformateur est plus petit, moins lourd et moins coûteux qu'un transformateur conventionnel de même puissance. Cette économie devient particulièrement importante lorsque le rapport de transformation se situe entre 0,5 et 2. Par contre, l'absence d'isolation entre la haute tension et la basse tension constitue un inconvénient parfois prohibitif. Les autotransformateurs servent au démarrage à tension réduite des moteurs, à la régulation de la tension des lignes de distribution et, en général, à la transformation de tensions de valeurs assez rapprochées.

Un transformateur à deux enroulements peut être monté en autotransformateur : il suffit de relier le secondaire en série avec le primaire. Selon le mode de connexion, la tension secondaire peut s'ajouter à la tension primaire ou se soustraire de celle-ci. Lorsqu'on utilise des transformateurs conventionnels comme autotransformateurs, il est important d'appliquer les règles suivantes :

— Le courant dans un enroulement ne doit pas dépasser la valeur nominale ;

— la tension aux bornes d'un enroulement ne doit pas être supérieure à la valeur nominale ;

— si le courant nominal circule dans un enroulement, le courant nominal circule automatiquement dans l'autre (égalité des ampères-tours dans les deux enroulements) ;

— si la tension nominale apparaît aux bornes d'un enroulement, la tension nominale correspondante apparaît automatiquement aux bornes de l'autre.

1.6.1.1 Autotransformateur variable

Lorsque l'on a besoin d'une tension variable de 0 à 220 V ou plus, on a souvent recours à un autotransformateur ayant une prise mobile (Figure 1.28 page suivante). Le transformateur comprend un enroulement d'une seule couche de fil bobiné sur un noyau magnétique toroïdal et un balai en graphite mobile que l'on peut déplacer au moyen d'un bouton de réglage. Le balai glisse sur les spires, et à mesure que le point de contact se déplace, la tension V_2 augmente proportionnellement au nombre de spires parcourues. Si la source de tension V_1 est connectée sur une prise fixe englobant 85 % des spires, on peut faire varier la tension V_2 de 0 à de la tension V_1. Ainsi, par exemple, si $V_1 = 220$ V, V_2 pourra varier entre 0 et 250 V. On préfère l'autotransformateur au rhéostat car, pour une position donnée du curseur, la tension V_2 varie beaucoup moins avec la charge, et les pertes Joule sont bien moindres.

1.6.2 Transformateur de tension (TT)

Les transformateurs de tension sont utilisés sur les lignes à haute tension pour alimenter des appareils de mesure (voltmètre, wattmètre, etc.) ou de protection (relais). Ils servent à isoler ces appareils de la haute tension et à les alimenter à des ten-

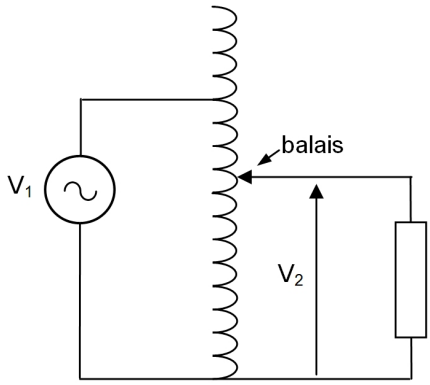


FIGURE 1.28 – Schéma de principe d'un autotransformateur variable.

(a) autotransformateur (b) autotransformateur

FIGURE 1.29 – Autotransformateurs variables.

sions appropriées. Le rapport de transformation est choisi de façon que la tension secondaire soit d'une centaine de volts, ce qui permet l'utilisation d'instruments de fabrication courante pour la mesure de tension élevées.

Le primaire des transformateurs de tension est branché en parallèle avec le circuit dont on veut connaître la tension. Leur construction diffère très peu de celle des transformateurs conventionnels. Cependant, leur puissance nominale est généralement faible (inférieure à 500 VA) de sorte que le volume de l'isolation dépasse souvent celui du cuivre et de l'acier utilisé.

Les transformateurs de tension installés sur les lignes HT sont toujours raccordés entre une ligne et le neutre. Cela élimine la nécessité d'utiliser deux grosses bornes de porcelaine, une des deux extrémités de l'enroulement étant reliée à la terre. Par exemple, la Figure 1.30 page ci-contre montre un transformateur utilisé sur une ligne à 140 kV, il comprend une grosse borne (traversée) en porcelaine afin d'isoler la ligne haute tension du boitier qui est mis à la terre. Ce dernier renferme le transformateur proprement dit.

Afin d'éviter le risque de choc électrique en touchant l'instrument de mesure ou un de ses fil de raccordement, un des fils de l'enroulement secondaire doit systématiquement être relié à la masse. En effet, même si le secondaire paraît isolé du

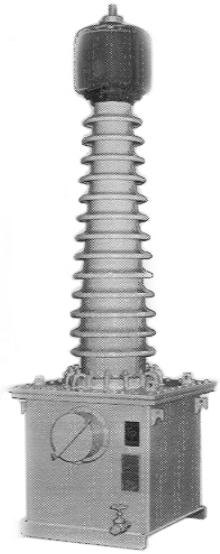


FIGURE 1.30 – Transformateur de tension.

primaire, la capacitance distribuée entre les enroulements effectue une connexion invisible qui peut mettre le secondaire à un potentiel très élevé par rapport au sol si ce dernier n'est pas raccordé à la masse (Figure 1.31).

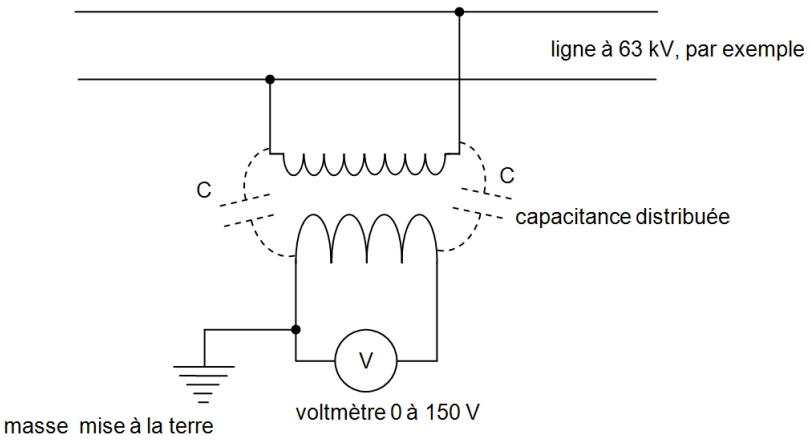


FIGURE 1.31 – Transformateur de tension : nécessité du branchement du secondaire à la terre.

Le voltmètre ayant une très forte impédance, le transformateur de tension est pratiquement à vide. On a : $\frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1}$, et comme $V_1 \gg V_2$, il faut : $n_1 \gg n_2$. L'impédance ramenée au primaire du transformateur de tension sera très grande : $Z_{1\text{ramenée}} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot Z_{\text{voltmètre}}$.

1.6.3 Transformateur de courant (TI)

Les transformateurs de courant sont utilisés pour ramener à une valeur facilement mesurable les courants intenses des lignes à haute ou à basse tension. Ils servent également à isoler les appareils de mesure ou de protection des lignes à haute tension (Figure 1.32). Le primaire de ces transformateurs est monté en série avec la ligne dont on veut mesurer l'intensité. Ces transformateurs étant employés seulement à des fins de mesure et de protection, leur puissance sera faible, de l'ordre de 15 à 200 VA. Le courant nominal secondaire est généralement compris entre 1 et 5 A.

L'emploi des transformateurs de courant sur les lignes à haute tension est indispensable pour des raisons de sécurité. Une ligne à 200 kV peut n'être parcourue que par une intensité de 40 A parfaitement mesurable par un ampèremètre de 0-50 A ; mais personne ne pourrait approcher l'instrument sans subir une électrisation fatale. Il est essentiel que l'instrument soit isolé de la haute tension au moyen d'un transformateur. Comme dans le cas d'un transformateur de tension, on doit toujours raccorder un des fils secondaires à la masse.

Le transformateur de courant est court-circuité par un ampèremètre. Comme, en général, $I_2 \ll I_1$, il faut : $n_2 \gg n_1$. Si $Z_{\text{ampèremètre}}$ est l'impédance de l'ampèremètre, l'impédance ramenée dans le circuit principal $Z_{\text{ramenée}} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot Z_{\text{ampèremètre}}$ est très faible et n'entraîne qu'une très faible chute de tension dans le primaire du TI.

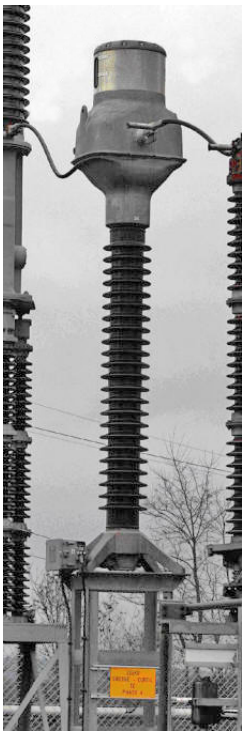


FIGURE 1.32 – Transformateur de courant.

On ne doit jamais ouvrir le secondaire d'un TI lorsque le primaire est alimenté. S'il est nécessaire de retirer un instrument raccordé au secondaire, il faut auparavant mettre le secondaire en court-circuit et ensuite retirer l'instrument, ou encore, ce qui est souvent plus facile à réaliser, court-circuiter le primaire.

Si on ouvre le circuit secondaire d'un TI, le courant dans le primaire continue à circuler, inchangé, car celui-ci ne dépend que de la charge du réseau. Les ampères-tours du primaire ne sont plus compensés par ceux du secondaire, il se produit une saturation du circuit magnétique. La Figure 1.33 montre que lorsque le courant I_1 primaire croît et décroît pendant la première alternance, le flux croît et décroît également, mais il demeure constant, au niveau de saturation ϕ_S pendant quasiment toute l'alternance. Le même phénomène se produit lors de l'alternance négative.

