

Électromagnétisme

Cours & exercices

CLAUDE CHEVASSU

Table des matières

1	Excitation & champ magnétique	1
1.1	Excitation magnétique	1
1.2	Champ magnétique	1
1.3	Ligne de champ	2
1.4	Théorème d'Ampère	4
2	Circuits magnétiques	13
2.1	Flux magnétique	14
2.2	Analogie circuit électrique – circuit magnétique	14
2.3	Inductance	16
2.4	Exercices	18
	2.4.1 Circuit magnétique	29
	2.4.2 Inductance	32
2.5	Épilogue	33
3	Force de Laplace	35
3.1	Exercices	37
	3.1.1 Forces entre deux fils parallèles	37
	3.1.2 Court-circuit	39
	3.1.3 Forces sur les côté d'une spire	39
	3.1.4 Déplacement d'un aimant	40
	3.1.5 Sonnerie	42

4	Loi de Faraday – Lenz	43
4.1	Loi de Faraday	43
4.2	Loi de Lenz	43
4.3	Loi de Faraday appliqué à un conducteur rectiligne	44
4.4	Principe du flux maximal	45
4.5	Exercices	45
4.5.1	Force électromotrice induite	45
4.5.2	Freinage par courant de Foucault	46
4.5.3	Générateur de Faraday	48
4.5.4	Loch électromagnétique	50
5	Machines électriques	53
5.1	Exercices	54
5.1.1	Expérience des rails de Laplace	54
5.2	Une application des rails de Laplace : le canon rail gun	56
5.2.1	Principe du rail gun	56
5.2.2	Intérêt par rapport aux armes classiques	57
5.2.3	Roue de Barlow	58
5.2.4	Machine à courant continu	65
5.2.5	Machine asynchrone	67
5.2.6	Machine synchrone	69
5.2.7	Transformateur	71
6	Utilisation des courants de Foucault	77
6.1	Frein à courants de Foucault linéaire	77
6.1.1	Freinage des trains	79
6.1.2	Freinage des wagonnets sur les montagnes russes	80
6.1.3	Frein à courants de Foucault rotatif	81
6.1.4	Freinage d'un aimant dans un tube	83
6.2	Entraînement par courants de Foucault	86
6.2.1	La machine asynchrone en fonctionnement moteur	86
7	Champs magnétiques tournant	89
7.1	Pourquoi des champs magnétiques tournants ?	89
7.2	Introduction aux champs magnétiques tournants	89
7.2.1	Théorème de Leblanc	89
7.2.2	Inconvénient de tels champs	90
7.2.3	Un seul champ tournant	90

7.2.4	Rotation pulsatoire	92
7.2.5	Rotation régulière	92
7.3	Monophasé	92
7.4	Triphasé	95
7.4.1	Théorème de Ferraris	95
7.5	Influence du nombre de bobines par phase p	96
7.6	Inversion du sens de rotation	99
7.7	Moteurs	99
7.7.1	Moteurs synchrones	99
7.7.2	Moteurs asynchrones	99
7.8	Logiciel de simulation	101
7.9	Exercices	102
7.9.1	Théorème de Maurice Leblanc	102
7.9.2	Théorème de Galileo Ferraris	102
7.10	Solutions	103

Ce cours vise à doter l'étudiant d'une bonne compréhension des phénomènes d'électromagnétisme à l'œuvre dans les machines électriques. Il s'agit de « couler de solides fondations » pour la bonne assimilation de ce qui sera vu en cours à la suite de l'année de L1. Mais surtout, pour exercer des fonctions à la machine d'un navire, plus que de savoir résoudre des problèmes complexes dans ce domaine, il faut avoir développé son « sens physique » et c'est particulièrement important en électromagnétisme, car les machines électriques sont partout !

Il est important de regarder [cette vidéo](#) de 20 min qui introduit bien les phénomènes magnétiques qui sont étudiés dans ce polycopié (cette vidéo est extraite de la chaîne YouTube de l'institut Pascal qui œuvre en ingénierie des systèmes à Clermont-Ferrand).

Le lecteur est également fortement invité à se mettre en appétit en regardant [cette courte vidéo réalisée par le C.N.R.S.](#)¹ (6 minutes) où un certain nombre de phénomènes magnétiques sont présentés. Il faut que le lecteur s'accoutume aux phénomènes magnétiques afin qu'ils lui deviennent aussi familiers que le sont les phénomènes gravitationnels ou mécaniques par exemple.

L'ensemble des phénomènes qui interviennent en électrotechnique et dans les machines électriques est basé sur trois lois simples, à savoir :

- la loi de BIOT et SAVART ou le théorème d'AMPÈRE ;
- l'expression de la force de LAPLACE, ou de LORENTZ ;
- la loi d'induction de FARADAY et de LENZ.

Ces trois lois sont exprimées implicitement dans les équations générales de l'électromagnétisme de MAXWELL, mais sous une forme vectorielle plus compliquée et généralement sans intérêt en électrotechnique. En effet, d'une part, la fréquence des phénomènes associés est faible (50 Hz ou 60 Hz pour les courants forts industriels) ; d'autre part, il n'intervient pratiquement jamais de champ électrostatique important (ce qui permet de négliger le « courant de déplacement » dans l'équation d'AMPÈRE-MAXWELL).

Ce polycopié comporte quelques liens vers des vidéos, des simulations d'expériences réalisées à l'aide d'appliquettes java ou encore des compléments sous forme de fichiers PDF. Cela permet de concrétiser un peu ces phénomènes dont nous ne sommes pas familiers.

Ce polycopié ne comporte pas d'index, mais si vous consultez la version PDF sous Windows, vous pouvez utiliser le raccourci clavier « touche Ctrl + F » pour rechercher le texte qui vous intéresse.

1. C.N.R.S. = Centre National de la Recherche Scientifique

CHAPITRE 1

Excitation & champ magnétique

1.1 Excitation magnétique

L'excitation magnétique se note $\vec{H}$, en $\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$.

Un aimant ou un fil électrique parcouru par une intensité I crée un champ¹ d'excitation magnétique $\vec{H}$.

L'excitation magnétique ne dépend que de l'aimant qui la crée ou bien si c'est un courant électrique qui crée $\vec{H}$, alors H ne dépend que de la forme du fil électrique, de l'intensité qui parcourt celui-ci et de la distance du point où apparaît $\vec{H}$ par rapport au fil.

$\vec{H}$ ne dépend pas du matériau dans lequel on se trouve.

1.2 Champ magnétique

Le champ magnétique se note $\vec{B}$, en T (Tesla).

Selon la matière dans laquelle apparaît l'excitation magnétique, un champ magnétique² est créé selon la formule :

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$$

où $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{SI}$ est la perméabilité magnétique du vide ou de l'air et μ_r la perméabilité magnétique relative du matériau par rapport à l'air (ou au vide).

1. En physique, un champ est la donnée, pour chaque point de l'espace, de la valeur d'une grandeur physique. Cette grandeur physique peut être scalaire (température, pression...), vectorielle (vitesse des particules d'un fluide, force gravitationnelle, électrique ou magnétique, ...) ou tensorielle (comme le tenseur de Ricci en relativité générale en chaque point de l'espace-temps).

2. Dans certains livres on parle d'« induction magnétique » en lieu et place du champ magnétique

L'excitation magnétique $\vec{H}$ et le champ magnétique $\vec{B}$ sont des *grandeurs vectorielles*.

$\vec{B}$ dépend du matériau dans lequel apparaît $\vec{H}$ qui crée $\vec{B}$. Cette influence du matériau sur une grandeur se retrouve dans d'autres domaines de la physique. En électrocinétique par exemple, si on constitue plusieurs fils conducteurs, tous d'une même longueur L et tous d'une même section S , aux extrémités desquels on applique la même d.d.p. U (grandeur analogue à H), l'intensité qui les parcourra (grandeur analogue à B) sera différente selon la résistivité du métal employé ($I = \frac{U}{R}$ avec $R = \rho \cdot \frac{L}{S}$).

En mécanique, considérons un petit ressort à spires non jointives (ressort de stylo à bille à pointe rétractable par exemple). Écrasons le ressort de telle sorte que les spires se touchent. Si nous laissons se détendre le ressort brusquement dans l'air, il va sauter à l'autre bout de la pièce. Si nous effectuons la même expérience en plongeant la main dans un récipient rempli de liquide très visqueux (miel, huile froide), la détente (analogue à B) sera beaucoup plus lente et le ressort restera sur place entre nos doigts après s'être détendu. C'est pourtant la même force (analogue à H) due à la constante de raideur du ressort dans les deux cas, mais le matériau dans lequel on opère, air ou liquide visqueux, fait que le résultat est très différent.

En électrotechnique, on a affaire à seulement deux matériaux :

- l'air, dont la perméabilité magnétique est celle du vide ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{SI}$) ;
- le fer³ dont la perméabilité magnétique relative est comprise dans l'intervalle : $1000 \leq \mu_r \leq 10\,000$, selon la qualité du fer employé.

1.3 Ligne de champ

Les lignes de champ magnétique sont des lignes imaginaires qui décrivent la direction et la force du champ magnétique $\vec{B}$ en chaque point de l'espace. Plus précisément, les lignes de champ magnétique sont des courbes telles que la tangente en chaque point donne la direction du champ magnétique $\vec{B}$. La densité de lignes de champ dans une région donnée donne une indication de la force du champ magnétique dans cette région.

Comme le montre la figure 2.2 page 18, les lignes de champ magnétique sont utilisées pour visualiser le champ magnétique et aider à comprendre son comportement dans différents contextes.

Bien qu'imaginaires, les lignes de champ magnétique peuvent être visualisées au moyen de la limaille de fer. Les fines particules de limaille de fer se magnétisent en présence d'un champ magnétique et se comportent comme autant de minuscules aimants qui s'orientent dans le champ.

On désigne par « spectre magnétique » l'ensemble des lignes de champ d'un champ magnétique telles que matérialisées par de la limaille de fer ou tout autre moyen.

Cette vidéo de 5 minutes montre comment on visualise les lignes de champ magnétique à l'aide de plaques comportant de nombreuses petites boussoles, il est aussi question du champ magnétique terrestre.

Cette vidéo montre comment obtenir des lignes de champ à l'aide de la limaille de fer.

Cette autre vidéo montre comment procéder pour visualiser un spectre en trois dimensions. Le liquide employé doit être un peu visqueux (glycérine) afin que la limaille de fer dispersée demeure en suspension.

3. Par « fer », on entend en électromagnétisme toutes les catégories de fer : le fer doux, les aciers au carbone, au silicium, les aciers spéciaux (inoxydables, au tungstène), etc.

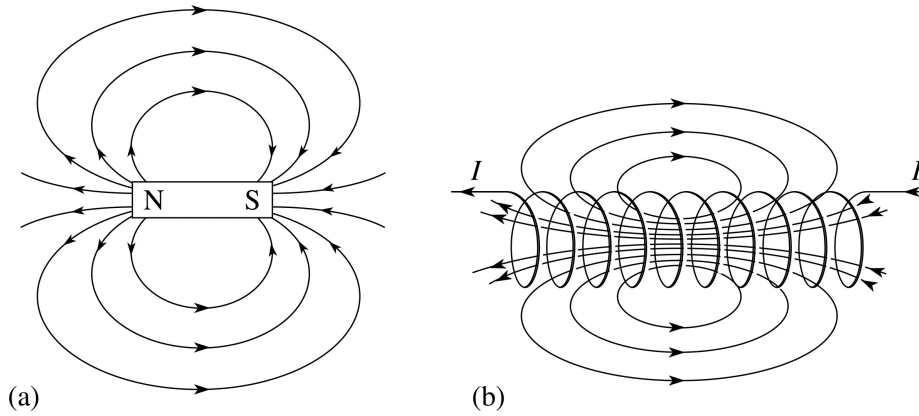


FIGURE 1.1 – Lignes de champ magnétique autour d'un aimant (a) et autour d'un solénoïde parcouru par un courant I (b).

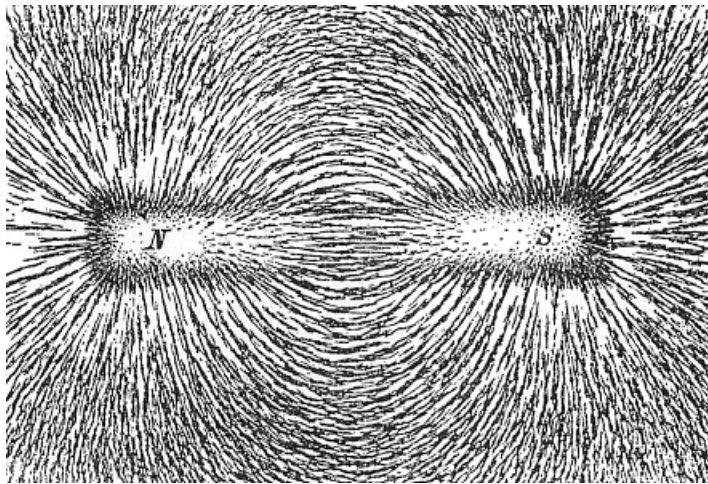


FIGURE 1.2 – Spectre d'un champ magnétique autour d'un aimant obtenu grâce à de la limaille de fer.

Cette autre vidéo montre la visualisation du spectre d'aimants droits et d'un aimant en U grâce à des plaques comportant de nombreuses petites boussoles qui se comportent comme des particules de limaille de fer.

1.4 Théorème d'Ampère

Le théorème d'Ampère a pour expression :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \sum_{j=1}^n \pm I_j$$

où C est le contour d'Ampère, courbe fermée sur laquelle on réalise l'intégration des produits scalaires $\vec{H} \cdot d\vec{\ell}$ infiniment petits.

En électrotechnique, l'application du théorème d'Ampère est simple, car on considère comme contour d'Ampère une courbe fermée où $\vec{H}$ reste constant et constamment tangent à la courbe. Ainsi les produits scalaires deviennent :

$$\vec{H} \cdot d\vec{\ell} = H \cdot d\ell \cdot \cos(\widehat{\vec{H}, d\vec{\ell}}) = H \cdot d\ell \cdot \cos(0^\circ) = H \cdot d\ell$$

Cela conduit à :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \sum_{j=1}^n \pm I_j \iff H \cdot L = \sum I_{\text{enlacés}} \Rightarrow H = \frac{\sum I_{\text{enlacés}}}{L}$$

où L est la longueur du contour d'Ampère exprimé en m.