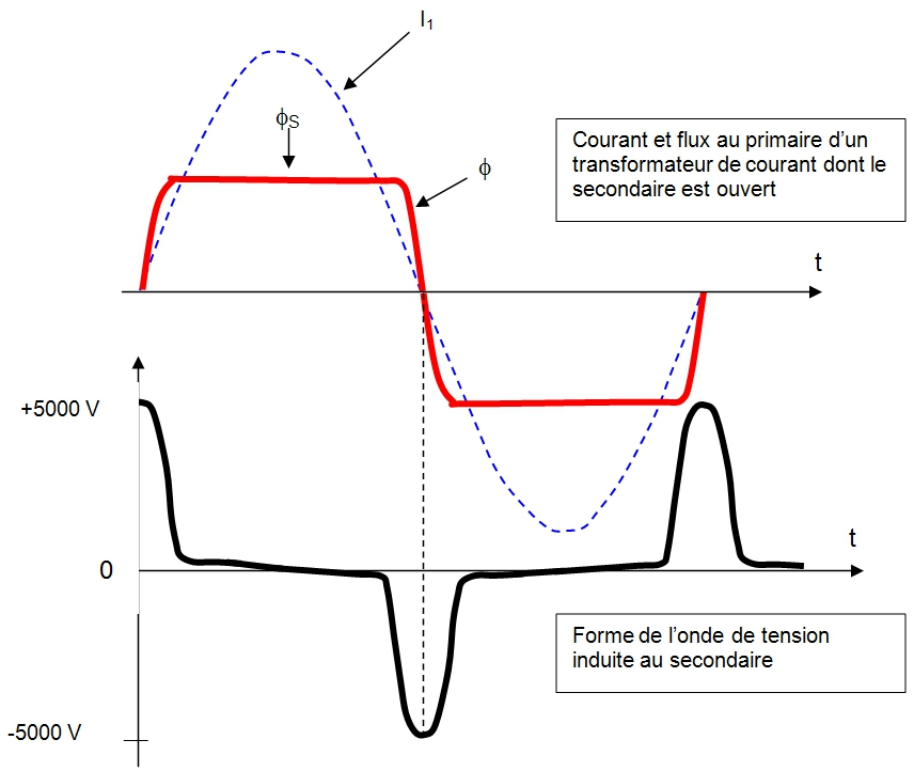


FIGURE 1.33 – Conséquences sur le flux de l'ouverture du secondaire d'un transformateur de courant.

Lors des intervalles de temps où le flux est saturé, la tension induite est très faible car $\frac{d\phi}{dt}$ est très faible. Cependant, autour des passages de la tension par 0, le $\frac{d\phi}{dt}$ est très important, ce qui peut produire aux bornes du secondaire des tensions dont le maximum peut atteindre quelques milliers de volts, assez élevées en tous les cas pour provoquer des chocs électriques dangereux.

1.7 Transformateur triphasé

En triphasé, on peut utiliser trois transformateurs monophasés identiques dont on groupe les primaires et les secondaires en étoile ou en triangle.

Il est possible de disposer les enroulements sur le même circuit magnétique.

Dans les deux cas, le rapport de transformation dépend des couplage utilisés et, en outre, un déphasage peut apparaître entre les tensions primaires et secondaires.

Afin de simplifier la réalisation du circuit magnétique et de diminuer le volume occupé par le transformateur ainsi que la masse de fer utilisée, on réalise souvent des transformateurs triphasés à noyaux coplanaires possédant 3 colonnes. Cela a pour effet de contraindre les flux dans les colonnes à satisfaire à :

$$\underline{\phi_1} + \underline{\phi_2} + \underline{\phi_3} = \underline{0} \quad \text{(au flux de fuites dans l'air près).}$$

On dit qu'un tel transformateur est à *flux liés* (figure 1.34).

Pour réduire le couplage magnétique entre les trois colonnes, c'est à dire rendre *indépendants les flux* des trois transformateurs monophasés élémentaires, on peut ajouter des colonnes latérales (voir figure 1.35 page suivante).

FIGURE 1.34 – Circuit magnétique à 3 colonnes, transformateur triphasé à flux liés.

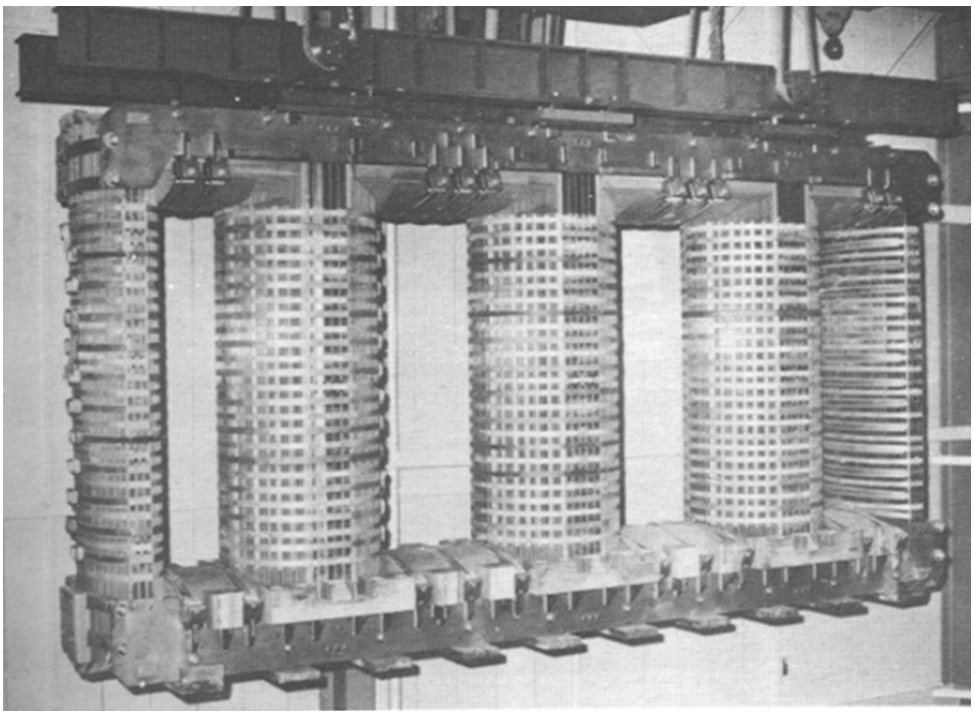


FIGURE 1.35 – Circuit magnétique à 5 colonnes, transformateur triphasé à flux indépendants.

1.7.1 Grandeurs caractéristiques d'un transformateur triphasé

La plaque signalétique d'un transformateur triphasé porte, comme en monophasé, les valeurs nominales :

— de la puissance apparente utile S_n ;

— des tensions primaires et secondaires composées, c'est à dire entre fils de ligne ; si le mode de connexion des enroulements n'est pas fixé on indiquera les valeurs nominales des tensions correspondant à chaque couplage possible. Exemple : si une plaque porte :

- ➛ Primaire : étoile $U_{1n\Upsilon} = 380V$, triangle $U_{1n\Delta} = 220V$
- ➛ Secondaire : étoile $U_{2n\Upsilon} = 220V$, triangle $U_{2n\Delta} = 127V$

cela signifie que les enroulements sont prévus pour travailler sous les tensions normales suivantes :

- ➛ au primaire : $V'_{1n} = \frac{U_{1n\Upsilon}}{\sqrt{3}} = U_{1n\Delta} = 220V$
- ➛ au secondaire : $V'_{2n} = \frac{U_{2n\Upsilon}}{\sqrt{3}} = U_{2n\Delta} = 127V$

— des intensités des courants secondaires en ligne, qui se déduisent des valeurs précédentes par :

$$I_{2n\Upsilon} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n\Upsilon}}$$

$$I_{2n\Delta} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n\Delta}}$$

Les enroulements secondaires sont donc prévus pour être traversés par des courants d'intensité efficace :

$$J_{2n} = I_{2n\Upsilon} = \frac{I_{2n\Delta}}{\sqrt{3}}$$

— du facteur de puissance secondaire, valeur du facteur de puissance de la charge qui permet d'obtenir le fonctionnement nominal (tensions primaires et secondaires normales, puissance apparente utile normale).

1.7.2 Rapport de transformation

On nommera ainsi le rapport des valeurs des tensions secondaire et primaire de même définition (toutes deux simples ou toutes deux composées) à vide :

$$M = \frac{V_{ao}}{V_{Ao}} = \frac{U_{abo}}{U_{ABo}}$$

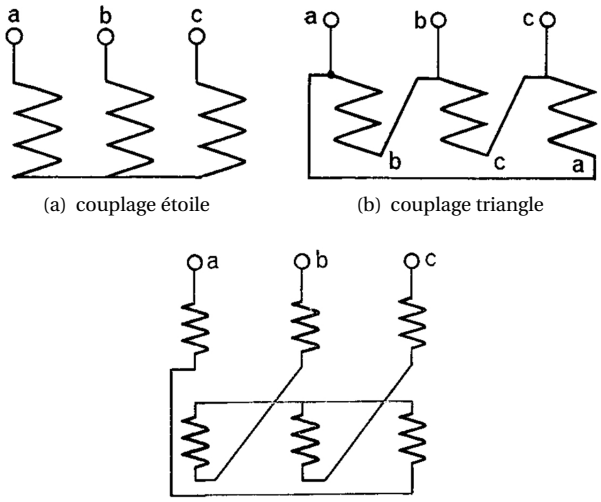
REMARQUE : la valeur de M ne sera plus nécessairement égale à celle du rapport des nombres de spires secondaire et primaire noté m.

1.7.3 Groupes de couplage

Comme tout système triphasé, les enroulements primaires et secondaires peuvent être couplés en *étoile* ou en *triangle*. Il existe une troisième variante consistant à mettre en série, afin de constituer une phase, deux demi-enroulements placés sur des noyaux différents et à coupler les trois phases ainsi obtenues en étoile. Ce mode de couplage est dit en *zig-zag*.

Afin de caractériser d'une manière conventionnelle les couplages des transformateurs triphasés, le primaire est désigné par une lettre *majuscule* et le secondaire par une lettre *minuscule*. Les lettres employées sont les suivantes :

— Y : couplage étoile primaire ;
— y : couplage étoile secondaire ;
— D : couplage triangle primaire ;
— d : couplage triangle secondaire ;
— Z : couplage zig-zag primaire ;
— z : couplage zig-zag secondaire.



(a) couplage étoile (b) couplage triangle

(c) couplage zig-zag

FIGURE 1.36 – Différents couplages d'un primaire ou d'un secondaire.

Les différents couplages possibles peuvent induire un déphasage α entre tensions homologues primaire et secondaire. Ce déphasage est toujours un multiple de 30°. On définit *l'indice horaire* par un nombre entier compris entre 0 et 11 caractérisant le déphasage α des tensions primaire et secondaire homologues. L'indice horaire est défini comme : $n = \frac{\alpha}{30°}$. Par analogie avec les divisions d'un cadran de montre (montre à aiguille), on parle de *groupe horaire* du transformateur.

La détermination du groupe horaire s'effectue comme suit : A, B, C désignent les bornes des enroulements primaires reliées aux phases R, S, T du réseau primaire, a, b, c celles du secondaire reliées aux phases r, s, t du réseau secondaire. Les bornes homologues étant repérées par un point, on dispose au centre d'un cadran de montre les vecteurs correspondant aux tensions primaire et secondaire de façon à placer la borne A à 12 heures (chiffre zéro). Le groupe horaire est fourni par l'heure de la borne a.

1.7.3.1 Établissement des diagrammes de vecteurs de Fresnel associés aux tensions

Généralement, on utilise des points afin de représenter les entrées des enroulements. On connaît grâce à ces points le sens de l'enroulement dans une colonne. On peut alors établir une règle au niveau des déphasages entre le primaire et le secondaire sur une colonne.

FIGURE 1.37 – Tensions secondaire primaire en phase.

Dans le cas de la figure 1.37 page précédente, on admettra que Van sera en phase avec U_{AB}. On admet ainsi que si les deux pointes des flèches représentant les tensions sont sur les points, alors on considère que les tensions sont en phases l'une par rapport à l'autre (à condition bien sûr que les deux enroulements soient sur la même colonne).

Dans le cas de la figure 1.38 , on admettra que V_{an} est en opposition de phase avec U_{AB}.

FIGURE 1.38 – Tensions secondaire primaire en opposition de phase.

Exemple : Déterminons l'indice horaire du transformateur de la figure 1.39

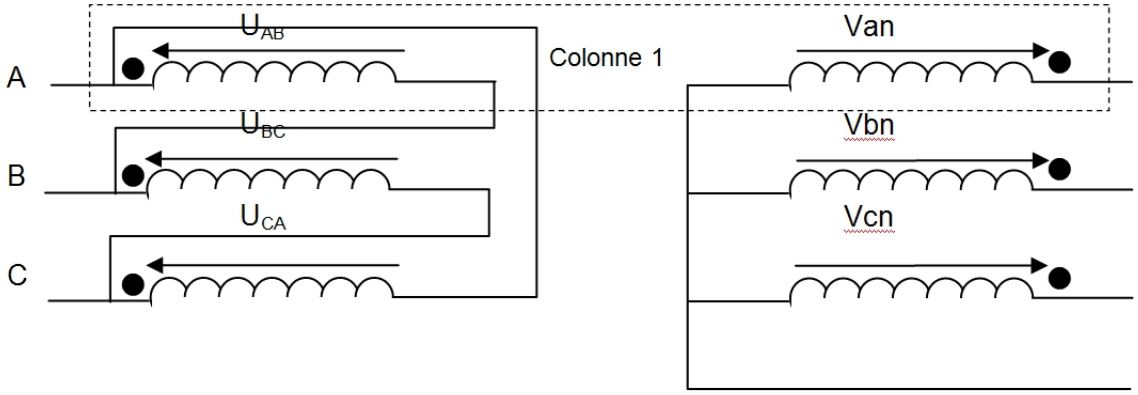


FIGURE 1.39 – Transformateur triangle étoile.

1. On trace les tensions des enroulements du primaire (ici ce sont des tensions composées).
2. On trace les tensions dans les enroulements du secondaire (phase ou opposition de phase selon les sens des flèches et l'emplacement des étoiles ou des points) en respectant les règles (ici dans notre cas Van en phase avec U_{AB}, etc.).
3. On mesure le déphasage entre la tension simple du primaire et la tension simple du secondaire et ceci quelque soit le couple du primaire et du secondaire). Dans le cas présent, le déphasage est de 330°.
4. On donne alors l'indice horaire qui est $\frac{330}{30} = 11$, ou bien on considère que la tension primaire est la grande aiguille d'une montre placée sur midi et on regarde quelle heure indique la petite aiguille qui est la tension secondaire homologue.

Il est aisé de modifier l'indice horaire d'un transformateur en effectuant une permutation circulaire des lettres affectées aux bornes : toute permutation correspond à une augmentation ou à une diminution de 4 de la valeur de l'indice horaire.

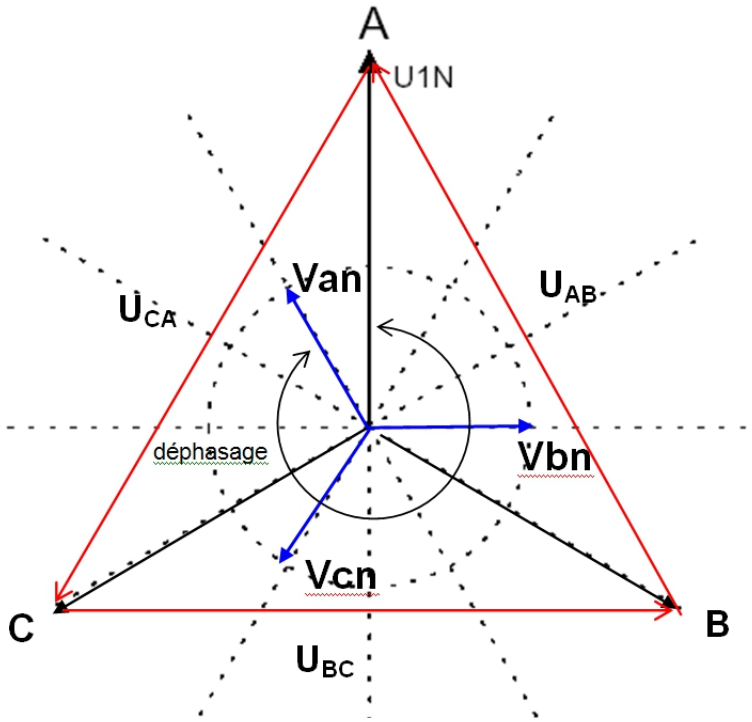


FIGURE 1.40 – Vecteurs de Fresnel permettant la détermination de l'indice horaire du transformateur triangle étoile.

REMARQUE : les couplages les plus fréquemment rencontrés sont les suivants : Yy0, Yd1, Yz11, Dy11, Dd0, Zy1.

1.7.4 Conditions du couplage en parallèle

Des transformateurs sont en parallèle lorsque leurs primaires sont alimentés par un même réseau et leurs secondaires connectés à une même ligne ou débitent dans une même charge. Pour que l'on puisse relier deux à deux les bornes homologues secondaires sans que circulent des courants importants entre les secondaires, il faut que ces bornes soient deux à deux aux mêmes potentiels. On en déduit les conditions nécessaires au couplage de deux transformateurs triphasés :

— même rapport de transformation ;

— même indice horaire et donc même déphasage entre tensions homologues primaires et secondaires.

On pourra donc coupler en parallèle des transformateurs dont les indices diffèrent de ±4 à condition d'effectuer les éventuelles permutations circulaires nécessaires aux niveaux des bornes secondaires.

On définit quatre groupe de transformateurs suivant les valeurs des indices horaires : deux transformateurs d'un même groupe (et de même rapport) peuvent aisément fonctionner en parallèle.

Groupe	Indices horaires	Couplages
I	0,4,8	Yy Dd Dz
II	2,6,10	Yy Dd Dz
III	1,5,9	Dy Yz Yd
IV	3,7,11	Dy Yz Yd

1.8 Mise sous tension des transformateurs

La mise sous tension d'un transformateur (enclenchement) s'accompagne d'un phénomène transitoire généralement de courte durée mais dont les effets peuvent être extrêmement gênants voire dangereux. Par exemple :

— efforts électrodynamiques importants entre spires ou bobines ;

— échauffements prohibitifs ;

— contraintes diélectriques dangereuses pour l'isolation ;

— creux de tension au primaire si le réseau n'est pas « infiniment puissant ».

1.8.0.1 Courant d'enclenchement à vide

La mise sous tension d'un transformateur dont le secondaire est ouvert peut s'accompagner d'un appel de courant très important i_{encl}. À l'enclenchement, la valeur instantanée de la tension appliquée au primaire vaut :

$$v_1 = \sqrt{2} \cdot V_1 \cdot \sin(\omega t + \alpha) = R_1 \cdot i_{encl} + n_1 \cdot \frac{d\phi_1}{dt}$$

où ϕ_1 représente le flux propre du primaire créé par i_{encl}.

La relation entre ϕ_1 et i_{encl} n'est pas linéaire à vide, il se produit un effet de saturation très marqué. Néanmoins, pour cette étude, on supposera que le flux peut être exprimé à partir d'une inductance propre L_1 constante, avec :

$$L_1 = \frac{n_1 \phi_1}{i_{encl}}$$

Il vient :

$$\sqrt{2} \cdot V_1 \cdot \sin(\omega t + \alpha) = R_1 \cdot \frac{n_1 \phi_1}{L_1} + n_1 \cdot \frac{d\phi_1}{dt}$$

ou encore :

$$\frac{R_1}{L_1} \cdot \phi_1 + \frac{d\phi_1}{dt} = \frac{\sqrt{2} \cdot V_1}{n_1} \cdot \sin(\omega t + \alpha)$$

Le flux ϕ_1 solution de l'équation se décompose en deux termes :

$$\phi_1 = \phi_{\text{permanent}} + \phi_{\text{transitoire}}$$

La composante permanente, en supposant R_1 négligeable devant $L_1\omega$ est fournie par :

$$\phi_{\text{permanent}} = \hat{\phi}_1 \cdot \sin\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\hat{\phi}_1 \cdot \cos(\omega t + \alpha)$$

où $\hat{\phi}_1$ représente l'amplitude maximale du flux total permanent à vide.

La composante transitoire est de la forme :

$$\phi_{\text{transitoire}} = C \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}$$

où la constante d'intégration C se détermine à partir des conditions initiales. Si le circuit magnétique est le siège d'un flux rémanent $\pm\phi_{\text{rémanent}}$, on a, à $t = 0$:

$$\phi_1 = \phi_{\text{permanent}} + \phi_{\text{transitoire}} = \pm\hat{\phi}_1 \cdot \cos(\alpha) + C \Rightarrow C = \hat{\phi}_1 \cdot \cos(\alpha) \pm \phi_{\text{rémanent}}$$

La composante transitoire s'écrit ainsi :

$$\phi_{\text{transitoire}} = \hat{\phi}_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t} \pm \phi_{\text{rémanent}} \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}$$

Le flux s'écrit donc :

$$\phi_1 = \phi_{\text{permanent}} + \phi_{\text{transitoire}} = -\hat{\phi}_1 \cdot \cos(\omega t + \alpha) + \hat{\phi}_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t} \pm \phi_{\text{rémanent}} \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}$$

soit :

$$\phi_1 = -\hat{\phi}_1 \left[\cos(\omega t + \alpha) - \cos(\alpha) \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}\right] \pm \phi_{\text{rémanent}} \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}$$

L'instant le plus favorable pour l'enclenchement correspond à $\alpha = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire au passage de la tension par son maximum.

Si $\phi_{\text{rémanent}} = 0$, le flux normal s'établit immédiatement à son régime permanent, soit :

$$\phi_{\text{permanent}} = -\hat{\phi}_1 \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \hat{\phi}_1 \cdot \sin(\omega t)$$

L'instant le plus défavorable correspond à $\alpha = 0$, c'est-à-dire au passage par zéro de la tension :

$$\phi_1 = -\hat{\phi}_1 \cdot \cos(\omega t) + \hat{\phi}_1 \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t} \pm \phi_{\text{rémanent}} \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}$$

avec habituellement : $\phi_{\text{rémanent}} \approx (0,2\text{à}0,3) \cdot \hat{\phi}_1$

Après une demi-période, $\omega t = \pi$, le flux prend la valeur :

$$\phi_1 = \hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_1 \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t} \pm (0,2\text{à}0,3) \cdot \hat{\phi}_1 \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}$$

Normalement : $R_1 \ll L_1\omega$.

d'où : $e^{-\frac{R_1}{L_1}\cdot t} \approx 1$ pour $\omega t = \pi$

et ainsi : $\phi_1 = \hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_1 \pm (0,2\text{à}0,3)\cdot\hat{\phi}_1$.

La valeur du courant magnétisant nécessaire à la création d'un tel flux est fournie par la caractéristique d'aimantation des tôles du circuit magnétique.

Dans la réalité, compte tenu des valeurs maximales d'induction choisies par les constructeurs (de 1,5 à 1,7 T), la caractéristique d'aimantation est saturée et le courant d'enclenchement à vide croît beaucoup plus que proportionnellement au flux.