On retiendra qu'en général :

$$H = \frac{n \cdot I}{L}$$

où n est le nombre de spires du circuit ou encore la densité linéique de spire⁴

Cette expression de l'excitation magnétique permet de déterminer simplement sa valeur dans les cas courants suivants :

- un fil électrique rectiligne : $H = \frac{I}{2\pi a}$, avec I intensité du courant dans le fil, et a distance du point où on cherche H par rapport au fil ;
- un enroulement torique : $H = \frac{nI}{2\pi R}$, avec I intensité du courant dans le fil, n nombre total de spires enroulées autour du tore et R rayon du cercle à l'intérieur du tore en un point duquel on cherche H ;
- un solénoïde cylindrique rectiligne : $H = n \cdot I$, avec I intensité du courant dans le fil, et ici n : nombre de spires par mètre de solénoïde ;
- un circuit magnétique de transformateur ou de machine électrique :

$$H = \frac{N_1 \cdot I_1 - N_2 \cdot I_2}{\ell}$$

4. le nombre de spires par mètre de longueur si tant est que celles-ci soient enroulées régulièrement

avec I_1 , intensité dans l'enroulement primaire du transformateur, I_2 intensité dans l'enroulement secondaire du transformateur, N_1 nombre de spires de l'enroulement primaire et N_2 nombre de spires de l'enroulement secondaire.

Théorème d'Ampère

L'équation de Maxwell : $\text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ se simplifie dans le domaine de l'électrotechnique où l'on peut négliger le courant de déplacement $\vec{D}$. Ainsi, cette équation devient : $\text{rot} \vec{H} = \vec{j}$.

Une intégration de cette relation conduit à la relation suivante, qui constitue le théorème d'Ampère :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{j=1}^n \pm I_j$$

pour ce cours, cette relation se résume à :

$$H.l = n.I$$

La circulation du vecteur excitation magnétique $\vec{H}$ le long d'une ligne de champ magnétique Γ fermée entourant un circuit C parcouru par un courant i est égale au produit du courant i par le nombre de fois que cette ligne Γ traverse le circuit C.

Ou encore : la circulation du vecteur excitation magnétique le long d'un contour fermé est égal à la somme algébrique des intensités électriques traversant une surface quelconque supportée par ce contour.

L'intérêt de ce théorème, en électrotechnique, provient du fait que, très souvent, la ligne de champ magnétique Γ est évidente.

Il est également à remarquer que le nombre de fois que la ligne Γ traverse le circuit C est égal au nombre de fois que le circuit C entoure la ligne Γ . Dans les cas pratiques, il s'agira du nombre de spires du circuit C.

La quantité qui intervient au second membre s'appelle la « force magnétomotrice » du circuit :

f.m.m. = $\sum i$ en unité SI, une f.m.m. se mesure en « ampère-tour », symbole A.tr, ou plus simplement en ampère A.

Considérons la Figure 8 et cherchons à appliquer le théorème d'Ampère au contour Γ . La question qui se pose immédiatement est la détermination du signe des intensités i_1 , i_2 , et i_3 .

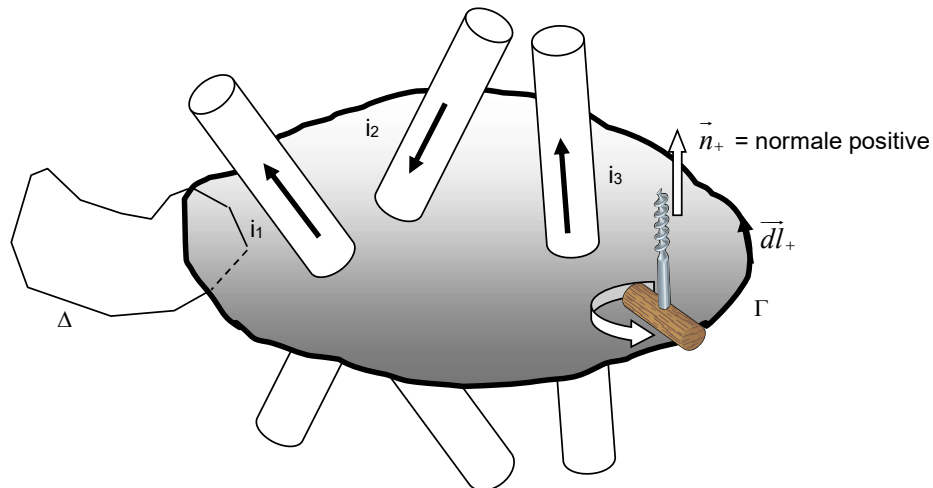


Figure 8
Illustration du théorème d'Ampère

Dans la suite de cet ouvrage, nous définirons comme normale positive à une surface la normale obtenue par la règle du tire-bouchon de Maxwell : on tourne le tire-bouchon suivant le sens positif défini sur Γ , il s'enfonce dans le sens de la normale positive. Le signe d'une intensité est positif si l'intensité est dans le sens de la normale positive, négatifs sinon.

Ainsi, l'application du théorème d'Ampère à la courbe Γ de la Figure 8 donne :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_1 - i_2 + i_3$$

L'application du théorème d'Ampère à la courbe Δ , qui n'entoure aucun courant donne : $\oint_{\Delta} \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0$

Exemple d'application du théorème d'Ampère :

Excitation magnétique créée par un fil de longueur infini

Considérons un fil électrique de longueur infinie perpendiculaire au plan de cette feuille de papier. Les lignes de champ sont des cercles centrés sur le fil. Il est ainsi facile de déterminer la valeur de H sur une ligne de champ magnétique de rayon a .

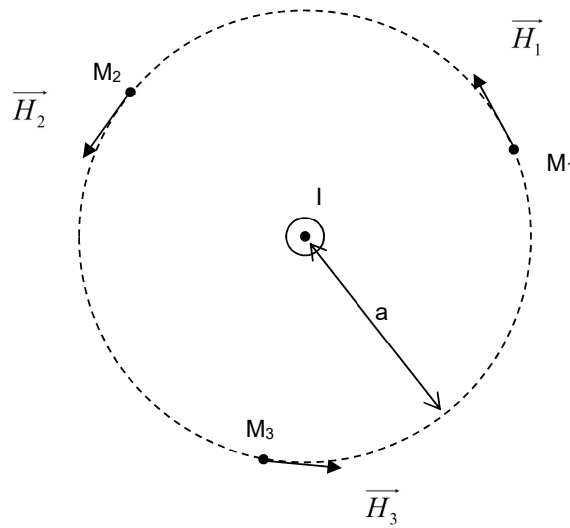


Figure 9

H créée par un fil sur son axe obtenue par le théorème d'Ampère

Le vecteur H possède un module constant sur la ligne d'induction de la Figure 9. En effet, la formule de Biot et Savart $dH = \frac{1}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$ indique que, si r est constant, alors H reste constant en module.

On a donc, en prenant comme courbe Γ une ligne de champ magnétique :

$$\int_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \int_{\Gamma} d\vec{l} = H \cdot 2\pi a = I \Rightarrow \boxed{H = \frac{I}{2\pi a}}$$

La direction et le sens de $\vec{H}$ sont donnés par Biot et Savart : $\vec{Idl} \wedge \vec{r}$.

Excitation magnétique créée dans un solénoïde torique

Considérons un bobinage régulier de n spires du type « toroïdal », (Figure 10) réalisé sur un noyau en forme de tore et de nature quelconque. Pour calculer l'excitation magnétique en un point M du noyau, il est évident que l'application de la relation de Biot et Savart serait longue et fastidieuse. Par contre, le théorème d'Ampère donne immédiatement la solution si on choisit comme ligne de champ magnétique Γ la ligne moyenne du tore (en supposant le matériau homogène et isotrope, on peut faire sortir H de sous le signe $\oint$) :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \oint_{\Gamma} dl = H \times 2\pi R = ni \Rightarrow \boxed{H = \frac{ni}{2\pi R}} \quad (1.8)$$

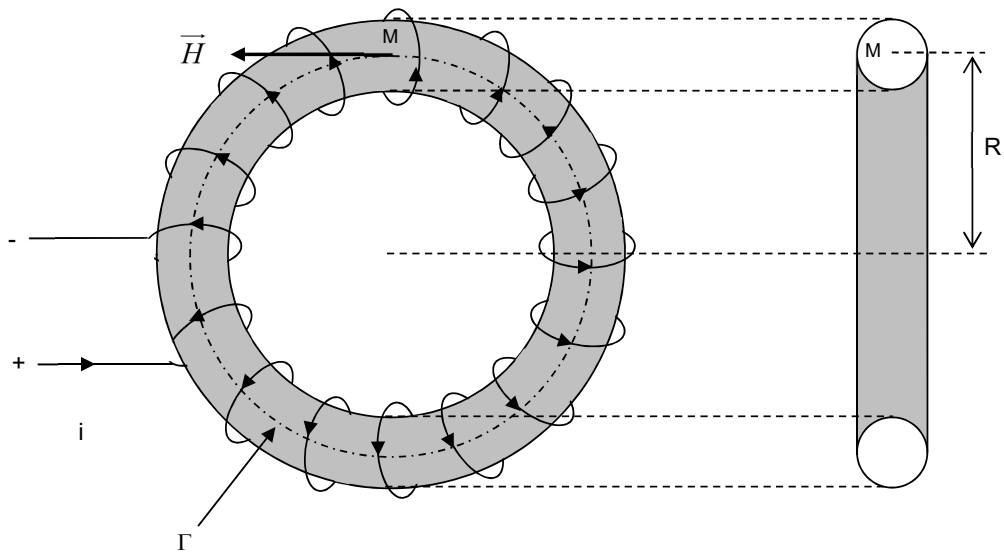


Figure 10
H à l'intérieur de spires enroulées sur un tore

Excitation magnétique créée dans un solénoïde cylindrique rectiligne de longueur infini

Considérons un bobinage régulier de n spires du type solénoïde cylindrique rectiligne (Figure 11). La forme de la section, circulaire, carrée, ellipsoïdale, importe peu. Le solénoïde porte n spires par unité de longueur. En pratique, dès que la longueur du solénoïde est suffisante pour que l'excitation magnétique à l'extérieur soit très faible par rapport à celle régnant à l'intérieur (10 fois moins), on peut appliquer la formule que nous allons établir.

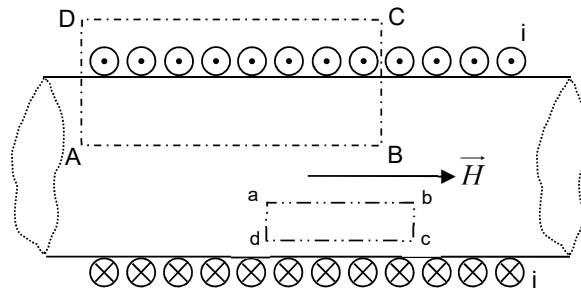


Figure 11
H créé par un solénoïde rectiligne infini

Les lignes de champ $\vec{H}$ sont toutes parallèles à l'axe du solénoïde. Ce résultat est obtenu expérimentalement en observant la disposition de limaille de fer sur des feuilles placées à l'intérieur du tube ou encore en plongeant le solénoïde dans de l'huile contenant des particules de limaille de fer.

On considère que le module de $\vec{H}$ est constant sur une ligne de champ (une droite parallèle à l'axe du tube).

Montrons tout d'abord que H est uniforme à l'intérieur du solénoïde :

On peut légitimement se demander si H possède un module constant à l'intérieur du solénoïde, quelle que soit sa distance à l'axe. Si le module de H varie en fonction de sa distance à l'axe, la contribution du trajet AB ne sera pas aussi simple !

Pour répondre à cette question, considérons le contour abcd situé à l'intérieur du solénoïde et supposons que le module du vecteur $\vec{H}$ soit variable en fonction de la distance du point où l'on considère H à l'axe.

$$\oint_{abcd} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{ab} \vec{H}_{ab} \cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{H}_{bc} \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{H}_{cd} \cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{H}_{da} \cdot d\vec{l}$$

Sur les trajets bc et da, $\vec{H}$ est en tout point perpendiculaire à $d\vec{l}$, le produit scalaire est en tout point égal à 0. Peu importe que $\vec{H}$ soit variable sur ces trajets, les contributions des trajets bc et da à l'intégrale sont nulles.

Il reste :

$$\oint_{abcd} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{ab} \vec{H}_{ab} \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{H}_{cd} \cdot d\vec{l} = \int_{ab} \vec{H}_{ab} \cdot d\vec{l} - \int_{dc} \vec{H}_{cd} \cdot d\vec{l} = H_{ab} \times ab - H_{cd} \times dc = ab \times (H_{ab} - H_{cd})$$

Cette intégrale est égale au nombre de fois où l'intensité i est entourée, c'est-à-dire 0 pour ce contour.

$$ab \times (H_{ab} - H_{cd}) = 0 \times i \Rightarrow \boxed{H_{ab} = H_{cd}}$$

9

Ainsi, à l'intérieur d'un solénoïde de longueur suffisante, le vecteur excitation magnétique est uniforme.

Calculons la valeur de l'excitation magnétique à l'intérieur du solénoïde.

Pour cela, envisageons le contour ABCD (Figure 11) auquel nous appliquerons le théorème d'Ampère :

Il n'y a pas lieu de distinguer $\vec{H}$ suivant la position considérée à l'intérieur du solénoïde puisque sa valeur est identique en tout point du solénoïde, on peut donc écrire :

$$\oint_{ABCD} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{AB} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{BC} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{CD} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{DA} \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

$$\oint_{ABCD} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot AB + H \cdot BC \cdot \cos(90^\circ) + 0 \cdot CD + H \cdot DA \cdot \cos(90^\circ)$$

Valeur de l'intégrale sur les trajets perpendiculaires à l'axe du solénoïde BC et DA :

À l'intérieur du solénoïde, H est non nulle mais perpendiculaire au trajet, donc le produit scalaire est nul.

De plus, on considère que H est nulle à l'extérieur du solénoïde (infinitement faible en fait). Donc, les contributions des trajets BC et DA à l'intégrale sont nulles.

Sur le trajet CD, on considère, là aussi, que H est nulle, donc la contribution du trajet CD à l'intégrale est nulle.

Sur le trajet AB, $\vec{H}$ est parallèle à l'axe du solénoïde, on a $\oint_{ABCD} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \times AB$.

En définitive, en appelant N_{AB} le nombre de fois que le fil du solénoïde traverse le rectangle ABCD :

$$\oint_{ABCD} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \times AB = N_{AB} \cdot i \Rightarrow \boxed{H = ni} \quad (1.9) \text{ avec } n = \frac{N_{AB}}{AB} \text{ densité linéique de fils}$$

Excitation magnétique créée dans un circuit magnétique de transformateur

L'application correcte du théorème d'Ampère et sa généralisation au cas où plusieurs circuits électriques agissent en même temps pour créer un champ, implique de bien préciser les sens des courants et la façon dont la ligne de champ magnétique Γ traverse ces courants.

Considérons, par exemple, le bobinage de transformateur de la Figure 12.

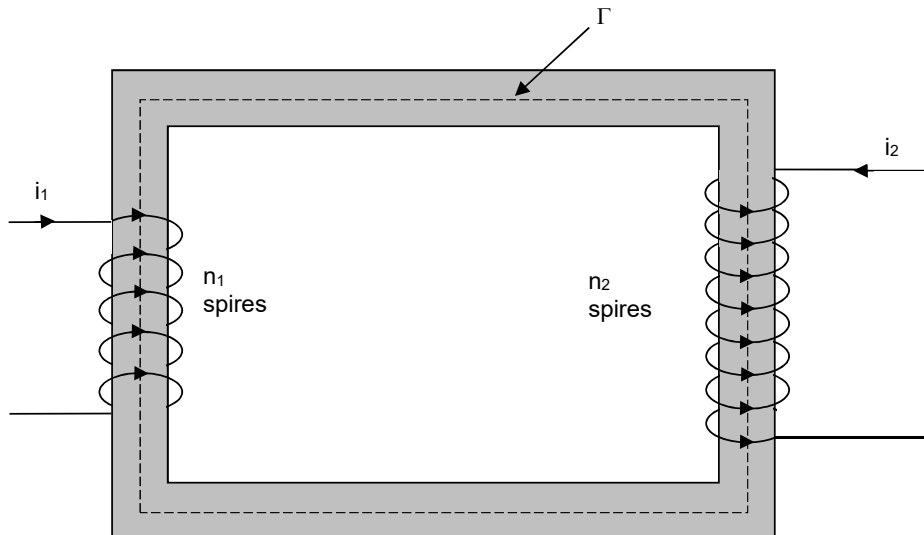


Figure 12
H créée dans un circuit magnétique de transformateur

Algébrisons le circuit de la Figure 12 en définissant un sens positif sur Γ : le sens des aiguilles d'une montre par exemple.

Les courants seront comptés positivement d'après la règle du tire bouchon de Maxwell : si le tire bouchon, que l'on tourne dans le sens de rotation de l'intensité, s'enfonce suivant le sens positif sur Γ , alors l'intensité est comptée positivement, négativement sinon.

On a ainsi :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = n_1 i_1 - n_2 i_2 = H \cdot l \quad (\text{avec } l \text{ longueur moyenne de la ligne de champ magnétique})$$

Si le noyau est homogène, H est la même partout, et on peut écrire :

$$\boxed{H \cdot l = n_1 i_1 - n_2 i_2} \quad (1.10)$$

CHAPITRE 2

Circuits magnétiques

Dans les systèmes de l'électrotechnique, seule l'énergie magnétique peut être stockée en assez grande densité pour être convertie en une autre forme d'énergie, de façon significative. On a la relation :

$$W = \frac{1}{2} \mathcal{R} \Phi^2$$

Avec W , l'énergie en Joule contenu dans le morceau de circuit magnétique de réluctance $\mathcal{R}$. La réluctance et le flux magnétique sont des notions que nous développerons dans la suite de ce chapitre.

On introduit la notion clé de *tube d'induction magnétique* : ensemble, en trois dimensions, de lignes de champ orientées. Les lignes de champ magnétique sont fermées et elles ne se coupent pas. À l'intérieur d'un tube, défini par un grand nombre de lignes d'induction, le flux de l'induction magnétique est constant.

Il y a donc analogie entre un tube d'induction et un tube de courant électrique dans un conducteur, dans lequel circulent les charges.

Dans le cas d'un tube de courant, la grandeur conservative est l'intensité du courant. Un circuit électrique est donc le support matériel physique des tubes de courant.

Pour prolonger l'analogie, on est tenté de considérer en magnétisme l'équivalent des circuits électriques en électricité.

La forte perméabilité relative des matériaux magnétiques canalise les lignes de champ magnétique dans ces matériaux.

Un circuit magnétique est le support matériel et physique des tubes d'induction magnétique. Il n'y a pas nécessairement correspondance étroite entre le tube d'induction et le circuit magnétique matériel. Un circuit magnétique est dit « parfait » s'il est confondu avec un tube d'induction.

2.1 Flux magnétique

Le flux magnétique Φ est une grandeur scalaire dont l'unité est le Weber (Wb).

Le flux magnétique, noté Φ , est une grandeur caractérisant l'intensité et la répartition spatiale du champ magnétique. Cette grandeur est égale au flux du champ magnétique $\vec{B}$ à travers une surface orientée $\vec{S}$. Ce flux est par définition le produit scalaire de ces deux vecteurs. Son unité d'expression dans le Système International d'unités est le Weber Wb (unité homogène à des volts multipliés par des secondes).

Nous ne considérerons que les cas simples de l'électrotechnique où $\vec{B}$ est perpendiculaire à la surface à travers laquelle on cherche le flux, ce qui conduit à l'expression :

$$\Phi = \pm B \cdot S$$

où Φ est en Wb, B en T et S en m^2 .

2.2 Analogie circuit électrique – circuit magnétique

Le physicien anglais John Hopkinson¹ est à l'origine de l'analogie entre circuits électriques et circuits magnétiques, ce qui permis d'effectuer les calculs sur les circuits magnétiques.

La ressemblance des lois des circuits filiformes parfaits - électriques et magnétiques - permet de développer une analogie très complète entre circuit électrique et circuit magnétique. La f.m.m. est l'analogue de la f.é.m., la réluctance de la résistance et le flux du courant. On introduit aussi par analogie une d.d.p. magnétique entre deux points d'un circuit magnétique ouvert, par analogie à la d.d.p. électrique, et reliée au flux par :

$$\mathcal{U}_{mA} - \mathcal{U}_{mB} = \mathcal{R} \times \Phi$$

L'unité de la différence de potentiel magnétique est l'ampère (A).

La puissance de cette analogie permet d'appliquer les lois de Kirchoff, Thévenin et Norton aux circuits magnétiques. On peut donc étudier les circuits magnétiques comme des réseaux de f.m.m. et de réluctances, dans le cadre des hypothèses du modèle des circuits magnétiques filiformes et parfaits.

1. John Hopkinson (28 juillet 1849 - 27 août 1898) est un physicien anglais. Hopkinson est devenu célèbre grâce à ses travaux sur les applications de l'électricité et du magnétisme sur des sujets tels que les dynamos et les électroaimants. L'équivalent magnétique de la loi d'Ohm porte son nom : Formule de Hopkinson.

Circuit électrique	Circuit magnétique
Courant I	Flux Φ (Wb)
f.é.m. U	f.m.m. E (A ou A.tr)
d.d.p électrique : $V_A - V_B$	d.d.p.magnétique : $\mathcal{V}_{mA} - \mathcal{V}_{mB}$
Résistance R	Réductance $\mathcal{R}$
Loi d'Ohm : $U = R \times I$	Loi d'Hopkinson : $F.M.M. = \mathcal{R} \times \Phi$

La f.m.m. (ou F.M.M. = force magnéto-motrice) est l'analogue de la f.é.m., la réductance est l'analogue de la résistance et le flux magnétique est l'analogue du courant. Ainsi, la F.M.M. pousse le flux dans le circuit magnétique comme la f.é.m. pousse l'intensité dans un circuit électrique. La réductance s'oppose au passage des webers comme la résistance s'oppose au passage des ampères.

De même que la résistance d'un câble se calcule à l'aide de la formule :

$$R = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\ell}{s}$$

où R est en Ω , γ est la conductivité² du métal employé pour fabriquer le câble en $\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, ℓ est la longueur du câble en m et s est la section du câble en m^2 , la réductance d'un circuit magnétique $\mathcal{R}$ se calcule par la formule suivante :

$$\mathcal{R} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\ell}{s}$$

où $\mathcal{R}$ est en SI, ℓ est la longueur de l'élément de circuit magnétique exprimée en m et s est la section de l'élément de circuit magnétique en m^2 et $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ est la perméabilité magnétique absolue du fer constituant le circuit magnétique.

On introduit aussi par analogie une d.d.p. magnétique entre deux points d'un circuit magnétique ouvert, par analogie à la d.d.p. électrique, et reliée au flux par :

$$\mathcal{V}_{mA} - \mathcal{V}_{mB} = \mathcal{R} \times \Phi$$

L'unité de la différence de potentiel magnétique est l'ampère (A) ou l'ampère-tour.

La puissance de cette analogie permet d'appliquer les lois de l'électrocinétique (Kirchoff, les théorèmes de Thévenin, de Norton, de Kennelly, etc.) aux circuits magnétiques.

On peut donc étudier les circuits magnétiques comme des réseaux de f.m.m. et de réductances, dans le cadre des hypothèses du modèle des circuits magnétiques filiformes et parfaits.

L'analogie électrique-magnétique permet de traiter les problèmes complexes de circuits magnétiques comme des circuits électriques avec des nœuds, des branches, des mailles, des réseaux.

L'introduction d'un entrefer dans un circuit magnétique revient à considérer, dans l'analogie électrique-magnétique, un morceau de tube d'induction d'air en série avec le tube de matériau magnétique.

2. Habituellement, on emploie la résistivité ρ , on a la relation : $\rho = \frac{1}{\gamma}$

2.3 Inductance

La surface circonscrite par un circuit électrique parcouru par un courant I , sa section, est traversée par le flux du champ magnétique Φ . L'inductance L du circuit électrique est alors définie comme le rapport entre le flux embrassé par le circuit et le courant :

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

La « surface circonscrite par le circuit » n'est pas toujours facile à déterminer. La définition suppose que le flux soit proportionnel à l'intensité du courant, mais ce n'est pas forcément le cas quand le flux traverse un matériau ferromagnétique, sauf si on opère dans la zone de linéarité du matériau.

La loi de Faraday-Lenz permet de formuler une autre définition où on n'a pas à se préoccuper de la surface circonscrite par le circuit. Si L est constant, on a :

$$|e(t)| = \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow |e(t)| = L \frac{di}{dt}$$

où L est l'inductance propre du circuit ou composant, e la f.é.m. aux bornes du circuit.

L'exercice qui suit a pour objet de déterminer l'inductance d'une bobine de n spires enroulées autour d'un circuit magnétique fermé dont la longueur moyenne de la ligne de champ est l , la section S et la perméabilité relative du fer qui le compose μ_r , voir la figure 2.1 page suivante. On admettra que le point de fonctionnement de la courbe $B = f(I)$ est situé dans la zone linéaire et que par conséquent le flux est proportionnel au courant qui le produit :

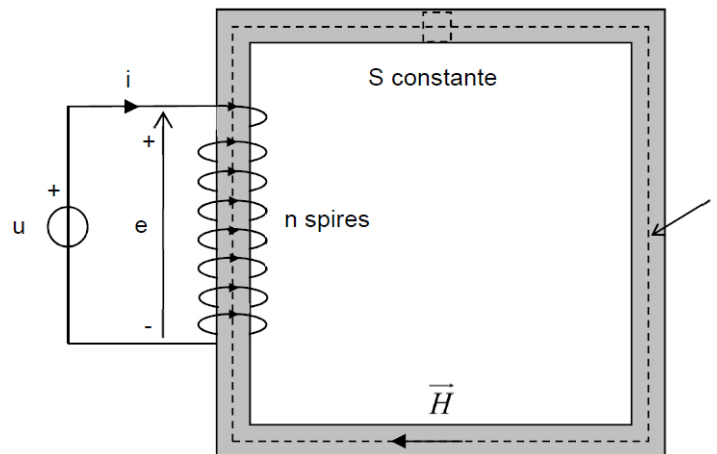
$$\Phi = L \cdot I$$

Peu importe que le circuit magnétique soit carré, circulaire ou d'autre forme, ce qui nous importe est la connaissance de la longueur moyenne de la ligne de champ et sa section.

Comme les calculs de la page qui suit le montrent, dans le cadre des hypothèses que nous avons faites, l'inductance d'un tel circuit est :

$$L = \frac{n^2}{\mathcal{R}}$$

L'inductance est donc proportionnelle au carré du nombre de spires du circuit et inversement proportionnelle à la réluctance du circuit magnétique. Si on veut une inductance importante, il vaut mieux éviter l'air, matériau très réluctant, et privilégier l'emploi de fer de perméabilité magnétique relative très élevée.

FIGURE 2.1 – Inductance de n spires sur un circuit magnétique

Démontrons la formule de l'inductance $L = \frac{n^2}{\mathcal{R}}$:

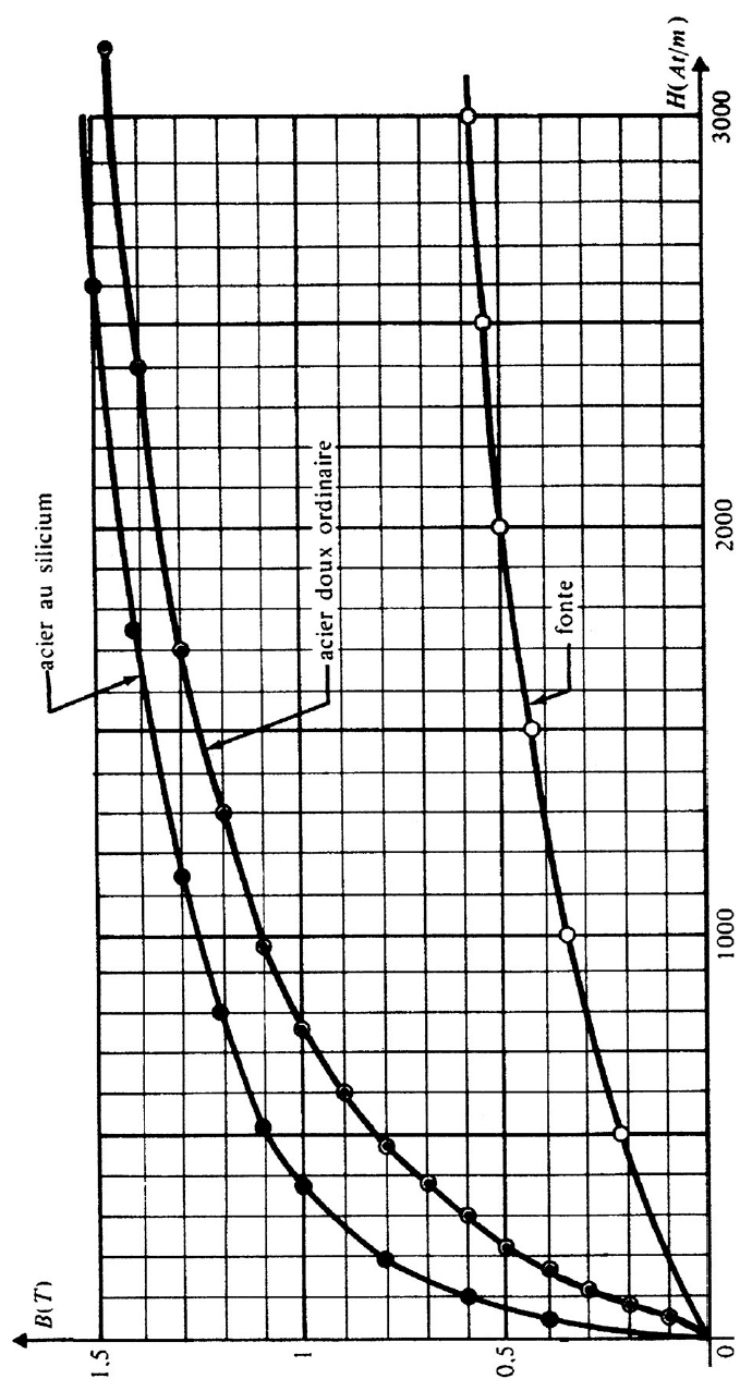
Chacune des n spires du circuit, de surface S , est traversée par le flux du champ $\vec{B}$. Pour une seule spire, le flux qui la traverse vaut :

$$\varphi = B \cdot S = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{ni}{l} \cdot S = \left(\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{n}{l} \cdot S \right) \cdot i$$

Le circuit total comporte n spires, le flux total à travers les n spires de la bobine est donc : $\Phi = n \times \varphi$, on en déduit :

$$\begin{aligned} \Phi &= n \times \left(\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{n}{l} \cdot S \right) \cdot i \\ &= \left(\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{n^2}{l} \cdot S \right) \cdot i \\ &= \left(\frac{n^2}{\frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{1}{S}} \right) \cdot i = \frac{n^2}{\mathcal{R}} \cdot i \\ \Rightarrow L &= \frac{n^2}{\mathcal{R}} \end{aligned}$$

2.4 Exercices

FIGURE 2.2 – Courbes d'aimantation $B = f(H)$.