Des relevés oscillographiques ont montrés des rapports $\frac{i_{enclenchement}}{I_{10}}$ allant de 80 à 120 (I_{10} est le courant magnétisant en régime permanent, à ne pas confondre avec le courant nominal !).

La composante apériodique du courant d'enclenchement s'amortit et disparaît pratiquement après un temps de l'ordre de 2 secondes pour de petits transformateurs et de 20 secondes pour des transformateurs de grande puissance. Le courant d'enclenchement ne présente normalement pas de danger pour le transformateur mais il risque de provoquer des déclenchements intempestifs si les relais de protection ne sont pas temporisés convenablement voire neutralisés pendant la mise sous tension.

Il est à noter que les problèmes de transitoire au démarrage se sont fait plus aigüe avec l'amélioration des caractéristiques magnétiques des tôles au cours des 50 dernières années. En effet, les cycles d'hystérésis sont désormais plus étroits, plus anguleux, avec, dans le domaine saturé, des courbes $\phi = f(i)$ plus horizontales que les cycles d'hystérésis des tôles que l'on trouvait jusque dans les années 1970-1980 comme le montrent les figures 1.41 et 1.42 page ci-contre.

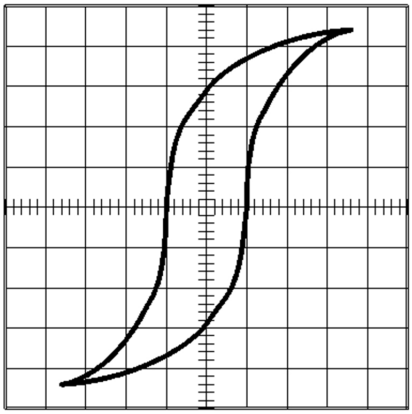


FIGURE 1.41 – Cycle d'hystérésis de tôles pour circuit magnétique fabriquées dans les années 1950.

1.8.0.2 Procédés employés afin de diminuer les surintensités à l'enclenchement

On pourrait penser à employer les moyens utilisés pour le démarrage des moteurs asynchrones. Cependant, ces solutions ne sont pas satisfaisantes. Le démarrage par insertion de résistances est à éviter à cause des pertes, prohibitives dans le

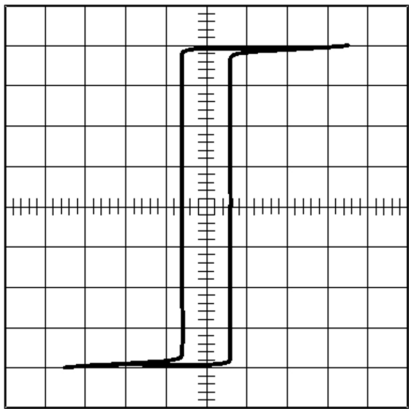


FIGURE 1.42 – Cycle d'hystérésis de tôles pour circuit magnétique fabriquées dans les années 1995.

cas des gros transformateurs. Le démarrage étoile-triangle nécessiterait deux couplages du primaires, ce qui, sans compter les problèmes de déphasage, n'est pas viable économiquement.

Une solution élégante consiste à créer une force contre électromotrice aux bornes du primaire du transformateur avant de l'enclencher. Ceci peut s'effectuer par la connexion aux bornes secondaires (en respectant les polarités, les points) d'un petit transformateur comme le montre la figure 1.43.

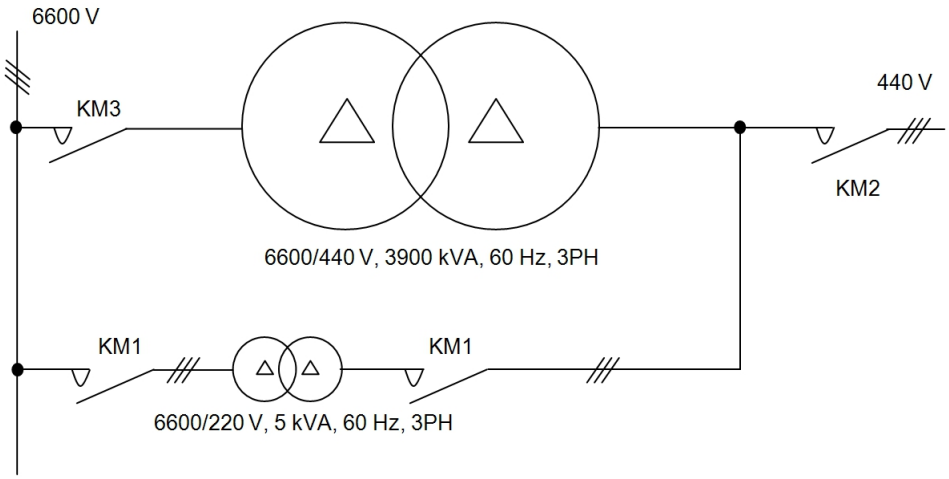


FIGURE 1.43 – Procédé de « démarrage » d'un gros transformateur.

La séquence d'enclenchement du transformateur 6600/440 V de la figure 1.43 est la suivante :

1. Les contacteurs KM1, KM2, et KM3 sont initialement ouverts.
2. On enclenche le transformateur auxiliaire 6600/220 V par la fermeture des deux contacteurs KM1. Ce transformateur étant d'une puissance très faible, le

courant d'enclenchement est négligeable. Ce petit transformateur alimente le secondaire du transformateur 6600/440 V en 220 V. Le transformateur 6600/440 V joue le rôle de transformateur élévateur vis-à-vis de la tension 220 V et produit entre les bornes de son primaire une tension de 3300 V en phase avec la tension des barres à 6600 V.

3. L'automatisme ferme ensuite KM3 (mettons 0,5 secondes après la fermeture des KM1). Le courant d'enclenchement appelé par le transformateur 6600/440 V sera ainsi réduit de moitié par la f.c.é.m. présente au primaire. On peut le réduire plus ou moins selon le rapport de transformation du transformateur auxiliaire. D'un point de vue magnétique, le transformateur auxiliaire a créé un flux en phase avec le flux permanent dans le circuit magnétique du transformateur principal. Le flux permanent aura une valeur efficace plus importante en régime établi, mais le transformateur principal n'appelle qu'un courant d'enclenchement modéré pour augmenter la valeur efficace du flux déjà présent à la valeur finale (pré-magnétisation).
4. On peut ensuite ouvrir les contacteurs KM1.
5. Puis fermer le contacteur KM2, le transformateur principal étant « démarré », prêt à alimenter ses récepteurs.

Le procédé peut évoquer un démarrage de machine asynchrone par auto-tranformateur.

1.9 Exercices et problèmes sur le transformateur

1.9.1 Utilité du transformateur pour le transport de l'énergie électrique

On désire alimenter sous une tension alternative de 220 V un récepteur monophasé absorbant 50 A avec un facteur de puissance de 0,6 arrière (inductif). Ce récepteur est situé à l'extrémité d'une ligne bifilaire de 40 km de longueur dont chaque conducteur en cuivre de résistivité $1,6 \cdot 10^{-8}\ \Omega/\text{m}$, possède une section de $1\ \text{cm}^2$. On utilise deux transformateurs parfaits identiques T_1 et T_2 ; T_1 est utilisé en élévateur de tension et T_2 en abaisseur. Le rapport des nombres de spires est de 25.

Dans un premier temps, on n'utilise pas de transformateur.

1. Calculer la tension à imposer à l'entrée de la ligne pour alimenter correctement le récepteur.
2. Calculer la puissance perdue pendant le transport.
3. Calculer le pourcentage des pertes par rapport à la puissance utile transportée.

On utilise désormais les transformateurs T_1 et T_2.

4. Calculer la tension d'alimentation du transformateur T_1, situé au début de la ligne, afin d'alimenter correctement le récepteur.
5. Calculer les pertes dues au transport.

Voir la correction page page 44

1.9.2 Autotransformateur

Soit un transformateur monophasé (à deux enroulements) 60 Hz, 12 kVA, 600 V / 120 V que l'on peut considérer comme parfait. On utilise les deux enroulements de ce transformateur pour câbler un autotransformateur de rapport 600 V / 720 V.

1. Dessiner le schéma du câblage à réaliser pour transformer le transformateur en autotransformateur élévateur.
2. Calculer la capacité, en kVA, de cet autotransformateur.
3. Même questions pour réaliser un autotransformateur abaisseur de rapport 600 V / 480 V.

Voir la correction page page 44

1.9.3 Calcul du nombre de spires nécessaire pour réaliser un transformateur

On veut réaliser un transformateur monophasé 5000 V / 200 V, 50 Hz. La section du circuit magnétique sera de $1\,\text{dm}^2$. L'induction maximale dans le circuit magnétique ne doit pas dépasser 1,5 T.

1. Calculer les nombres de spires du primaire et du secondaire.
2. Recalculer les nombres de spires si la fréquence d'utilisation est de 60 Hz au lieu de 50 Hz.

Voir la correction page page 46

1.9.4 Essai à vide

Un transformateur monophasé a été soumis a un essai à vide, on a mesuré les valeurs suivantes :

$V_1 = 220\,\text{V}$, $V_2 = 110\,\text{V}$, $I_1 = 0{,}3\,\text{A}$, $I_2 = 0\,\text{A}$, $P_1 = 10\,\text{W}$, $f = 50\,\text{Hz}$.

L'enroulement primaire présente une résistance $R_1 = 8\,\Omega$ et le secondaire, une résistance $R_2 = 2\,\Omega$. On néglige les fuites magnétiques.

1. Calculer le facteur de puissance à vide, le courant magnétisant I_{10} , le courant I_F , la résistance R_F et l'inductance L_1.

Le courant appelé par le secondaire étant $I_2 = 2\,\text{A}$, en phase avec la tension , calculer :

2. la tension obtenue, le primaire restant alimenté sous 220 V.
3. le rendement du transformateur.

Voir la correction page page 46

1.9.5 Fonctionnement d'un transformateur

On considère un transformateur monophasé dont le rapport de transformation est m = 23. L'impédance totale du transformateur ramenée au secondaire a un module de $1,33\,\Omega$ et un argument de $70°30'$. Pour le fonctionnement considéré, les pertes fer sont de l'ordre de 70 W. Le secondaire débite 3 kVA sous une tension de 200 V avec un facteur de puissance égal à 0,8 (récepteur inductif).

1. Calculer la tension au primaire.
2. Calculer le rendement du transformateur.

Voir la correction page page 46

1.9.6 Essai en court-circuit

Lors de l'essai en court-circuit d'un transformateur, on a relevé les valeurs suivantes :

— $I_1 = 0,65$ A, $I_2 = 15$ A ;
— $P_1 = 100$ W ;
— $V_1 = 460$ V

1. Calculer le rapport de transformation.
2. Calculer l'impédance ramenée au secondaire $\underline{Z_S}$.

on sait que $R_2 = 0,225\,\Omega$.

3. Calculer la valeur de R_1.

Voir la correction page page 47

1.9.7 Transformateur monophasé en charge

Soit un transformateur monophasé de caractéristiques :

— $S_n = 10$kVA ;
— 60 Hz ;
— 600 V/120 V ;
— impédance ramenée au primaire : $R_{S1} + jX_{S1} = 0,5 + j6,0\,\Omega$;

Une charge inductive est connectée au secondaire. On mesure alors au primaire :

— $V_1 = 600$ V ;
— $I_1 = 16,7$ A ;
— $P_1 = 8$ kW ;
— $S_1 \simeq 10$kVA ;
— Essai à vide : $P_{1v} = 200$ W $Q_{1v} = 1134$ VAR.

Calculer la tension V_2 au secondaire ainsi que le facteur de puissance de la charge.

Voir la correction page page 47

1.9.8 Fabrication d'un transformateur, prédétermination des éléments du schéma équivalent de Kapp

On réalise un transformateur monophasé 220 V/110 V de puissance apparente 1100 VA. Ce transformateur est alimenté au primaire par une tension de 220 V-50 Hz.

Pour réaliser ce transformateur, on utilise le circuit magnétique dont la forme est donné à la figure 1.44. On admettra que la section du tube d'induction est $s = 17,5\ \text{cm}^2$ et que la longueur moyenne de la ligne d'induction est $l = 36$ cm Les tôles

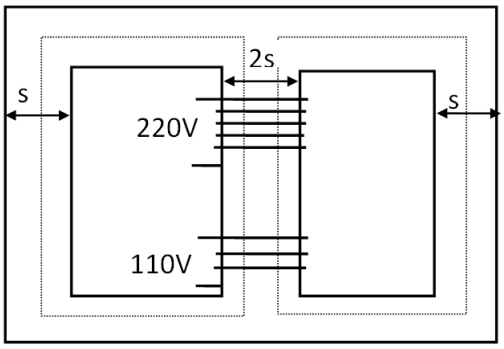


FIGURE 1.44 – Circuit magnétique du transformateur de l'exercice 1.9.8.

magnétiques utilisées, non saturées, ont les caractéristiques suivantes :

— perméabilité relative : $\mu_r = 3000$ SI ;
— masse volumique : $\rho = 7000\ \text{kg/m}^3$;
— pertes fer à 50 Hz : 2,5 W/kg pour une induction maximale de 1 T.

On rappelle la valeur de la perméabilité magnétique de l'air : $\mu_0 = \frac{1}{8 \cdot 10^5}$ SI.

1. Calculer le nombre n_1 de spires du primaire pour que, dans le fer, l'induction **maximale** atteinte soit de 1 T.
2. Calculer la valeur efficace du courant magnétisant I_{10} absorbé au primaire.
3. Calculer les pertes fer puis calculer la valeur de la composante I_{1F} du courant à vide, en phase avec la tension d'alimentation.
4. Calculer le courant I_{1V} absorbé à vide par le primaire ainsi que le facteur de puissance à vide.

Le transformateur ayant été réalisé, on a procédé aux essais expérimentaux qui ont donné les valeurs suivantes :

— essai à vide : $V_1 = 220$ V, $V_2 = 110$ V, $P_V = 25$ W ;
— essai en court-circuit : $I_{2CC} = 10$ A, $V_{1CC} = 6,22$ V ;
— résistances primaire et secondaire mesurées à chaud : $R_1 = 0,40\ \Omega$, $R_2 = 0,12\ \Omega$.

5. Calculer la réactance de fuite ramenée au secondaire $\ell_s\ \omega$.
6. Calculer la tension V_2 obtenue lorsque $V_1 = 220$ V et que le transformateur débite au secondaire un courant inductif $I_2 = 10$ A avec $\cos\varphi_2 = 0,8$. Il est conseillé d'utiliser la relation simplifiée permettant de calculer la chute de tension ΔV_2.

Voir la correction page page 49

1.9.9 Étude du fonctionnement d'un transformateur, court-circuit, mise en parallèle

Le transformateur étudié ici est une version monophasé d'un transformateur de distribution assez courant du genre de ceux que l'on voit en haut des poteaux dans les campagnes. Une série de mesure sur un transformateur monophasé a permis d'établir les caractéristiques suivantes :

— Tensions à vide : $U_{1n} = 21$ kV, $U_{2n} = 380$ V ;

— Impédances du primaire : $R_1 = 61\Omega$, $\ell_1\omega = 141\Omega$;

— Impédances du secondaire : $R_2 = 2$ mΩ, $\ell_2\omega = 40$ mΩ ;

— Puissance nominale : $S_n = 76$ kVA.

Sauf indication contraire, dans tout le problème le transformateur sera alimenté par un réseau de tension 21 kV-50 Hz.

1. Dessiner le schéma équivalent de kapp, ramené au secondaire, en précisant les valeurs du rapport de transformation, de R_S et de $\ell_S\omega$;
2. Le secondaire du transformateur débite sur une charge absorbant un courant $I_2 = I_{2n}$, de facteur de puissance $\cos\varphi = 0,8$ (inductif).

   2.1. Calculer la chute de tension ΔU_2 en utilisant la relation algébrique simplifiée.

   2.2. Calculer la tension aux bornes de la charge.

   Le primaire étant toujours alimenté sous une tension de 21000 V, les bornes de sortie du secondaire sont mises en court-circuit franc.

   2.3. Calculer le courant de court-circuit I_{CC}.

   2.4. Calculer la puissance dissipée par effet Joule dans le transformateur lors de ce court-circuit.

   2.5. Calculer la tension U_{1CC} à laquelle il faut réduire la tension primaire pour limiter le courant de court-circuit à $I_{2CC} = I_{2n}$. Calculer la valeur : $\epsilon = \frac{U_{1CC}}{U_{1n}}$ en %.

   2.6. Calculer la puissance absorbée P_{CC} lors de l'essai en court-circuit sous tension réduite U_{1CC}.

3. Un essai supplémentaire, à vide, a donné la puissance absorbée au primaire : $P_0 = 400$W pour $\cos\varphi_0 = 0,1$

   3.1. Calculer le rendement du transformateur lorsqu'il débite $I_2 = I_{2n}$ avec $\cos\varphi_2 = 0,8$. Les conditions d'exploitation demeurent identiques, à savoir : ($I_2 = I_{2n}$, $\cos\varphi_2 = 0,8$ inductif).

   3.2. Calculer la puissance active P_1 absorbée au primaire.

   3.3. Calculer la puissance réactive Q_1 absorbée au primaire.

   3.4. Calculer le facteur de puissance du primaire, $\cos\varphi_1$.

   3.5. Calculer le courant I_1 absorbé par le primaire.

4. Calculer le courant débité I_2' donnant lieu au rendement maximum. Calculer ce rendement pour $\cos\varphi_2 = 1$.
5. On considère à présent un deuxième transformateur, rigoureusement identique au premier. Son rapport de transformation vaut néanmoins : m'= 1,01.m . Les primaires sont connectés en parallèle sur le réseau 21 kV. Les secondaires sont connectés en parallèle.

   5.1. L'ensemble étant à vide (pas de débit sur charge extérieure), calculer le courant de circulation I_V dans les secondaires.

   On débranche le primaire du transformateur n° 2 du réseau ; les secondaires des transformateurs n° 1 et n° 2 restent cependant connectés en parallèle.

   5.2. Calculer le courant au secondaire du transformateur n° 1.

   5.3. Calculer le courant appelé par le primaire du transformateur n° 1.

   5.4. Calculer la puissance dissipée par effet Joule dans chacun des transformateur.

   5.5. Est-il possible de toucher les bornes d'entrée du transformateur n° 2 ?

   On rebranche le primaire, mais le secondaire est mal couplé (sorties pointées reliées aux sorties non pointées). Le transformateur est toujours à vide.

   5.6. Calculer le courant de circulation dans les secondaires.

   5.7. Calculer la puissance dissipée par effet Joule dans chacun des transformateurs.

Voir la correction page page 50

1.9.10 Étude d'un transformateur triphasé

Un transformateur Dy avec neutre au secondaire, possède un rapport de nombres de spires égal à 0,044. La tension primaire est de 5000 volt.

1. Calculer les tensions disponibles au secondaire.
2. Calculer l'intensité du courant primaire dans un fil de ligne et dans un enroulement si le secondaire débite 100 A.

Voir la correction page page 52

1.9.11 Transformateur triphasé : modification du couplage du secondaire

Un transformateur triphasé dont le primaire est en étoile, est alimenté sous une tension de 20000 V. Les nombres de spires par noyau sont $n_1 = 4000$ au primaire et $n_2 = 76$ au secondaire. La puissance apparente du transformateur est $S_n = 140$ kVA.

1. Calculer les tensions disponibles au secondaire (entre phases et éventuellement entre neutre et phase) pour les couplages suivants :
   — étoile avec neutre ;
   — triangle ;

— zig-zag avec neutre.

2. Pour chacun des trois couplages, calculer l'intensité du courant dans la ligne au secondaire ainsi que l'intensité du courant dans un enroulement si le primaire absorbe un courant égal à l'intensité nominale.

Voir la correction page page 53

1.9.12 corrigé de l'exercice 1.9.1 page 38, page page 38

1. On calcule d'abord la résistance de la ligne $R = \rho \cdot \frac{l}{s} = 1,6 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2 \times 40000}{1 \cdot 10^{-4}} = 12,8\ \Omega$. Le déphasage du courant sur la tension vaut : $-\arccos(0,6) \simeq -53°$. Sans transformateur, la tension à appliquer à l'entrée de la ligne doit être égale à celle régnant aux bornes du récepteur plus celle aux bornes de la résistance de la ligne, soit : $220\underline{/0°} + 12,8 \times 50\underline{/-53°} = 792\underline{/-40°}$ V. Cette tension est beaucoup trop importante, on ne pourra pas alimenter des récepteurs de tension nominale 220 V à l'entrée de la ligne. D'autre part, la puissance perdue lors du transport est celle perdue en effet Joule dans la résistance de la ligne, soit : $RI^2 = 12,8 \times 50^2 = 32$ kW. Ces 32 kW doivent être comparés à la puissance absorbée par le récepteur : $220 \times 50 \times 0,6 \simeq 6.6$ kW, on perd pratiquement trois fois la puissance transportée ! Il faudra donc soit diminuer la résistance de la ligne, soit utiliser des transformateurs afin d'augmenter la tension et de diminuer l'intensité dans la ligne.
2. Partant du secondaire du transformateur qui alimente le récepteur et qui doit fournir 220 V afin que celui-ci fonctionne correctement, on calcule les différentes tensions jusqu'à l'entrée de la ligne. Le primaire du transformateur qui alimente le récepteur doit être alimenté sous une tension de $220 \times 25 = 5500$ V. Le courant absorbé par le primaire est : $\frac{n_2}{n_1} \times I_2 = \frac{1}{25} \times 50 = 2$ A. La d.d.p. aux bornes de la résistance de la ligne est de $12,8 \times 2 = 25,6$ V qui doit être ajoutée vectoriellement au 5500 V.

   La tension au secondaire du transformateur élévateur en début de ligne est donc : $V_2 = 5500\underline{/0°} + 25,6\underline{/-53°} \simeq 5515\underline{/-0,2°}$ V.