Exercices

1. Calculer la F.M.M. requise pour créer un champ magnétique de 0,7 T dans un entrefer dont la longueur est de 2 mm (voir Figure 48)

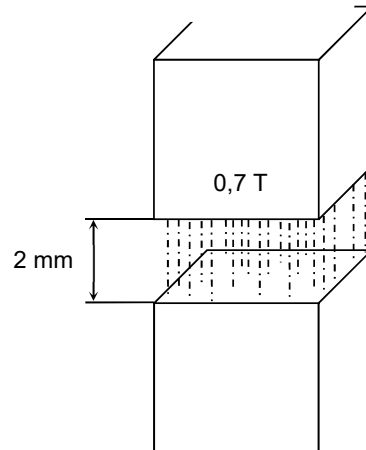


Figure 48

2. Soit le noyau d'un transformateur composé de tôles d'acier au silicium (1%). Les dimensions sont données à la Figure 49. La longueur moyenne du circuit magnétique est de 1,5 m. Quelle doit être la force magnétomotrice (F.M.M.) de la bobine si on souhaite obtenir un flux de 12 mWb dans le noyau ?

On utilisera les courbes de la page précédente pour déterminer H (figure 44).

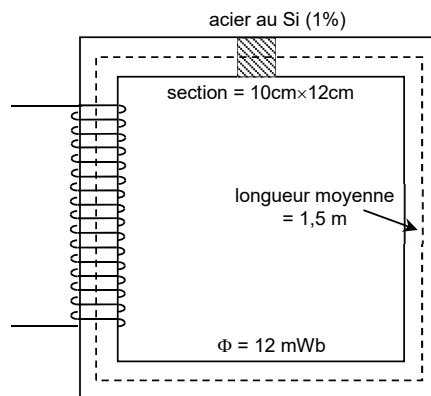


Figure 49

3. Calculer maintenant la F.M.M. requise pour faire circuler le même flux de 12 mWb) dans le noyau de l'exercice 2. après que l'on ait créé un entrefer de 1,5 mm de long (Figure 50).

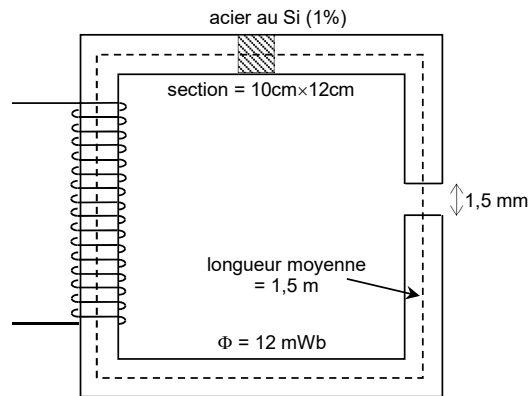


Figure 50

4. Calculer le flux dans le noyau en acier coulé de la Figure 51 et de la Figure 52. Le noyau possède une section de 30 cm² et une longueur de 40 cm. Les bobines 1 et 2 comptent, chacune, 20 spires et les courants sont respectivement de 70 A et de 30 A .

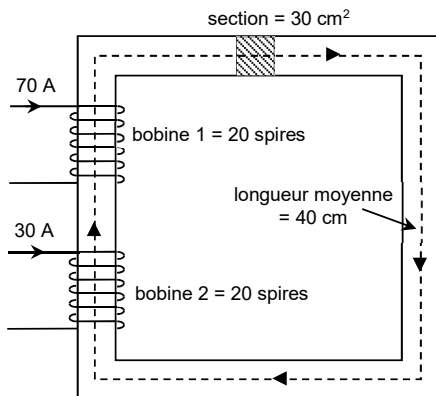


Figure 51

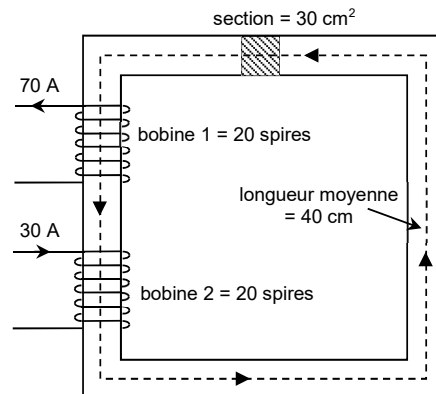


Figure 52

5. Un tore à section circulaire possède un diamètre intérieur de 40 cm et un diamètre extérieur de 60 cm. On enroule sur ce tore 400 spires d'un conducteur traversé par un courant de 1,96 A.

5.1. En supposant le tore constitué par de l'acier coulé, déterminer le champ magnétique à l'intérieur du tore, la perméabilité magnétique du tore, et le flux qui le traverse.

5.2. Combien de spires traversées par le même courant seraient nécessaires pour obtenir le même flux utile :

5.2.1. si le tore est en fonte;(calculer la perméabilité relative de la fonte)

5.2.2. si le tore est en acier coulé, mais comporte un entrefer de 5 mm.

nota : On utilisera les courbes B(H) et μ (B) du tableau ci-dessous :

B(tesla)	H(A/m)			$\mu_0 \approx 800000 \text{ B/H}$		
	acier coulé	fonte	tôles fer doux	acier coulé	fonte	tôles fer doux
0,1	50	200	25	1600	400	3200
0,2	80	410	40	2000	390	4000
0,3	115	750	50	2090	320	4800
0,4	160	1200	65	2000	270	4900
0,5	220	2000	80	1820	200	5000
0,6	300	3000	100	1600	160	4800
0,7	380	4200	130	1470	130	4300
0,8	490	6000	195	1300	110	3300
0,9	620	8500	265	1160	85	2700
1	760	12500	380	1050	65	2100
1,1	980	-	530	900	-	1650
1,2	1300	-	750	740	-	1300
1,3	1700	-	1100	620	-	950
1,4	2450	-	1700	460	-	660
1,5	3300	-	2600	350	-	460
1,6	4700	-	4000	270	-	320
1,7	7500	-	6300	180	-	210
1,8	11500	-	11500	130	-	130

Tableau 1

Solutions

1.

La F.M.M. nécessaire est telle que : $H.l = ni \Rightarrow ni = \frac{B}{\mu_0} \cdot l = 0,7 \times 800000 \times 0,002 = 1120 \text{ A.t}$

Il faudra donc enrouler autour du circuit magnétique 1120 spires parcourues par un courant de 1 A, ou encore 560 spires parcourues par 2 A, ou encore 2240 spires parcourues par 0,5 A, etc.

2.

On pourrait effectuer le calcul en utilisant la formule : $\Phi = \frac{FMM}{\mathfrak{R}}$, ce qui exigerait le calcul de la

réluctance $\mathfrak{R}$ de ce circuit. Pour obtenir cette réluctance, il faudrait connaître la valeur de la perméabilité μ_r de l'acier pour une excitation magnétique donnée.

On évite tous ces calculs en employant la courbe d'aimantation de la Figure 44 où on considère que l'on a à faire à de l'acier à 1%.

Celle-ci donne immédiatement l'excitation magnétique H requise pour produire le flux.

La section du noyau est : $S = 10 \times 12 = 120 \text{ cm}^2 = 0,012 \text{ m}^2$

On trouve B : $B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0,012}{0,012} = 1 \text{ T}$

En se référant à la Figure 44, on voit qu'il faut une excitation magnétique $H = 375 \text{ A.m}^{-1}$ pour produire 1 T. La bobine doit donc produire une F.M.M. de 375 A pour chaque mètre du circuit magnétique. La longueur moyenne du circuit magnétique étant de 1,5 m, il faudra donc une $FMM = 375 \times 1,5 \approx 563 \text{ A.t}$

3.

Il s'agit d'un groupement magnétique en série, car deux chemins de réluctance différente (acier et air) sont traversés par un même flux (analogie avec deux résistances disposées en série).

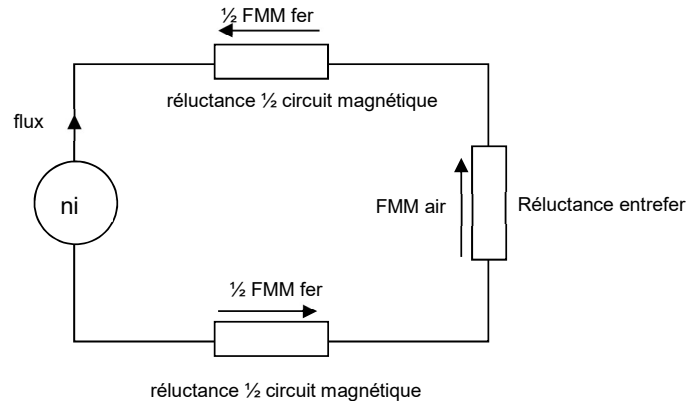


Figure 53

La F.M.M. « ni » créée par la bobine est « consommée » par les chutes de « tension magnétique » dans chacun des chemins (Figure 53), tout comme la tension U appliquée à un circuit électrique est consommée par les chutes de tensions successives de tension dans les résistances en série.

La F.M.M. de la bobine est donc la somme des F.M.M. nécessaires pour l'air et pour l'acier.

F.M.M. pour l'air :

En supposant que, dans l'entrefer, toutes les lignes de champ suivent le même chemin qu'elles suivaient auparavant dans le fer (pas d'épanouissement du flux comme cela se produit à la Figure 43), le flux dans l'entrefer est le même que dans le noyau, donc le champ B également,

$$\text{soit } 1 \text{ T. } (\Phi_{\text{air}} = \Phi_{\text{fer}} \Rightarrow B_{\text{air}} \times S = B_{\text{fer}} \times S \Rightarrow B_{\text{air}} = B_{\text{fer}})$$

$$FMM_{\text{air}} = H \cdot l = \frac{B}{\mu_0} \cdot l = 800\,000 \times 1 \times 0,0015 = 1200 \text{ A.t}$$

F.M.M. pour l'acier :

La longueur du chemin magnétique dans l'acier étant sensiblement la même qu'auparavant ($1,5 - 0,0015 = 1,4985 \text{ m}$ au lieu de $1,5 \text{ m}$), la F.M.M. requise est toujours de 563 A.t .

La F.M.M. de la bobine doit donc être :

$$FMM_{\text{bobine}} = 1200 + 563 = 1763 \text{ A.t}$$

Cet exemple montre l'importance des entrefers dans les circuits magnétiques. En effet, alors que dans ce cas, la longueur du chemin est 1000 fois plus grande dans l'acier que dans l'air, l'acier requiert environ 2 fois moins d'ampères-tours que l'air. Lorsque la longueur du chemin dans l'acier n'est pas trop grande par rapport à la longueur de l'entrefer, on peut négliger la F.M.M. nécessaire pour l'acier.

Dans les machines électriques, on cherche à garder l'entrefer entre le rotor et le stator aussi étroit que possible afin de réduire la F.M.M. que les pôles doivent développer. En effectuant une réduction de la F.M.M., on peut diminuer la grosseur des bobines, ce qui contribue à réduire les dimensions et le coût de la machine.

4.

Pour la Figure 51 :

La F.M.M. de la bobine 1 vaut : $FMM = 70 \text{ A} \times 20 \text{ spires} = 1400 \text{ A.t}$

La F.M.M. de la bobine 2 vaut : $FMM = 30 \text{ A} \times 20 \text{ spires} = 600 \text{ A.t}$

La F.M.M. résultante est : $FMM_{1+2} = 1400 + 600 = 2000 \text{ A.t}$

L'excitation magnétique dans le circuit magnétique en acier coulé vaut donc :

$$H_{1+2} = \frac{2000}{0,40} = 5000 \text{ A.m}^{-1}$$

D'après le Tableau 1 de la page 69, on obtient (sans interpolation) : $|\vec{B}| = 1,6 \text{ T}$

Le flux dans le noyau est donc : $\Phi = B \cdot S = 1,6 \times 0,0030 = 4,8 \text{ mW}$

Pour la

Figure 52 :

Les F.M.M. des bobines restent identiques. Cependant, elles agissent désormais en sens contraire.

La F.M.M. résultante est :

$$FMM_{1-2} = 1400 - 600 = 800 \text{ A.t}$$

L'excitation magnétique vaut donc : $H_{1-2} = \frac{800}{0,4} = 2000 \text{ A.m}^{-1}$

Le tableau nous donne un champ $|\vec{B}| = 1,35 \text{ T}$, en interpolant grossièrement.

Le flux dans le noyau est désormais de : $\Phi = B \cdot S = 1,35 \times 0,0030 = 4,05 \text{ mW}$

Le sens des flux est représenté sur la Figure 51 et sur la Figure 52. Bien entendu, le sens est inversé d'une figure à l'autre car, d'une part, la bobine 1 possède une F.M.M. supérieure à celui de la bobine 2 et, d'autre part, le courant qui la parcourt est inversé.

5.

5.1. S'il n'y a pas de fuites, le flux (et donc le champ B) ont la même valeur dans toutes les sections du tore. D'après le théorème d'Ampère,

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = N I \Rightarrow \frac{N I}{L} = \frac{400 \times 1,96}{\pi \times 0,5} = 500 \text{ A/m}.$$

Le tableau nous donne, correspondant à un champ de 500 a/m (acier coulé),
B = 0,815 T (par interpolation).

D'où la perméabilité relative :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{B}{H} = \frac{1}{4\pi \times 10^{-7}} \cdot \frac{0,815}{500} = 1300$$

Le flux correspondant est :

Le diamètre du tore est 30 – 20 = 10 cm

$$\Phi = BS = 0,815 \times \pi \times \frac{0,1^2}{4} = 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

5.2.1. Si le tore est en fonte, le même tableau nous donne, correspondant à l'induction B = 0,8 T, la valeur 6200 A/m. Il faut donc, si l'on fait passer un même courant dans les spires, multiplier leur nombre par : 62/5 = 12,4, soit disposer 400 x 12,4 = 4960 spires.

Perméabilité relative de la fonte :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{B}{H} = \frac{1}{4\pi \times 10^{-7}} \cdot \frac{0,815}{6200} = 104,6$$

5.2.2. Appliquons la loi d'Hopkinson :

$$F.M.M. = \Phi \times \sum R = \frac{\Phi}{\mu_0} \times \left(\frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} \right), \text{ indice 1 pour l'acier coulé, 2 pour l'air, avec :}$$

$$\Phi = 6,4 \times 10^{-3} \text{ Wb}, \quad l_1 = \pi \times 0,5 - 0,005 = 1,56 \text{ m}, \quad l_2 = 0,005 \text{ m}, \quad \mu_2 = 1 \text{ (air)}.$$

D'autre part, à 0,815 T correspond pour l'acier coulé, une perméabilité relative de $\mu_r = 1300$.

On a donc, en désignant par n le nombre de spires :

$$F.M.M. = n \times 1,96 = \frac{6,4 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7}} \left(\frac{1,565}{1300 \times 78,5 \times 10^{-4}} + \frac{0,005}{78,5 \times 10^{-4}} \right) \Rightarrow 2052 \text{ spires}.$$

Si nous comparons le nombre d'ampère tours nécessaires pour maintenir 0,8 T dans le tore à ce qui était nécessaire dans la question 1 pour le tore sans entrefer, on voit qu'il faut 4 fois plus de spires à cause d'un petit entrefer de 5 mm !

4 Problème

Une bobine destinée à constituer une inductance comprend un circuit magnétique de forme torique. La section du tore est $S = 1,6 \text{ cm}^2$. La ligne de champ moyenne du tore est $\ell = 62 \text{ cm}$. On désire obtenir $B = 0,6 \text{ T}$ dans la bobine avec un enroulement de $N = 500$ spires.

Le matériau magnétique est supposé linéaire de perméabilité relative $\mu_r = 4500$. On rappelle $\mu_0 = 1,26 \times 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$.

1. Calculer H en $\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$ à l'intérieur du tore.
2. Quelle doit être l'intensité dans les spires pour obtenir de tels champs?
3. Calculer la force magnétomotrice (F.M.M.) nécessaire pour entretenir ces champs (H et $B = 0,6 \text{ T}$) dans le tore?
4. Calculer numériquement le flux magnétique ϕ , la réluctance du tore $\mathcal{R}$ et en déduire la force magnétomotrice (F.M.M.) E .

Dans ce même tore (même géométrie et même matériau), on taille un entrefer étroit de longueur : $e = 1 \text{ cm}$. On suppose que l'entrefer perturbe un peu la canalisation des lignes de champ. En conséquence, la section du circuit magnétique dans l'entrefer est $S_e = 2 \text{ cm}^2$.

On désire conserver un champ $B = 0,6 \text{ T}$ dans le noyau. La F.M.M. doit maintenant magnétiser deux réluctances en série : celle de l'entrefer et celle du tore.

5. Quelle est alors la valeur de B dans l'entrefer? On admettra la conservation du flux de B .
6. Que vaut la réluctance de l'entrefer?
7. Calculer la nouvelle F.M.M. E_e nécessaire pour magnétiser l'entrefer. C'est aussi la d.d.p. magnétique aux bornes de l'entrefer.
8. Recalculer la réluctance du tore (diminué de son cm d'entrefer) et la F.M.M. E' nécessaire pour magnétiser le tore. Comparer les ordres de grandeur des F.M.M.
9. Calculer la F.M.M. totale nécessaire pour magnétiser le tore et l'entrefer E_t .
10. Avec le même courant I , mais en augmentant le nombre de spires, calculer le nombre de spires nécessaires.
11. Calculer le champ H dans le matériau et dans l'entrefer.

5 Solutions

1 Dans le calcul classique que nous avons vu dans le cours, le contour choisi est la ligne de champ moyenne du circuit magnétique. C'est un cercle de longueur ℓ . Appliqué sur cette ligne, le théorème d'Ampère conduit à une expression de H . L'excitation magnétique est constante tout au long de la ligne moyenne en raison de la grande simplicité du système (géométrie très symétrique et matériau homogène). L'application du théorème d'Ampère conduit à : $H\ell = NI$. Le contour est décrit dans le sens d'une ligne de champ. N est le nombre de spires du bobinage. La loi de conservation du flux de B conduit à $\phi = B \cdot S = \text{cte}$. Les hypothèses concernant le matériau du noyau, ici simplifiées au maximum, permettent de définir une perméabilité du matériau uniforme (égale en tout point). La linéarité magnétique du matériau, prise en hypothèse, permet de considérer la perméabilité comme une constante indépendante de I .

$$B = \mu \cdot H \Rightarrow H = \frac{B}{\mu} = \frac{0,6}{1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 4500} = 106 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$2 \quad I = \frac{H \times \ell}{N} = \frac{106 \cdot 0,62}{500} = 0,13 \text{ A}$$

3 La F.M.M. nécessaire correspond à l'un des membres du théorème d'Ampère :

$$\text{F.M.M.} = N \cdot I = H \cdot \ell = 65 \text{ A.tr}$$

$$4 \quad \phi = B \times S = 0,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-4} = 96 \mu \text{Wb}$$

$\mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{0,62}{1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 4500 \cdot 1,6 \cdot 10^{-4}} = 6,8 \times 10^5 \text{ H}^{-1}$ la réluctance exprimée en unité SI est toujours un grand nombre.

$$E = \mathcal{R} \times \phi = 65 \text{ A.tr, bien entendu on retrouve le résultat de la question 3.}$$

5 On affectera de l'indice e (pour entrefer) toutes les grandeurs dans l'entrefer.

$$\phi = \text{cte} = B \cdot S = B_e \cdot S_e \Rightarrow B_e = B \frac{S}{S_e} = 0,6 \cdot \frac{1,6}{2} = 0,48 \text{ T}$$

6 $\mathcal{R}_e = \frac{e}{\mu_0 \times S_e} = \frac{10^{-2}}{1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 39,7 \times 10^6 \text{ H}^{-1}$. On constate, dans cet exemple, que 1 cm d'entrefer possède une réluctance de beaucoup supérieure à celle du noyau. L'entrefer est un véritable « isolant » magnétique. L'air est un très mauvais conducteur des lignes de champ.

7 Appliquons la loi d'Hopkinson : $E_e = \mathcal{R}_e \times \phi = 39,7 \cdot 10^6 \cdot 96 \cdot 10^{-6} = 3811 \text{ A}$

8 La réluctance est proportionnelle à la longueur. Donc, comme le fer est passé de 62 cm à 61 cm, sa réluctance passe de $6,8 \cdot 10^5$ à $6,70 \times 10^5 \text{ H}^{-1}$. La F.M.M. nécessaire passe de 65 à 64 A.

9 $E_t = 64 + 3811 = 3875 \text{ A}$. La F.M.M. sert principalement à magnétiser l'entrefer.

10 Les 500 spires parcourues par les 0,13 A magnétisent le fer. Il faut $N' I = 3811 \text{ A}$, soit $N' = 29300$ spires pour magnétiser le tout petit entrefer.

11 Dans le tore, H demeure inchangé : $B = \mu \cdot H \Rightarrow H = \frac{B}{\mu} = \frac{0,6}{1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 4500} = 106 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$.

Dans l'air de l'entrefer : $H_e = \frac{B_e}{\mu_0} = \frac{0,48}{4\pi 10^{-7}} = 382 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$.

H_e est très supérieur à H . De par sa forte perméabilité, le matériau du tore ne demande presque pas d'excitation magnétique pour sa magnétisation.

2.4.1 Circuit magnétique

Une bobine destinée à constituer une inductance comprend un circuit magnétique de forme torique. La section du tore est $S = 1,6 \text{ cm}^2$. La ligne de champ moyenne du tore est $\ell = 62 \text{ cm}$. On désire obtenir $B = 0,6 \text{ T}$ dans la bobine avec un enroulement de $N = 500$ spires.

Le matériau magnétique est supposé linéaire de perméabilité relative $\mu_r = 4500$. On rappelle $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$.

Calculer H en $\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$ à l'intérieur du tore.

Quelle doit être l'intensité dans les spires pour obtenir de tels champs ?

Calculer la force magnétomotrice (F.M.M.) nécessaire pour entretenir ces champs (H et $B = 0,6 \text{ T}$) dans le tore ?

Calculer numériquement le flux magnétique ϕ , la réluctance du tore $\mathcal{R}$ et en déduire la force magnétomotrice (F.M.M.) E .

Dans ce même tore (même géométrie et même matériau), on taille un entrefer étroit de longueur : $e = 1 \text{ cm}$. On suppose que l'entrefer perturbe un peu la canalisation des lignes de champ. En conséquence, la section du circuit magnétique dans l'entrefer est $S_e = 2 \text{ cm}^2$.

On désire conserver un champ $B = 0,6 \text{ T}$ dans le noyau. La F.M.M. doit maintenant magnétiser deux réluctances en série : celle de l'entrefer et celle du tore.

Quelle est alors la valeur de B dans l'entrefer ? On admettra la conservation du flux de B .

Que vaut la réluctance de l'entrefer ?

Calculer la nouvelle F.M.M. E_e nécessaire pour magnétiser l'entrefer. C'est aussi la d.d.p. magnétique aux bornes de l'entrefer.

Recalculer la réluctance du tore (diminué de son cm d'entrefer) et la F.M.M. E' nécessaire pour magnétiser le tore. Comparer les ordres de grandeur des F.M.M.

Calculer la F.M.M. totale nécessaire pour magnétiser le tore et l'entrefer E_t .

Avec le même courant I , mais en augmentant le nombre de spires, calculer le nombre de spires nécessaires.

Calculer le champ H' dans le matériau et dans l'entrefer.

Solutions

2.4.1 Dans le calcul classique que nous avons vu dans le cours, le contour choisi est la ligne de champ moyenne du circuit magnétique. C'est un cercle de longueur ℓ . Appliqué sur cette ligne, le théorème d'Ampère conduit à une expression de H . L'excitation magnétique est constante tout au long de la ligne moyenne en raison de la grande simplicité du système (géométrie très symétrique et matériau homogène). L'application du théorème d'Ampère conduit à : $H\ell = NI$. Le contour est décrit dans le sens d'une ligne de champ. N est le nombre de spires du bobinage. La loi de conservation du flux de B conduit à $\phi = B \cdot S = \text{cte}$. Les hypothèses concernant le matériau du noyau, ici simplifiées au maximum, permettent de définir une perméabilité du matériau uniforme (égale en tout point). La linéarité magnétique du matériau, prise en hypothèse, permet de considérer la perméabilité comme une constante indépendante de I .

$$B = \mu \cdot H \Rightarrow H = \frac{B}{\mu} = \frac{0,6}{1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 4500} = 106 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$2.4.1 \quad I = \frac{H \times \ell}{N} = \frac{106 \cdot 0,62}{500} = 0,13 \text{ A}$$

2.4.1 La F.M.M. nécessaire correspond à l'un des membres du théorème d'Ampère :

$$\text{F.M.M.} = N \cdot I = H \cdot \ell = 65 \text{ A.tr}$$

$$2.4.1 \quad \phi = B \times S = 0,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-4} = 96 \mu\text{Wb}$$

$\mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{0,62}{1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 4500 \cdot 1,6 \cdot 10^{-4}} = 6,8 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}$ la réluctance exprimée en unité SI est toujours un grand nombre.

$E = \mathcal{R} \times \phi = 65 \text{ A.tr}$, bien entendu on retrouve le résultat de la question 2.4.1.

2.4.1 On affectera de l'indice e (pour entrefer) toutes les grandeurs dans l'entrefer.

$$\phi = \text{cte} = B \cdot S = B_e \cdot S_e \Rightarrow B_e = B \frac{S}{S_e} = 0,6 \cdot \frac{1,6}{2} = 0,48 \text{ T}$$

2.4.1 $\mathcal{R}_e = \frac{e}{\mu_0 \times S_e} = \frac{10^{-2}}{1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 39,7 \cdot 10^7 \text{ H}^{-1}$. On constate, dans cet exemple, que 1 cm d'entrefer possède une réluctance de beaucoup supérieure à celle du noyau. L'entrefer est un véritable « isolant » magnétique. L'air est un très mauvais conducteur des lignes de champ.

2.4.1 Appliquons la loi d'Hopkinson : $E_e = \mathcal{R}_e \times \phi = 39,7 \cdot 10^6 \cdot 96 \cdot 10^{-6} = 3811 \text{ A}$

2.4.1 La réluctance est proportionnelle à la longueur. Donc, comme le fer est passé de 62 cm à 61 cm, sa réluctance passe de $6,8 \cdot 10^5$ à $6,70 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}$. La F.M.M. nécessaire passe de 65 à 64 A.

2.4.1 $E_t = 64 + 3811 = 3875 \text{ A}$. La F.M.M. sert principalement à magnétiser l'entrefer.

2.4.1 Les 500 spires parcourues par les 0,13 A magnétisent le fer. Il faut $N'I = 3811 \text{ A}$, soit $N' = 29\,300$ spires pour magnétiser le tout petit entrefer.

2.4.1 Dans le tore, H demeure inchangé : $B = \mu \cdot H \Rightarrow H = \frac{B}{\mu} = \frac{0,6}{1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 4500} = 106 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$.

Dans l'air de l'entrefer : $H_e = \frac{B_e}{\mu_0} = \frac{0,48}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 382 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$.

H_e est très supérieur à H . De par sa forte perméabilité, le matériau du tore ne demande presque pas d'excitation magnétique pour sa magnétisation.

2.4.2 Inductance

La figure 2.3 montre un tore de fer doux de perméabilité magnétique relative $\mu_r = 3200$. Ce tore possède un rayon moyen $R = 5$ cm, sa section est celle d'un disque de rayon $r = 0,80$ cm. On enroule $N = 500$ spires de fil de cuivre autour du tore.

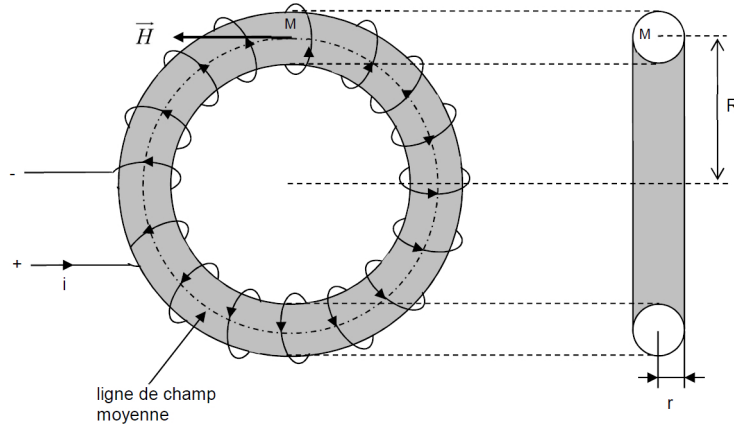


FIGURE 2.3 – Inductance torique

À l'aide du théorème d'Ampère, calculer l'excitation magnétique $\vec{H}$ qui règne dans le tore si les spires sont parcourues par $I = 1$ A.

Calculer le champ magnétique $\vec{B}$ qui règne dans le tore. On rappelle que $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI} \approx \frac{1}{800000}$.

Calculer l'inductance L du solénoïde enroulé sur le tore en admettant que la perméabilité magnétique du fer est constante.