   La tension aux bornes du primaire du transformateur élévateur doit donc être de : $\frac{5515}{25} \simeq 220,6$ V ce qui est beaucoup plus raisonnable et ne posera plus aucun problème aux récepteurs alimentés par cette tension en début de ligne.

   L'intensité circulant dans la boucle haute tension est : $50 \times \frac{1}{25} = 2$A. Les pertes par effet Joule dans la ligne sont donc désormais de $12,8 \times 2^2 \simeq 51$W, soit 0,46 % de la puissance transportée. Les transformateurs permettant de transporter l'énergie électrique en haute tension permettent donc de résoudre très efficacement les problèmes de transport de l'énergie électrique.

1.9.13 corrigé de l'exercice 1.9.2 page 39, page page 39

1. Le schéma modifié est celui de la figure 1.45 page suivante page page ci-contre. La connexion a pour but d'ajouter le vecteur 600 V au vecteur 120 V.
2. En se plaçant du côté secondaire, la puissance apparente de l'autotransformateur est égale à : 720V × 100A = 72 kVA. On aurait pu se placer du côté primaire et faire le calcul : 600V × 120A = 72 kVA. Les deux valeurs sont évidemment identiques.

3. Pour la transformation en autotransformateur abaisseur, la connexion à réaliser doit permettre de soustraire le vecteur 120 V au vecteur 600 V comme le montre la figure 1.46 page de la présente page.

4. En se plaçant du côté secondaire, la puissance apparente de l'autotransformateur est égale à : 480V × 100A = 48 kVA. On aurait pu se placer du côté primaire et faire le calcul : 600V × 80A = 48 kVA. Là aussi, bien évidemment, les deux valeurs sont évidemment identiques.

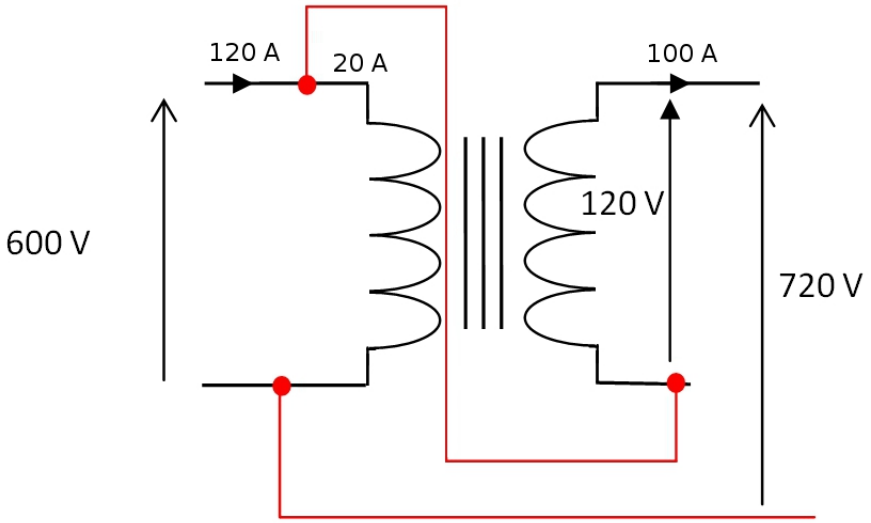


FIGURE 1.45 – Modification des connexions pour transformer un transformateur en autotransformateur élévateur.

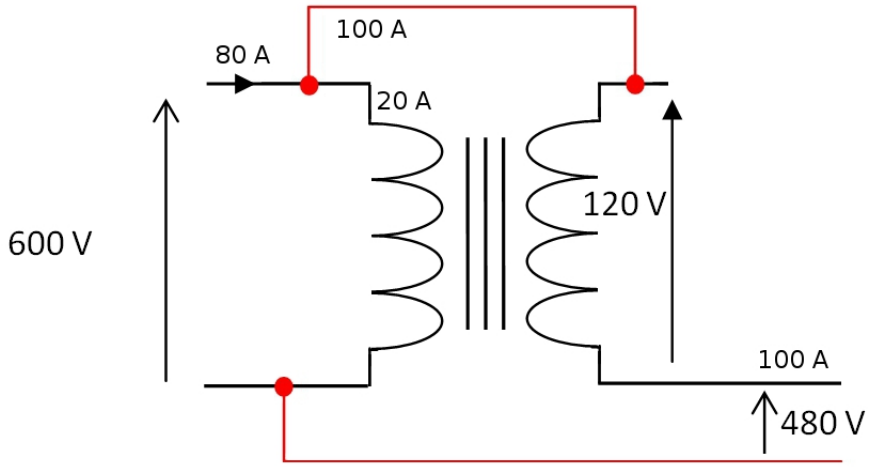


FIGURE 1.46 – Modification des connexions pour transformer un transformateur en autotransformateur abaisseur.

1.9.14 corrigé de l'exercice 1.9.3 page 39, page page 39

La formule de la page page 8 permet d'obtenir :

$$n_1 = \frac{V \times \sqrt{2}}{2\pi f \widehat{B} S}$$

On en tire les valeurs suivantes : $n_1 = 1500$ spires, $n_2 = 60$ spires en 50 Hz ;

en 60 Hz, $n_1 = 1250$ spires et $n_2 = 50$.

Il est à noter que le transformateur, s'il est initialement conçu pour fonctionner en 50 Hz, pourra fonctionner sans problème en 60 Hz, alors que l'inverse poserait des problèmes, l'onde de tension secondaire serait déformée à cause de la saturation du circuit magnétique.

1.9.15 corrigé de l'exercice 1.9.4 page 39, page page 39

La clé de la résolution de cet exercice est la figure montrant la décomposition du courant absorbé à vide à la page page 13.

1. Facteur de puissance : $P_1 = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{P_1}{V_1 \cdot I_1} = \frac{10}{220 \cdot 0{,}3} = 0{,}15$.
   Courant magnétisant : $I_{10} = I_1 \cdot \sin\varphi_{1V} = 0{,}3 \times \sin(\arccos(0{,}15)) = 296\,\text{mA}$.
   Courant créant les pertes fer : $I_{1F} = I_1 \cdot \cos\varphi_{1V} = 0{,}3 \times 0{,}15 = 45\,\text{mA}$.

   R_F peut se calculer de plusieurs manières : $R_F = \frac{V_1}{I_{1F}} = \frac{P_1}{I_{1F}^2} = \frac{V_1^2}{P_1}$. La dernière formule permet un calcul directement avec les données de l'énoncé, minimisant ainsi les risques d'erreur (au cas, fort improbable, où le calcul de I_{1F} ne serait pas correct). On a donc : $R_F = \frac{220^2}{10} = 4{,}84\,\text{k}\Omega$. Il est à noter que les résistances fictives (elles n'ont aucune réalité physique et ne se mesure pas) R_F possède une valeur assez importante (supérieure au kΩ).

   L_1 ne se calcule que par une seule formule étant donné que l'on ne mesure pas la puissance réactive absorbée à vide par le transformateur. En valeur efficace, on a : $V_1 = L_1\omega \cdot I_{10} \Rightarrow L_1 = \frac{V_1}{\omega \cdot I_{10}} = \frac{220}{314 \cdot 0{,}296} = 2.36\,\text{H}$.

2. Le courant secondaire étant en phase avec V_2, le vecteur $R_S \cdot \overrightarrow{I_2}$ est en phase avec $\overrightarrow{V_2}$. Les fuites magnétiques étant nulles d'après l'énoncé, les inductances de fuite également. On a donc : $V_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot V_1 - R_S \cdot I_2$.

   Le calcul de R_S ne pose aucune difficulté : $R_S = R_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot R_1 = 2 + \left(\frac{110}{220}\right)^2 \times 8 = 4\,\Omega$.
   Ainsi, $V_2 = \frac{220}{2} - 4 \times 2 = 102\,\text{V}$.
   Rendement : $\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{fer} + P_{cuivre}} = \frac{102 \times 2 \times 1}{102 \times 2 + 10 + 4 \times 2^2} = 0{,}887$.

1.9.16 corrigé de l'exercice 1.9.5 page 40, page page 40

Calcul de la tension secondaire :

Déterminons tout d'abord I_2 : $I_2 = \frac{S}{V_2} = \frac{3000}{200} = 15\,\text{A}$. Avec le facteur de puissance, on en déduit $\underline{I_2} = 15\underline{/\arccos 0{,}8} = 15\underline{/37^\circ}$

L'équation de maille du secondaire est : $\frac{n_2}{n_1} \cdot \underline{V_1} = \underline{Z_S} \cdot \underline{I_2} + \underline{V_2} \Rightarrow \underline{V_1} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \left(\underline{Z_S} \cdot \underline{I_2} + \underline{V_2}\right) = 23 \times (1,33\underline{/70,5^\circ} \times 15\underline{/-37^\circ} + 200\underline{/0^\circ}) \simeq 4990\underline{/2,9^\circ}$ V.

Rendement :

La résistance des enroulements ramenée au secondaire est la partie réel de l'impédance totale ramenée au secondaire : $R_S = 1,33 \times \cos(70,5^\circ) = 0,444\Omega$.

$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{fer} + P_{cuivre}} = \frac{3000 \times 0,8}{3000 \times 0,8 + 70 + 0,444 \times 15^2} \simeq 0,934$.

1.9.17 corrigé de l'exercice 1.9.6 page 40, page page 40

1. Pour le calcul du rapport de transformation, il faut penser à utiliser le rapport des intensités : $\frac{n_2}{n_1} = \frac{I_{1CC}}{I_{2CC}} = \frac{0,65}{15} = 0,043$.
2. $\frac{n_2}{n_1} \cdot \underline{V_1} = \underline{Z_S} \cdot \underline{I_{2CC}} \Rightarrow Z_S = \frac{\frac{n_2}{n_1} \cdot V_1}{I_{2CC}} = \frac{0,043 \times 460}{15} = 1,32\,\Omega$.
   L'argument de Z_S s'obtient avec la formule : $P = V \cdot I \cdot \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{100}{0,043 \times 460 \times 15} = 0,334 \Rightarrow \varphi = 70,5^\circ$.
   On a donc : $\underline{Z_S} = 1,32\underline{/+70,5^\circ}\,\Omega$. Il s'agit bien de + 70,5° car l'impédance étant de nature inductive, il faut parcourir un angle dans le sens positif trigonométrique pour, partant du vecteur courant, arriver sur le vecteur tension.
3. $R_1 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \times (R_S - R_2) = \left(\frac{1}{0,043}\right)^2 \times (0,444 - 0,225) \simeq 113\,\Omega$.
   Cette valeur peut paraître élevée, mais les pertes Joule au primaire demeurent modérées. En effet, en considérant un transformateur 5000 V/220 V de 3 kVA, comme dans l'exercice 1.9.5 page 40 l'intensité nominale primaire est de : $I_{1n} = \frac{3000}{5000} = 0,6\,\text{A} \Rightarrow R_1 \times I_{1n}^2 = 41\,\text{W}$.

1.9.18 corrigé de l'exercice 1.9.7 page 40, page page 40

Comme souvent, il y a plusieurs méthode pour résoudre cet exercice. L'une d'entre elle consisterait à se ramener en terrain connu et à repasser la résistance des bobinages R_{S1} et l'inductance de fuite X_{S1} au secondaire. Il suffirait ensuite de calculer la chute de tension à l'aide de la formule que nous avons vu.