On admet que la résistance des 500 spires est négligeable. Déterminer la courbe $i = f(t)$ donnant l'évolution de l'intensité i en fonction du temps si l'on branche le solénoïde sur une source de tension continue de 12 V.

Combien de temps faut-il pour que l'intensité atteigne 30 A ?

Solution :

$$H = \frac{N \cdot I}{2\pi R} = \frac{500}{2\pi \times 0,05} \approx 1592 \text{ A.tr}$$

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = 6,36 \text{ T}$$

$$\Phi_{\text{total}} = N \cdot (B \cdot S) = N \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \cdot S = N \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{2\pi R} \cdot S \Rightarrow L = \frac{\Phi_{\text{total}}}{I} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2}{2\pi R} \cdot S = 0,64 \text{ H}$$

$$e = L \cdot \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{e}{L} \Rightarrow i = \frac{e}{L} \cdot t \Rightarrow t = \frac{L}{e} \cdot i = \frac{0,64}{12} \times 30 = 1,6 \text{ s}$$

2.5 Épilogue

Voici un extrait d'une conversation entendue en faisant la queue à la caisse d'une grande surface de bricolage. Deux messieurs bavardaient en attendant leur tour, l'un tenait une grande rallonge électrique monophasée de 50 mètres, l'autre lui tint à peu près ce langage :

« Surtout, quand tu utilises ta rallonge, tu la déroules complètement. Si tu la laisses enroulée, totalement ou partiellement, ça va faire self et ça va chauffer. »

Que penser de ces propos ? Prenez le temps de la réflexion avant de lire ce qui suit, il faut savoir sécher !

Examinons l'aspect « self », l'aspect inductif de la rallonge. Un fil électrique parcouru par un courant produit un champ magnétique et constitue une inductance. Mais si on considère une rallonge avec deux fils tellement proches l'un de l'autre qu'ils paraissent confondus dès qu'on les observe d'un peu loin, il en va tout autrement. En effet, à chaque instant un des deux fils est parcouru par un courant de sens donné et produit un vecteur champ magnétique, mais au même instant, l'autre fil est parcouru par un courant de sens contraire et produit donc un vecteur champ magnétique opposé de sorte que les deux vecteurs ont une résultante nulle. Le champ magnétique produit par la rallonge est nul et son inductance l'est aussi ($L = \frac{\Phi}{I} = \frac{B \cdot S}{I} = 0$ si $B = 0$).

Pour une rallonge en triphasé, si le récepteur alimenté est équilibré, alors la somme des courants dans les trois phases est constamment nulle.

Que l'on soit en monophasé ou en triphasé, que la rallonge soit déroulée en ligne droite ou soigneusement enroulée, son inductance est nulle.

Ensuite une self, une inductance n'est pas ce qui crée l'effet Joule RI^2 , absolument pas ! C'est la résistance des fils R ($R = \rho \cdot \frac{\ell}{S}$).

Si on fait passer un courant inférieur ou égal au courant maximum pour lequel la rallonge est prévue (en fonction de sa longueur, de la section des fils, du métal constituant les fils) alors il n'y a pas à craindre d'échauffement excessif. Il est certain que le peu de chaleur produite par effet Joule sera mieux dissipé si la rallonge est toute déroulée plutôt que laissée enroulée ou « en tas », mais ce n'est pas avec ça qu'on va tiédir nos tartines et encore moins les griller !

Bref, nos deux messieurs devraient revoir leur cours d'électricité...

CHAPITRE 3

Force de Laplace

Un conducteur parcouru par un courant et plongé dans un champ magnétique est le siège d'une force dite de Laplace.

Dans ce cours d'électromagnétisme appliqué à l'électrotechnique nous ne considérerons que les situations simples où les conducteurs sont rectilignes, les champs magnétiques uniformes, et les conducteurs perpendiculaires aux lignes de champ magnétique.

La force de Laplace se calcule par la formule :

$$F = B \cdot I \cdot L$$

où F , la force, est en N, B est l'intensité du champ magnétique en T, I l'intensité du courant dans le conducteur en A et L la longueur du conducteur en m.

F est le résultat du produit vectoriel : $\vec{F} = (\vec{I} \wedge \vec{B}) \cdot L$. Ainsi, $\vec{F}$ possède une direction perpendiculaire au plan défini par les vecteur $\vec{I}$ et $\vec{B}$, le sens étant donné par la progression d'un tire-bouchon (ou d'une vis ou d'un boulon) tourné dans le sens du repliement du vecteur $\vec{I}$ sur le vecteur $\vec{B}$ par le plus court chemin angulaire. C'est ce que l'on appelle la règle du tire-bouchon de Maxwell, comme le montre la figure [3.1 page suivante](#).

Attention : Le produit vectoriel montre bien que si le conducteur est colinéaire aux lignes de champ magnétique, alors la force est nulle.

Pour plus de facilité, on utilisera la « règle des trois doigts de la main droite » comme le montre la figure [3.2 page suivante](#).

La force de Laplace permet d'expliquer le fonctionnement des moteurs électriques. Un moteur électrique est « simplement » un dispositif technologique dans lequel on crée un champ magnétique qui baigne des conducteurs dans lesquels passe une intensité. Sur ces conducteurs vont s'exercer des forces de Laplace qui vont créer un couple qui va mettre le rotor du moteur en rotation.

Voici deux courtes vidéo qui illustrent la règle du tire-bouchon de Maxwell :

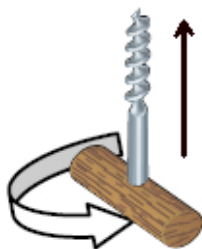


FIGURE 3.1 – Règle du tire-bouchon de Maxwell

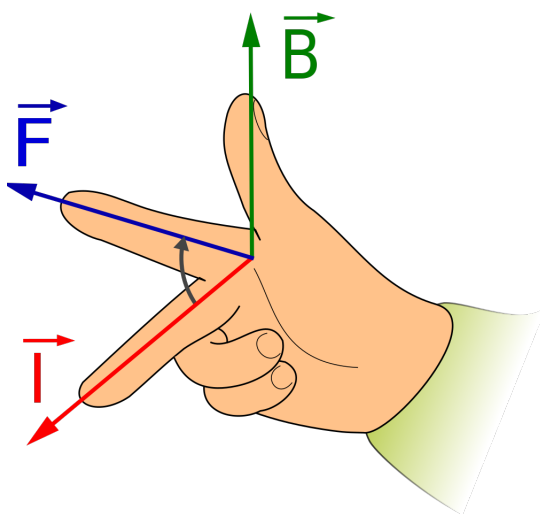


FIGURE 3.2 – Règle des trois doigts de la main droite

- [vidéo n° 1 sur la règle du tire-bouchon de Maxwell](#)
- [vidéo n° 2 sur la règle du tire-bouchon de Maxwell](#)

3.0.0.1 Représentation des vecteurs perpendiculaires à un plan

Que ce soit en mathématique ou en physique, on dessine souvent les deux vecteurs dont on va faire le produit vectoriel dans le plan de la page sur laquelle sont données les explications. Le vecteur résultant possède alors une direction perpendiculaire à la page. Si le vecteur est dirigé de l'avant vers l'arrière de la feuille, on le représente par ce symbole :



On retient ce symbole $\oplus$ en sachant ce qu'il signifie : l'observation de la flèche de la figure 3.3 depuis la gauche. On distingue alors les quatre plumes de l'empennage disposées en croix. On aperçoit également le contour extérieur de la pointe conique. La flèche s'éloigne de nous, comme le vecteur qui rentre dans la feuille en étant dirigé de l'avant vers l'arrière de celle-ci.

Si, au contraire, le vecteur est dirigé de l'arrière vers l'avant de la page, on le représente par ce symbole :



On retiendra ce symbole $\odot$ en se souvenant qu'il rappelle l'observation de la flèche de la figure 3.3 depuis la droite. On ne distingue alors que la pointe conique qui masque l'empennage. La flèche vient vers nous, comme le vecteur qui sort de la feuille en se dirigeant de l'arrière vers l'avant.



FIGURE 3.3 – Flèche de tir à l'arc

3.1 Exercices

3.1.1 Forces entre deux fils parallèles

Quelle est la force par unité de longueur qui s'exerce sur chacun des deux fils parallèles très longs, séparés par une distance de 1 m dans l'air et dans lesquels circulent des courants de même intensité, 1,0 A, dans des sens opposés ?

Pour l'air, on a : $\mu_{\text{air}} \simeq \mu_0$. La figure 3.4 page suivante montre comment le champ du conducteur 2 s'étend jusqu'au conducteur 1, situé à une distance d , où la valeur du champ est donnée par application du théorème d'Ampère en prenant pour contour d'Ampère un cercle de rayon d centré sur le fil parcouru par I_2 :

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

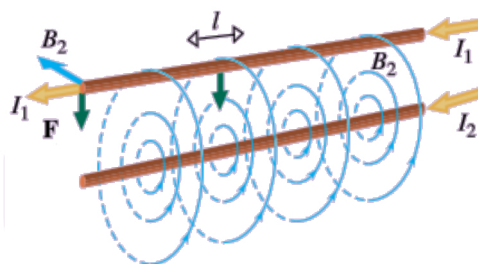
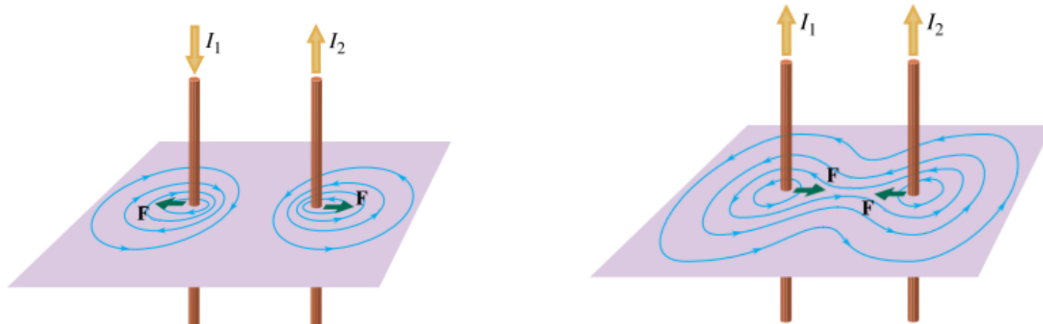


FIGURE 3.4 – Deux fils parallèles où circulent des courants. Chaque fil baigne dans le champ magnétique B de l'autre.



(a) Quand les courants sont de sens opposés, les conducteurs se repoussent.

(b) Lorsque les courants sont dans le même sens, les conducteurs s'attirent.

FIGURE 3.5 – Forces entre deux fils rectilignes suivant le sens du courant.

La règle du tire-bouchon de Maxwell nous montre que ce champ est dirigé vers la gauche (voir la figure 3.4). Si l est la longueur d'un segment du fil 1, la force à laquelle il est soumis (avec ici $u = 90^\circ$) est donnée par : $F = BIl$. Alors la force par unité de longueur du fil 2 sur le fil 1 est dirigée vers le bas avec un module :

$$F = I_1 B_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \times 1 \times 1}{2\pi \times 1} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

Cette expression est symétrique, donc une force de même module agit sur l'unité de longueur du fil 2 à cause du champ du fil 1 ; mais ces forces sont de sens opposés car $\vec{B}_1$ est vers la droite et la force exercée par le conducteur 1 sur 2 (dans la direction de $\vec{I} d\vec{l} \wedge \vec{B}$) est vers le haut dans le plan. Les fils parallèles transportant des courants de même sens s'attirent comme le montre la figure 3.5a.

Si l'on inverse le sens de l'un des courants, le sens de son champ est inversé et la force agissant sur l'autre fil s'inverse aussi. Donc, des fils parallèles transportant des courants de sens opposés se repoussent comme le montre la figure 3.5.

Dans la pratique, il est impossible d'avoir des fils infiniment longs ; mais pour des fils de longueur supérieure à $10 \times d$, où d est l'écartement entre les fils, la formule établie ci-dessus est une excellente approximation permettant un calcul simple.

3.1.2 Court-circuit

Deux barres de cuivre espacées de 10 cm et longues de 1,5 m se trouvent dans un tableau électrique industriel. Un court-circuit survient, l'intensité atteint 200 kA avant qu'un disjoncteur ne coupe ce courant.

Calculer approximativement la force subie par les barres.

Les barres ne sont certes pas de longueur infinie, mais on peut calculer approximativement le champ magnétique créé par le courant circulant dans une barre à l'emplacement de l'autre barre au moyen du théorème d'Ampère :

$$B = \mu_0 \times \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot R} = 4\pi 10^{-7} \cdot \frac{200 \cdot 10^3}{2 \cdot \pi \cdot 0,1} = 0,4 \text{ T}$$

On en déduit la force sur une barre de longueur 1,5 m :

$$F = B \cdot I \cdot L = 0,4 \times 200 \cdot 10^3 \times 1,5 = 120 \text{ kN} \simeq 12 \text{ tonne-force}$$

On voit la nécessité de fixer solidement de telles barres afin qu'elles résistent aux efforts électrodynamiques !

3.1.3 Forces sur les côté d'une spire

La figure 3.6 montre une spire rectangulaire plate et horizontale placée dans un champ magnétique uniforme et vertical de 0,10 T. Le côté AB mesure 30 cm et le côté BC mesure 20 cm.

Déterminer les forces agissant sur les côtés AB , BC et CD de la spire lorsqu'elle est parcourue par un courant de 1,0 A.

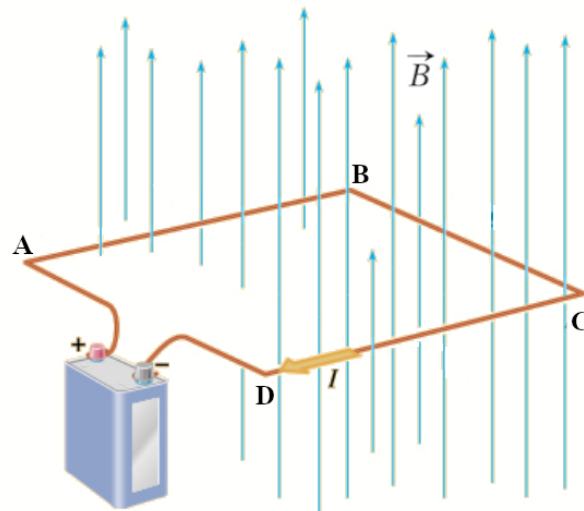


FIGURE 3.6 – Spire rectangulaire parcourue par un courant et placée dans un champ magnétique vertical et uniforme.

Le courant circule dans le sens des aiguilles d'une montre dans le circuit à partir de la borne positive de la pile. La direction de la force sur chaque segment est celle de $\vec{Id\ell} \wedge \vec{B}$ et elle est montrée dans la figure 3.7.