Nous allons plutôt tout ramener au primaire en modélisant le récepteur par une résistance en série avec une inductance. Pour ce faire, il est nécessaire de calculer la puissance active et la puissance réactive absorbée par ce récepteur.

La puissance apparente absorbée par le primaire est égale à :

$$S_1 = V_1 \times I_1 = 600 \times 16,7 \simeq 10\text{kVA}$$

La puissance active absorbée par le primaire du transformateur est égale à celle absorbée par la charge plus celle absorbée par le transformateur (pertes fer et perte Joule dans les enroulements).

$$R' = \frac{P_1 - P_{\text{ertes fer}}}{I_1^2} - R_1 = \frac{7800}{(16,7)^2} - 0,5 \simeq 25,5\,\Omega$$

La puissance active absorbée par la charge est :

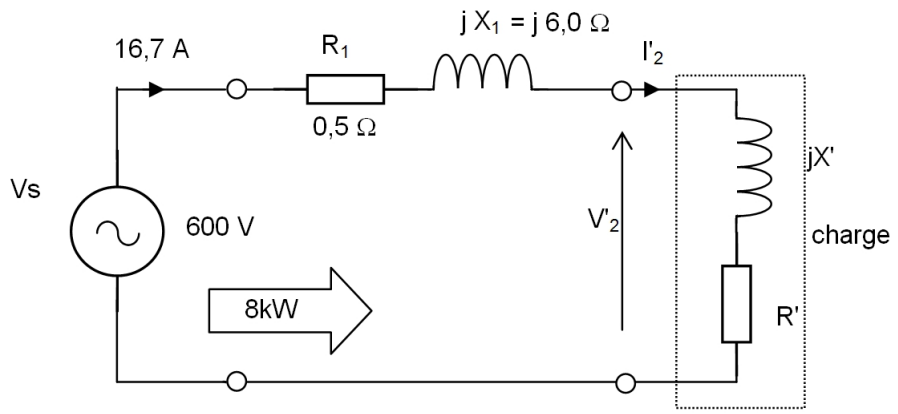


FIGURE 1.47 – Circuit équivalent du transformateur de l'exercice 1.9.7 page 40.

$$P_{\text{charge}} = P_1 - P_{\text{fer}} - R_{1S} \times I_1^2 = 8000 - 200 - 0,5 \times 16,7^2 = 7661 \text{ W}$$

La puissance réactive consommée par le primaire est égale à :

$$Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = \sqrt{(10^3)^2 - (8000)^2} = 6,00 \text{ kVA}$$

La puissance réactive consommée par la charge est égale à celle absorbée par le primaire à laquelle il faut retrancher celle absorbée par les inductances de fuite et celle absorbée par L_1 (donné par l'essai à vide). Cela va nous permettre de calculer la réactance de la charge. En effet, nous avons :

$Q_1 = (X_1 + X_{\text{charge}}) \times I_1^2 + Q_{L_1}$, on déduit :

$$X_{\text{charge}} = \frac{Q_1 - Q_{L_1}}{I_1^2} - X_1 = \frac{6,00 \cdot 10^3 - 1135}{(16,7)^2} - 6 \simeq 11,4\,\Omega$$

$$Q_{\text{charge}} = X_{\text{charge}} \times I_1^2 = 11,4 \times 16,7^2 = 3192 \text{ VAR}$$

$$S_{\text{charge}} = \sqrt{P_{\text{charge}}^2 + Q_{\text{charge}}^2} = \sqrt{7661^2 + 3192^2} = 8299 \text{ VA}$$

Le facteur de puissance de la charge est : $\cos\varphi_1 = \frac{P_{\text{charge}}}{S_{\text{charge}}} = \frac{7661}{8299} = 0,923 \Rightarrow \varphi_1 = 22°,6$

La tension V_2' est égale à :

$$\underline{V_2'} = \underline{V_1} - (R_1 + jX_1)\underline{I_1} = 600 - (0,5 + j6) \cdot (16,7\underline{/-22°,6}) \simeq 561\underline{/-9°} \text{ V}$$

La tension aux bornes du secondaire du transformateur est :

$$\underline{V_2} = \frac{\underline{V_2'}}{(600/120)} = \frac{561\underline{/-9°}}{5} \simeq 112\underline{/-9°} \text{ V}$$

La valeur efficace de la tension secondaire est donc 112 V.

Le facteur de puissance de la charge est : $\cos\varphi_2 = \cos\left[\arctan\left(\frac{X'}{R'}\right)\right] = \cos(30°,9) \simeq 0,86$.

On peut également résoudre cet exercice graphiquement. On peut aussi ramener les impédances R_1 et X_1 au secondaire afin de se retrouver en terrain plus familier et calculer la chute de tension ΔV_2 par la formule approximative, puis en déduire V_2.

1.9.19 corrigé de l'exercice 1.9.8 page 41, page page 41

1. $e = \frac{\partial\phi}{\partial t} \Rightarrow \underline{V} = jn_1\omega\underline{\phi} \Rightarrow \widehat{V} = n_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f\widehat{B}S \Rightarrow n_1 = \frac{\widehat{V}}{2\cdot\pi\cdot f\cdot\widehat{B}\cdot S} = \frac{220\cdot\sqrt{2}}{2\cdot 50\cdot 1\cdot 0{,}0035} = 283$ spires
2. Les équations de la page page 11 nous donnent $\underline{I_{10}} = \frac{\underline{V_1}\cdot\mathscr{R}}{j\omega n_1^2}$. Il nous faut déterminer la réluctance $\mathscr{R}$ du circuit magnétique. Celui-ci est constitué par deux circuits identiques **en parallèle** comme le montre la figure 1.48.

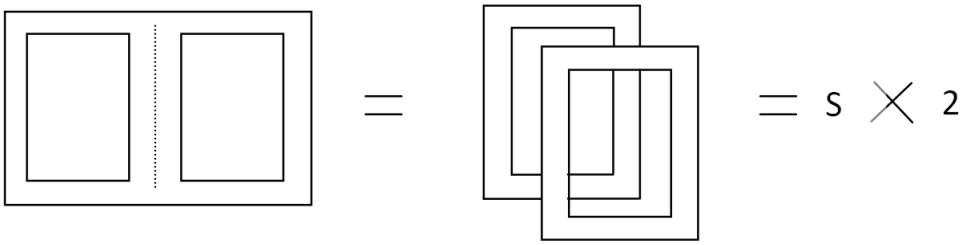


FIGURE 1.48 – Circuit magnétique équivalent du transformateur de l'exercice 1.9.8 page 41.

Or, $\mathscr{R} = \frac{1}{\mu_0\times\mu_r}\cdot\frac{l}{S} \Rightarrow \mathscr{R} = \frac{8\cdot 10^5\cdot 0{,}36}{3000\cdot 0{,}0035} = 27468$ A/Wb.
D'où $I_0 = \frac{27468\times 220}{283^2\times 314} \simeq 240$ mA.
3. Le volume du circuit magnétique est : $V = 2\times S\times l = 2\times 0{,}00175\times 0{,}36 = 1{,}26$ l.
Les pertes fer sont donc : $P_f = \rho\times 2\times S\times l\times 2{,}5 \simeq 22$ W.
Et donc : $I_{1F} = \frac{P_f}{V_1} \simeq 0{,}1$ A.
4. $I_{1V} = \sqrt{I_0^2 + I_{1F}^2} \simeq 0{,}26$ mA, $\cos\varphi_V = \frac{I_{1F}}{I_{1V}} = \frac{0{,}1}{0{,}26} = 0{,}38$.
5. L'essai en court-circuit permet de déterminer l'inductance de fuite :

$$\ell_{s\omega} = \frac{\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\cdot V_{1CC}\right)^2 - (R_S\cdot I_{2CC})^2}}{I_{2CC}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{110}{220}\cdot 6{,}22\right)^2 - \left(\left(0{,}12 + \left(\frac{110}{220}\right)^2\cdot 0{,}40\right)\times 0{,}10\right)^2}}{10} \simeq 0{,}22\,\Omega$$

.

6. La figure 1.49 page suivante permet de tracer le diagramme de Kapp 1.50 page suivante.
Dans le triangle rectangle ABC, on a V_2 qui correspond à la longueur AD. Et $|AD| = |AC| - |CD| = \sqrt{AB^2 - BC^2} - |CD|$. On peut donc calculer :

$$V_2 = \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\cdot V_1\right)^2 - \left(\sqrt{\left(R_S^2\cdot I_2^2 + \ell_s^2\omega^2 I_2^2\right)}\cdot\sin\varphi\right)^2} - \sqrt{\left(R_S^2\cdot I_2^2 + \ell_s^2\omega^2 I_2^2\right)}\cdot\cos\varphi$$

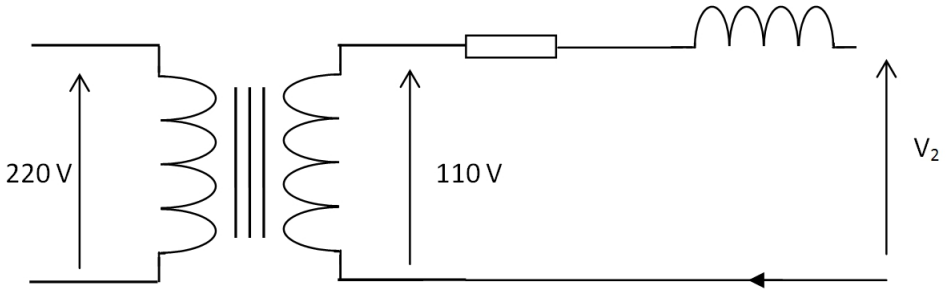


FIGURE 1.49 – Circuit équivalent du transformateur de l'exercice 1.9.8 page 41.

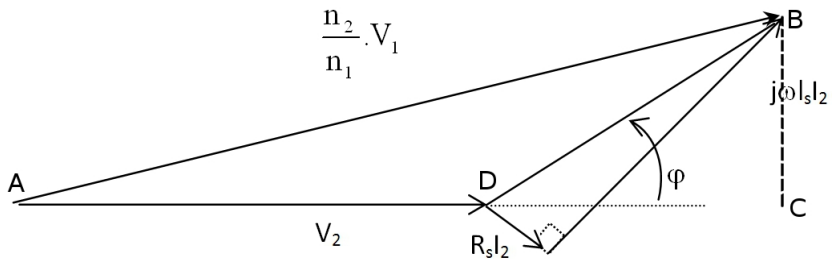


FIGURE 1.50 – Diagramme de Kapp du transformateur de l'exercice 1.9.8 page 41.