La force qui agit sur BC est :

$$F_{BC} = BI\ell \sin \theta = (0,10 \text{ T}) \cdot (1,0 \text{ A}) \cdot (20 \text{ cm}) \cdot (\sin 90^\circ) = 0,020 \text{ N}$$

Celles qui agissent sur les côtés AB et CD est :

$$F_{AB} = F_{CD} = BI\ell \sin \theta = (0,10 \text{ T}) \cdot (1,0 \text{ A}) \cdot (30 \text{ cm}) \cdot (\sin 90^\circ) = 0,030 \text{ N}$$

Vérification rapide : Un fil de 1 m perpendiculaire à un champ $\vec{B}$ de 1 T et parcouru par un courant de 1 A subit une force de 1 N. Ainsi, pour le côté BC , si la longueur est 0,2 m, la force est divisée par 5 et devient 0,2 N. Si maintenant le champ est 0,1 T, la force est à nouveau divisée, par 10 maintenant, et devient 0,02 N.

Même vérification pour les côtés AB et CD .

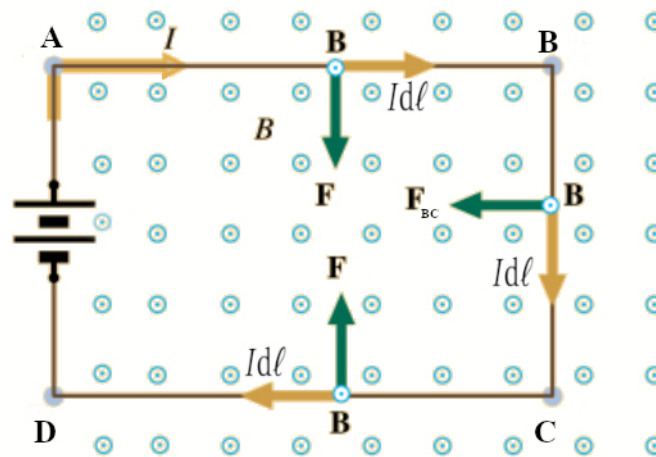


FIGURE 3.7 – Les forces sur les segments métalliques sont partout orientées vers l'intérieur de la spire.

3.1.4 Déplacement d'un aimant

On considère deux aimants parallélépipédiques posés sur une table. Ces deux aimants sont alignés, leurs pôles nord et sud se font face. Ils sont maintenus en place de telle sorte que leurs pôles ne se touchent pas. On éloigne très lentement les deux aimants l'un de l'autre en les maintenant parallèles entre eux. On laisse un aimant fixe, on déplace l'autre et pour ce faire, on doit exercer une force supposée constante de 50 N sur cet aimant. On négligera les frottements.

Calculer le travail fourni lorsque l'aimant a été déplacé de 1 cm.

Que devient ce travail ?

3.1.4.1 Solution : Déplacement d'un aimant

$$W = F \times d = 50 \cdot 1.10^{-2} = 0,5 \text{ J}$$

Le travail fourni pour déplacer l'aimant est transformé en énergie potentielle magnétique contenue dans le champ magnétique entourant les deux aimants.

3.1.4.2 Fabrication d'un aimant, énergie potentielle

Pour fabriquer un aimant, il faut deux choses :

- un matériau ayant un champ magnétique B rémanent élevé (matériau « dur ») ;
- un champ magnétique initial.

Pour obtenir le champ magnétique initial, on fait passer du courant dans un ensemble de spires colinéaires, une bobine ; cela crée un champ magnétique suivant l'axe de la bobine. Ce champ va permettre de fabriquer un aimant permanent. Le magnétisme d'un aimant permanent résulte de l'addition des champs magnétiques élémentaires produits par le moment magnétique orbital et le moment magnétique de spin des électrons du matériau que l'on souhaite aimanter.

Pour un aimant permanent, ces spins sont parallèles, ainsi ces champs magnétiques élémentaires s'additionnent. Pour créer un aimant permanent, il faut soumettre un matériau adéquat à un champ magnétique suffisamment important pour aligner les spins des électrons. Si les spins restent alignés une fois le champ magnétique inducteur disparu, on obtient un aimant permanent.

Une fois créé, celui-ci ne consomme pas d'énergie. Un aimant finit progressivement par perdre son aimantation. Cette perte est très variable, elle dépend du matériau, de la température, des conditions de fonctionnement de l'ensemble magnétique dont l'aimant fait partie. Cela peut aller de quelques pour cents par an à quelques pour cents par millénaire.

L'aimantation d'un matériau dur lui transfère de l'énergie qu'il conserve sous forme d'énergie potentielle emmagasinée dans le champ magnétique. Pour employer une analogie, c'est comme lorsque l'on place un objet plus haut qu'il ne l'était dans un champ gravitationnel ou lorsque l'on remonte le ressort d'une pendule ou d'un moteur « à ressort ». Si l'on rapproche deux aimants, leurs pôles nord se faisant face, l'énergie potentielle magnétique augmente. Si on les lâche, les aimants vont se repousser, gagnant de l'énergie cinétique tandis que l'énergie potentielle diminue. Ils vont se retourner et se coller pôle nord contre pôle sud, dans un état où le champ magnétique sera plus faible qu'au départ. C'est un principe général en physique : des particules, des objets, se déplacent, se réorganisent ou encore changent d'état spontanément de telle sorte que l'état final soit un état de moindre énergie.

Dans le cas d'aimants proches que l'on lâche et qui se déplacent spontanément, l'énergie nécessaire à leur déplacement est puisée dans leur énergie potentielle, c'est-à-dire leur champ magnétique. À la fin du déplacement, le champ magnétique autour des aimants est moins intense. Mais si on décolle des aimants, on fournit un travail, on restitue de l'énergie au champ magnétique, (on remonte à nouveau le ressort). Du fait de l'agitation atomique et moléculaire qu'elle engendre, une température élevée va perturber l'alignement des spins et provoquer une désaimantation progressive ou très rapide. Pour le fer, cette température, dite de Curie, est de 770°C .

3.1.5 Sonnerie

Une sonnerie électrique de porte est essentiellement un électroaimant interrompu automatiquement. En utilisant la figure 3.8, décrire son fonctionnement.

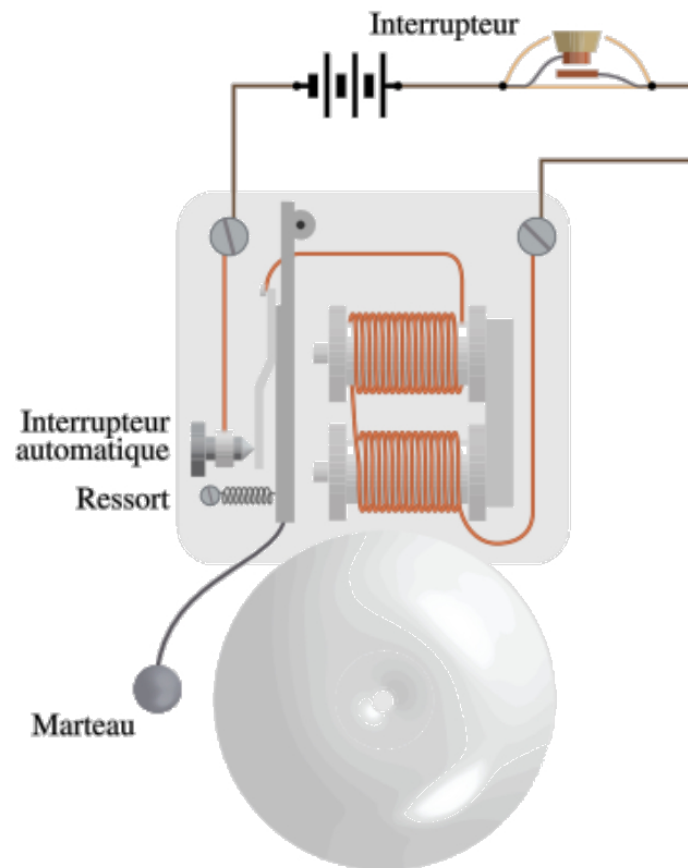


FIGURE 3.8 – Sonnerie.

CHAPITRE 4

Loi de Faraday – Lenz

4.1 Loi de Faraday

Si un conducteur électrique est baigné par un flux variable au cours du temps, alors il apparaît aux bornes du conducteur une f.é.m. donnée par la formule :

$$|e| = \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

Généralement la variation du flux est linéaire au cours du temps, ce qui conduit à la formule plus simple :

$$|e| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1}$$

Cette formule est suffisante pour la majorité des cas que nous rencontrerons.

4.2 Loi de Lenz

Le signe de e est donné par la loi de Lenz qui s'énonce ainsi :

la f.é.m. qui apparaît tend à faire circuler un courant qui s'oppose à la cause qui lui donne naissance.

Cette « opposition » à la cause qui donne naissance au courant peut être interprétée :

- soit comme l'apparition d'un champ magnétique $\vec{B}_{\text{induit}}$ antagoniste au champ préexistant (le champ inducteur) ;

- soit comme l'apparition d'une force de Laplace qui s'oppose à la force que l'on exerce sur un conducteur pour le mettre en mouvement et le maintenir à une certaine vitesse.

Dans les cas simple de l'électrotechnique où un conducteur rectiligne possède un vecteur vitesse relative $\vec{V}$ perpendiculaire au vecteur $\vec{B}$, la loi de Lenz qui permet de connaître le sens dans lequel circulerait le courant induit (la place de la borne +) s'applique par la règle des trois doigts de la main gauche comme le montre la figure 4.1.

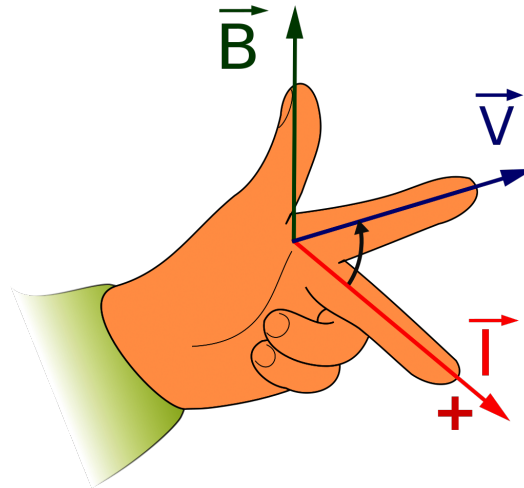


FIGURE 4.1 – Règle des trois doigts de la main gauche

L'animation suivante permet d'expérimenter les effets de la variation de flux sur la tension : [animation montrant la f.é.m. induite](#)

4.3 Loi de Faraday appliqué à un conducteur rectiligne

Lorsqu'un conducteur rectiligne est en mouvement relatif par rapport à un champ magnétique et que la vitesse $\vec{V}$ est perpendiculaire au vecteur champ magnétique $\vec{B}$, on montre que la f.é.m. qui apparaît aux bornes du conducteur est :

$$U = B \cdot L \cdot V$$

avec U en V, B en T, L en m et V en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

La position de la borne + est donnée par la règle des trois doigts de la main gauche, voir figure 4.1.

ATTENTION : Il est nécessaire que le conducteur traverse, coupe des lignes de champ magnétique lors de son déplacement relatif par rapport au champ magnétique pour qu'une f.é.m. apparaisse. Si le déplacement se fait de manière à ce que le conducteur reste tangent aux lignes de champ, aucune f.é.m. n'est créée.

4.4 Principe du flux maximal

Tout circuit parcouru par un courant tend à embrasser le maximum de flux. La position correspondant à ce flux maximal est à énergie potentielle minimale, c'est donc une position d'équilibre stable.

Ainsi, un circuit rigide mobile parcouru par un courant d'intensité constante se déplace spontanément, s'il le peut, de telle manière que le flux du champ magnétique qui le traverse soit maximal.

Un circuit électrique déformable parcouru par un courant électrique prend une forme telle que le flux de champ magnétique qui le traverse soit maximal. Il s'agit généralement d'une forme circulaire s'il n'y a pas de contrainte particulière quant à la géométrie.

Le recours au principe du flux maximal permet d'économiser une réflexion souvent pénible quant à ce qui se passe au niveau des f.é.m. induites et forces de Laplace dans les conducteurs. Un bon exemple en est la compréhension du fonctionnement du moteur asynchrone, plus rapide à l'aide du principe du flux maximal qu'en détaillant l'effet des forces de Laplace dans les conducteurs rotoriques.

4.5 Exercices

4.5.1 Force électromotrice induite

Un avion vole horizontalement en direction Est - Ouest, à la vitesse $v = 800 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, dans une région où le champ magnétique terrestre est horizontal, dirigé Sud - Nord, et de valeur : $B = 50 \mu\text{T}$.

Comme le montre la figure 4.2, cet avion porte une antenne de 20 m de long faisant un angle de 30° avec l'horizontale.

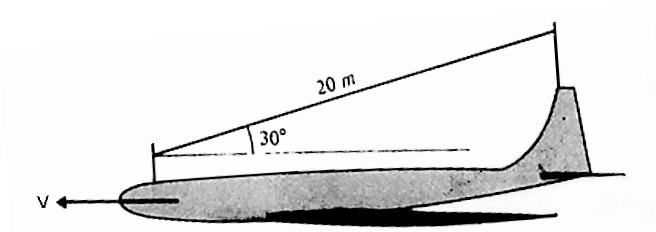


FIGURE 4.2 – Avion et son antenne.

Calculer la f.é.m. induite entre les deux extrémités de cette antenne.

4.5.1.1 Solution : Force électromotrice induite

La figure 4.3 page suivante montre clairement comment sont positionnées les lignes du champ magnétique terrestre $\vec{B}$ par rapport à l'antenne de l'avion. On en déduit :

$$e = B \times \ell \times v \times \sin(30^\circ) = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 800 \cdot \frac{10^3}{3600} \cdot \frac{1}{2} = 0,111 \text{ V}$$

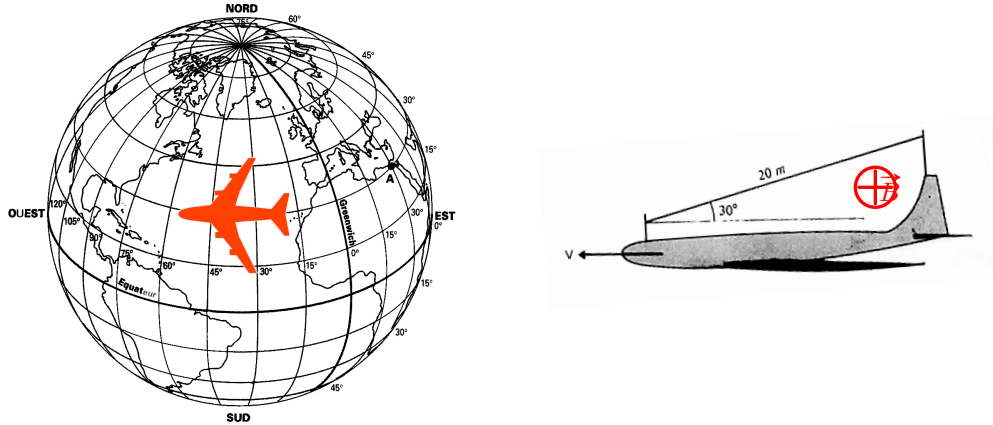


FIGURE 4.3 – Les méridiens sont les lignes de champ B à la déclinaison près.