Soit : $V_2 \simeq 108$ V. Ceci correspond à un calcul exact. Sinon, par la formule approchée de la chute de tension, on obtient plus simplement :
$V_2 = \left(\frac{n_2}{n_1} \cdot V_1\right) - \left(R_S \cdot I_2 \cdot \cos\varphi + \ell_s\omega \cdot I_2 \cdot \sin\varphi\right) \simeq 107$ V

1.9.20 corrigé de l'exercice 1.9.9 page 42, page page 42

1. $m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{380}{21000} = 0,018$, $R_S = R_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \times R_1 = 0,022\Omega$
   $\ell_s\omega = \ell_2\omega + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \times \ell_1\omega \Rightarrow \ell_s\omega = 0,086\,\Omega$;
2. 2.1. $\Delta U_2 \simeq \left(R_S I_2 \cos\varphi + \ell_s\omega I_2 \sin\varphi\right) = 13,84 \simeq 14$V.
   2.2. $I_{2n} = \frac{S_n}{U_{2n}} = 200\text{A} \Rightarrow V_2 = \left(\frac{n_2}{n_1} \cdot V_1\right) - \Delta U = 380 - 14 \simeq 366$V
   2.3. $I_{CC} = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot V_1\right)}{\sqrt{R_S^2 + \left(\ell_s\omega\right)^2}} \simeq 4280$A.
   2.4. $P_J = R_S \times I_{2CC}^2 = 0,022 \times 4280^2 \simeq 403$kW, ce qui risquerait de détruire le transformateur : imaginez 403 fer à repasser dans une boite de 60 cm de haut sur 40 cm de large sur 20 cm de profondeur !
   2.5. La même formule que précédemment donne : $U_{1CC} = I_{2CC} \times \sqrt{R_S^2 + \left(\ell_s\omega\right)^2} \times \frac{n_1}{n_2} = 980$V c'est la tension primaire nécessaire afin de limiter le courant de court-circuit à l'intensité secondaire nominale. $\epsilon = \frac{U_{1CC}}{U_{1n}} = \frac{1048}{21000} \simeq 5\%$
   .

2.6. $P_{CC} = R_S \cdot I_{2CC}^2 = 0,022 \times 200^2 = 880$W, ce qui est également la puissance dissipée par effet Joule dans le transformateur, puissance qui est supportable sans dommage par le transformateur.

3. 3.1. $\eta = \frac{V_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi}{V_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi + P_{fer} + P_{cuivre}} \simeq 0,98$.

3.2. La puissance active P_1 absorbée au primaire est égale au dénominateur de l'expression du rendement ci-dessus, elle vaut 59.8 kW.

3.3. La puissance réactive Q_1 absorbée au primaire est la somme de la puissance réactive absorbée par le récepteur et de celle absorbée par le transformateur. Le récepteur absorbe $Q_r = V_2 I_2 \sin\varphi = 366 \times 200 \times \sin\arccos(0,8) = 43,9$ kvar. L'inductance de fuite ramenée au secondaire consomme une puissance réactive de $Q_f = \ell_s \omega \times I_2^2 = 0,086 \times 200^2 = 3,44$ kvar. L'inductance L_1 absorbe $Q_{L1} = P_o \times \tan(arctan 0,1) \simeq 3,98$ kvar. Le théorème de Boucherot nous permet de calculer la puissance réactive totale absorbée comme étant la somme des puissances réactives absorbées, soit $Q_1 = 51,3$ kvar.

3.4. Le facteur de puissance du primaire est $\cos\varphi_1 = \cos\left(arctan \frac{Q_1}{P_1}\right) = \frac{51,3 \cdot 10^3}{59,8 \cdot 10^3} \simeq 0,76$ soit un déphasage de $40,6°$ à comparer au déphasage imposé par le récepteur : $\arccos 0,8 \simeq 36,7°$. Le transformateur modifie ce déphasage de $3,9°$.

3.5. $I_1 = \frac{P_1}{V_1 \cdot \cos\varphi_1} = \frac{59,8 \cdot 10^3}{21000 \times 0,76} \simeq 3,75$A .

4. Le courant produisant le rendement maximum est celui qui produit des pertes cuivre (pertes par effet Joule) égales aux pertes fer. En effet, $\eta = \frac{U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi}{U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi + P_{fer} + R_S \cdot I_2^2}$.
Divisons numérateur et dénominateur par I_2 :
$\eta = \frac{U_2 \cdot \cos\varphi}{U_2 \cdot \cos\varphi + \frac{P_{fer}}{I_2} + R_S \cdot I_2}$, η est maximal lorsque l'expression $\frac{P_{fer}}{I_2} + R_S \cdot I_2$ est minimale, c'est à dire lorsque la dérivée de cette expression par rapport à I_2 est nulle. Or $\frac{\partial\left(\frac{P_{fer}}{I_2} + R_S \cdot I_2\right)}{\partial I_2} = -\frac{P_{fer}}{I_2^2} + R_s = 0 \Rightarrow P_{fer} = R_S \cdot I_2^2$
Il faut donc que $I_2 = \sqrt{\frac{400}{0,04}} = 134,8 \simeq 135$A.
Calculons la tension secondaire :
Alors : $\eta = \frac{135 \times (380 - 0,022 \times 135)}{135 \times (380 - 0,022 \times 135) + 2 \times (0,022 \times 135^2)} \simeq 0,984$

5. 5.1. La figure 1.51 page suivante permet de calculer le courant de circulation entre les deux secondaires à vide : $I_V = \frac{383,8 - 380}{\sqrt{(2 \times 0,04)^2 + (2 \times 0,086)^2}} = 20$A.

5.2. Le transformateur n° 1 a pour charge le secondaire du transformateur n° 2. Mais, le primaire n'étant pas alimenté, on ne ramènera pas ni R_1 ni $\ell_1 \omega$ au secondaire. Le courant débité par le secondaire du transformateur n° 1 est donc :
$I_{21} = \frac{380}{\sqrt{(0,022 + 0,002)^2 + (0,086 + 0,04)^2}} \simeq 4080$A

5.3. Le courant appelé par le primaire du transformateur n° 1 est de $I_1 \simeq I_{21} \times \frac{n_1}{n_1} = 4080 \times \frac{380}{21000} \simeq 74$A.

5.4. La puissance dissipée par effet Joule dans les transformateur est de :

$$R_s \times I_{21}^2 = 0,022 \times 4080^2 = 366\text{kW}$$

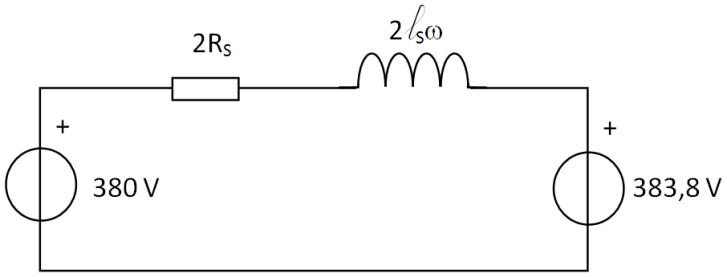


FIGURE 1.51 – Circuit équivalent du transformateur de l'exercice 1.9.9 page 42.

$$R_2 \times I_{21}^2 = 0,002 \times 4080^2 = 33\text{kW}$$

ce qui est évidemment excessif.

5.5. Le secondaire du transformateur n° 2 est alimenté par le primaire du transformateur n° 1. Celui-ci se comporte donc comme un transformateur élévateur 380 / 21000 V. Il est donc très dangereux de s'approcher des bornes d'entrées du transformateur n° 2, la haute tension étant présente entre ses bornes d'entrées.

5.6. Le couplage ayant été mal fait, la force contre-électromotrice de 383,8 V devient une force électromotrice en série avec la f.é.m. de 380 V. On a donc :

$$I_{21} = \frac{380 + 383,8}{\sqrt{(2 \times 0,022)^2 + (2 \times 0,086)^2}} \simeq 4302\text{A}$$

5.7. Cela produit un dégagement de puissance par effet Joule, dans chaque transformateur, égal à $R_S \times I_{21}^2 = 0,022 \times 4302^2 = 407$ kW

1.9.21 corrigé de l'exercice 1.9.10 page 43, page page 43

1. Il s'agit d'un transformateur dont le primaire est en triangle (D) et le secondaire en étoile (y). Il y a donc un point neutre au secondaire et de plus ce neutre est connecté une borne. On pourra donc disposer des tensions composées (entre phases) et des tensions simples (phase - neutre) au secondaire. La tension aux bornes d'une bobine secondaire est égale à la tension aux bornes d'une bobine primaire multipliée par le rapport des nombres de spires. Or la tension aux bornes d'une bobine primaire est la tension composée au primaire (5000 V) car le primaire est en triangle. On a donc :

$$V_{bobine_2} = V_{bobine_1} \times \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow V_{bobine_2} = 0,044 \times 5000 = 220\text{V}$$

Il s'agit de la tension simple car les bobines secondaires sont connectées en étoile. La tension composée secondaire est égale à :

$$U_2 = \sqrt{3} \times V_2 = \sqrt{3} \times 220 = 380\text{V}$$

2. Le rapport des intensités dans les bobines secondaires est primaires est égal au rapport du nombre de spires on a donc :

$$\frac{I_{bobine_1}}{I_{bobine_2}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow I_{bobine_1} = I_{bobine_2} \times \frac{n_2}{n_1} = 100 \times 0,044 = 4,4\text{A}$$

Il s'agit de l'intensité dans un enroulement du primaire. L'intensité sur les fils de ligne est $\sqrt{3}$ fois plus grande :

$$I_1 = I_{bobine_1} \times \sqrt{3} = 4,4 \times \sqrt{3} = 7,6\text{A}$$

1.9.22 corrigé de l'exercice 1.9.11 page 43, page page 43

1. **secondaire en étoile avec neutre :** on a pour la tension simple $\frac{V_{bobine_2}}{V_{bobine_1}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow V_{bobine_2} = \frac{76}{4000} \times \frac{20000}{\sqrt{3}} = V_2 \simeq 220\,\text{V}$ et $U_2 = \sqrt{3} \times V_2 = 380\,\text{V}$ pour la tension composée.

   secondaire en triangle : cette fois-ci, il n'y a qu'une tension disponible au secondaire, la tension composée $U_2 = V_{bobine_2}$, le même calcul que précédemment conduit donc à $U_2 = 220\,\text{V}$.

   secondaire en zig-zag avec neutre : Le calcul précédemment effectué permet d'obtenir la tension au borne d'une demi-bobine du secondaire. Celle-ci sera de 110 V. La tension phase-neutre pour l'enroulement zig-zag s'obtient en additionnant deux tensions de 110 V déphasées entre elles de 120°. La résolution de ce triangle isocèle est un « grand classique » du triphasé, on trouve $V_2 = \sqrt{3} \times 110 \simeq 190\,\text{V}$ et $U_2 = 330\,\text{V}$

2. Intensité I du courant dans la ligne au secondaire ainsi que l'intensité du courant dans un enroulement J.

   secondaire en étoile : En étoile, $I = J = \frac{S}{\sqrt{3} \times U} = \frac{140 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \times 380} \simeq 213\,\text{A}$.

   secondaire en triangle : $I = \frac{S}{\sqrt{3} \times U} = \frac{140 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \times 220} \simeq 367,5\,\text{A}$, $J = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{367,5}{\sqrt{3}} \simeq 212\,\text{A}$.

   secondaire en zig-zag : Comme en étoile, $I = J$ et $I = \frac{S}{\sqrt{3} \times U} = \frac{140 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \times 330} \simeq 245\,\text{A}$