4.5.2 Freinage par courant de Foucault

On laisse tomber un anneau circulaire en cuivre tout au long d'un tube creux où règne un champ magnétique $\vec{B}$ radial, le champ magnétique possède une intensité constante dans le tube creux.

On donne :

- $B = 0,5 \text{ T}$;
- longueur de l'anneau : $\ell = 12 \text{ cm}$;
- section de l'anneau : $0,2 \text{ cm}^2$;
- résistivité du cuivre : $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$;
- masse volumique du cuivre : $d = 8,72 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
- accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Calculer v_{lim} , la vitesse limite atteinte par l'anneau en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

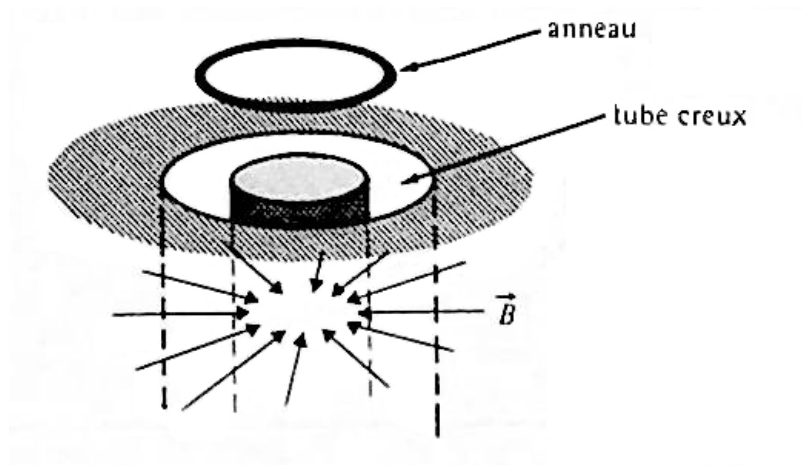


FIGURE 4.4 – Freinage de la chute d'un anneau.

4.5.2.1 Solution : Freinage par courant de Foucault

Le « truc » ici est de couper l'anneau par la pensée et de le déplier en une tige rectiligne. On retrouve alors la situation vue en cours. La différence c'est que dans le cas de l'anneau le courant peut circuler.

Ce mouvement de chute entraîne l'apparition d'une f.é.m. au sein de l'anneau, laquelle fait circuler un courant. D'après la loi de Lenz, ce courant va engendrer une force de Laplace qui va s'opposer à la pesanteur.

La force de pesanteur, exercée vers le bas, est : $F_1 = m \times g = \text{volume de l'anneau} \times d \times g = \ell \times S \times d \times g$

La f.é.m. dans l'anneau : $e = B \times \ell \times v$

Résistance ohmique de l'anneau : $R = \rho \frac{\ell}{S}$

Intensité du courant dans l'anneau : $i = \frac{E}{R} = \frac{B \times v \times S}{\rho}$

Force de Laplace exercée vers le haut : $F_2 = B \times i \times \ell = \frac{B^2 \times \ell \times v \times S}{\rho}$

La vitesse limite est atteinte lorsque $F_1 = F_2$, soit :

$$v_{\text{lim}} = \frac{d \times g \times \rho}{B^2} = \frac{8,62 \cdot 10^3 \times 9,81 \times 1,72 \cdot 10^{-8}}{25 \cdot 10^{-2}} = 5,8 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Remarques :

1. Nous n'avons pas besoin de connaître la longueur de l'anneau, ni sa section pour répondre à la question.
2. L'application de la règle de la main gauche nous indique que le courant de Foucault circulera dans le sens trigonométrique. L'application de la règle de la main droite permet de s'assurer que la force de Laplace exercée sur un élément de longueur $d\ell$ est bien dirigée vers le haut.

La vidéo suivante permet de visualiser le freinage par courant de Foucault sur une bande circulaire de cuivre, situation semblable à celle de l'exercice ci-dessus.

4.5.3 Générateur de Faraday

Michael Faraday (1791 - 1867) réalisa en 1832 la première expérience démontrant qu'on pouvait produire un courant électrique par conversion directe. Le fluide conducteur en mouvement est ici constitué par l'eau salée de la Tamise ; le champ magnétique externe est celui de la Terre et les électrodes qui permettent de recueillir le courant sont des plaques métalliques immergées dans le fleuve au pont « Waterloo bridge » à Londres. Faraday pensait que l'eau de mer mise en mouvement par la marée était le siège d'une force électromotrice, car elle était « baignée » par le champ magnétique terrestre. Cependant, l'équipement de l'époque ne permit pas de mettre en évidence la trop faible f.é.m. générée, et c'est en 1851 que son compatriote le Dr. William Hyde Wollaston mesura effectivement, dans l'embouchure saumâtre du fleuve, une tension induite par la marée de la Manche. Faraday venait cependant d'inventer les générateurs « magnétohydrodynamiques » ou « MHD ».

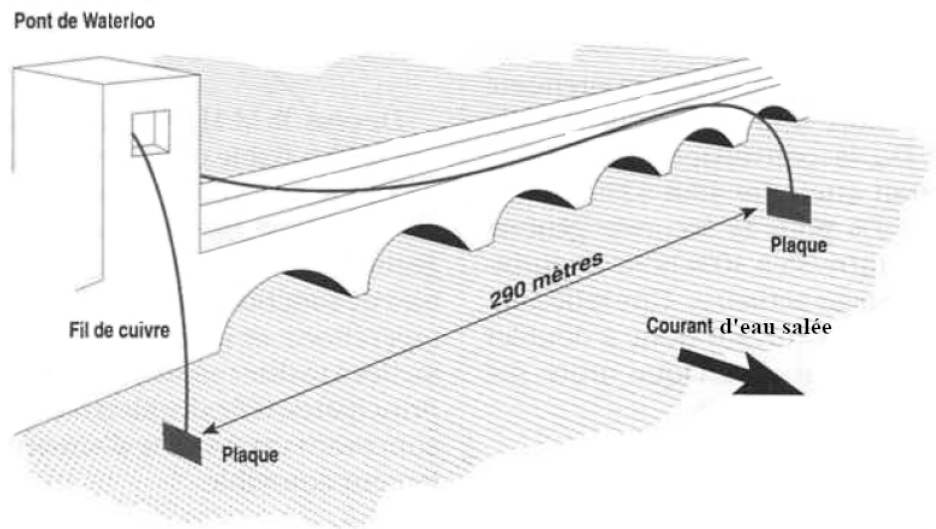


FIGURE 4.5 – Expérience du pont de Waterloo.

Calculer la f.é.m. recueillie aux bornes des plaques en prenant en compte les valeurs suivantes :

- distance entre les deux plaques : 290 m ;
- valeur de la composante verticale du champ magnétique terrestre au niveau du pont : $20 \mu\text{T}$;

— vitesse de l'eau de mer à l'instant de l'expérience : $5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

4.5.3.1 Solution : Générateur de Faraday

On va se servir de la relation $e = B \times \ell \times v$ où $\ell = 290 \text{ m}$ et où $v = \frac{5 \cdot 10^3}{3600} \simeq 1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

On obtient donc :

$$e = B \times \ell \times v = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 290 \cdot 1,4 \simeq 8 \text{ mV}$$

On peut imaginer qu'en 1832 les voltmètres de l'époque étaient trop peu sensibles pour mesurer des millivolts !

En tout état de cause, même si l'idée peut paraître ingénieuse, ce n'est pas avec un tel générateur qu'on va pouvoir alimenter Londres en énergie électrique... Mais le concept est intéressant et il a donné lieu à quelques réalisations intéressantes dans les années 1960 à 1970, en remplaçant l'eau de mer par un gaz ionisé éjecté par une tuyère à des vitesses de l'ordre de $4000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

4.5.3.2 Réversibilité

Si Faraday avait pu brancher un générateur de tension entre les deux plaques pour faire circuler un courant électrique très important dans l'eau salée et si l'intensité du champ magnétique terrestre était plus forte, Faraday aurait pu faire couler la Tamise dans le sens qu'il aurait souhaité !

Les deux vidéos suivantes illustrent le principe de telles pompes MHD :

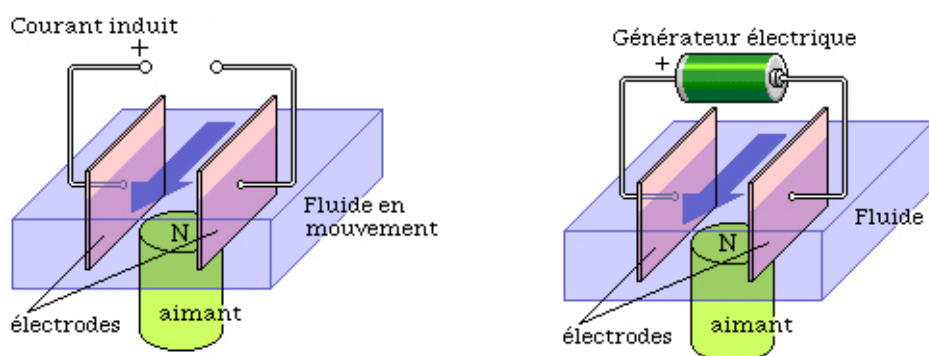
- [pompage d'eau salée](#)
- [pompage de métal liquide](#)

Dans la seconde vidéo, le fluide pompé n'est pas de l'eau salée, mais du « galinstan » un métal liquide à la température ordinaire (son point de fusion est de -19°C). Ce métal est un alliage de gallium, d'indium et d'étain. Pour de telles expériences, le galinstan remplace désormais le mercure jugé trop toxique.

La figure [4.6 page suivante](#) illustre la réversibilité d'une telle machine magnétohydrodynamique (MHD). Pour les deux figures, la vitesse du fluide est figurée par la flèche bleue au-dessus de l'aimant.

La sous-figure [4.6a page suivante](#) montre l'aspect générateur tel qu'imaginé par Faraday : on peut extraire de l'énergie électrique d'un fluide conducteur en mouvement. La règle des trois doigts de la main gauche donne le sens du courant induit.

La sous-figure [4.6b page suivante](#) montre l'aspect moteur ou plus exactement « pompe ». En faisant passer un courant dans un fluide conducteur soumis à un champ magnétique orienté à 90° par rapport à l'intensité, il apparaît une force de Laplace dans le fluide qui met ce dernier en mouvement. La règle des trois doigts de la main droite permet de déterminer le sens de la vitesse du fluide.



(a) générateur MHD : le mouvement du fluide dans le champ magnétique de l'aimant induit un courant entre les électrodes du dispositif.

(b) pompe MHD : le courant circulant entre les électrodes provoque le mouvement du fluide soumis au champ magnétique de l'aimant.

FIGURE 4.6 – Machine magnétohydrodynamique (MHD)

De telles pompes sont envisagées pour assurer la circulation du sodium liquide qui serait employé comme fluide caloporteur dans de futurs réacteurs nucléaires.

4.5.4 Loch électromagnétique

Le loch est un instrument qui sert à mesurer la vitesse de déplacement d'un navire à la surface de la mer, par rapport à l'eau. La connaissance exacte de cette vitesse et donc de la distance parcourue ont toujours représenté des informations très importantes pour le navigateur.

Le principe de fonctionnement du loch électromagnétique est celui du générateur MHD de la figure 4.6a. Lorsque le navire avance, de l'eau de mer se déplace entre les deux électrodes en rouges de la figure 4.7 page ci-contre, un électroaimant génère un champ magnétique entre les deux électrodes. La variation de flux subie par l'eau en mouvement, eau qui coupe, qui traverse des lignes de champ, génère une f.é.m. entre les deux électrodes. La mesure de cette f.é.m. permet la mesure de la vitesse, car la loi qui relie cette f.é.m. à la vitesse du navire est tout à fait linéaire. La f.é.m. qui apparaît entre les deux électrodes vaut environ 0,1 V par nœud de vitesse du navire.

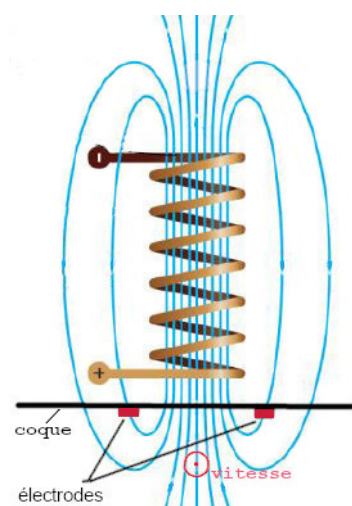


FIGURE 4.7 – Schéma de principe d'un loch électromagnétique

CHAPITRE 5

Machines électriques

Dans les machines électriques, que sont les machines à courant continu, les machines synchrones et les machines asynchrones, le but est soit de transformer de l'énergie électrique en énergie mécanique, soit de transformer de l'énergie mécanique en énergie électrique.

En simplifiant les choses dans le cadre de l'électrotechnique :

- la transformation d'énergie électrique en énergie mécanique s'opère grâce aux forces de Laplace : $F = B \times I \times \ell$;
- la transformation d'énergie mécanique en énergie électrique s'opère grâce à la loi de Faraday : $e = \frac{d\phi}{dt} = B \frac{dS}{dt} = B \times \ell \times v$.

Dans les deux cas, il s'agit d'obtenir un champ magnétique B le *plus élevé possible* afin d'obtenir des couples importants dans le cas du fonctionnement en moteur, ou bien des f.é.m. importante dans le cas du fonctionnement en génératrice.

Quant au transformateur, son fonctionnement correct nécessite que l'énergie magnétique variable produite par le primaire soit conduite avec une atténuation minimale à travers les spires du secondaire pour que la puissance se transmette correctement du primaire au secondaire.

De la même manière que le courant électrique doit être acheminé par des conducteurs les moins résistants possibles (lorsque le but n'est pas de faire griller des tartines !), les machines électriques ont besoin d'un circuit qui amène le flux magnétique le plus efficacement possible, en s'opposant le moins possible à son passage, de l'endroit où il est produit à l'endroit où il est utilisé dans la machine.

Les machines électriques comportent donc :

- un circuit électrique à base de cuivre ou d'aluminium, qui sont les métaux économiquement les plus adaptés, car possédant une très faible résistivité ;

— un circuit magnétique à base de fer qui est le meilleur conducteur possible pour le flux Φ .

On pourra visionner avec profit [cette vidéo](#) qui montre la nécessité d'un circuit magnétique à base de fer pour le bon fonctionnement d'un transformateur. Sans circuit magnétique, les lignes de champ $\vec{B}$ se referment dans l'air et sont très fortement atténuées, car l'air est un matériau très réluctant, des milliers de fois plus que le fer.

5.1 Exercices

5.1.1 Expérience des rails de Laplace

Sur la figure 5.1, une barre conductrice AB est posée sur deux rails conducteurs parallèles. Cette barre peut rouler ou glisser sans aucun frottement. Tout le circuit est baigné par un champ magnétique $\vec{B}$ supposé uniforme. Un générateur de tension de f.é.m. E alimente le circuit constitué par les deux rails et par la barre AB. On supposera que l'intensité débitée I est constante, ce qui revient à négliger la variation de la résistance électrique suite à l'éloignement de la barre AB.

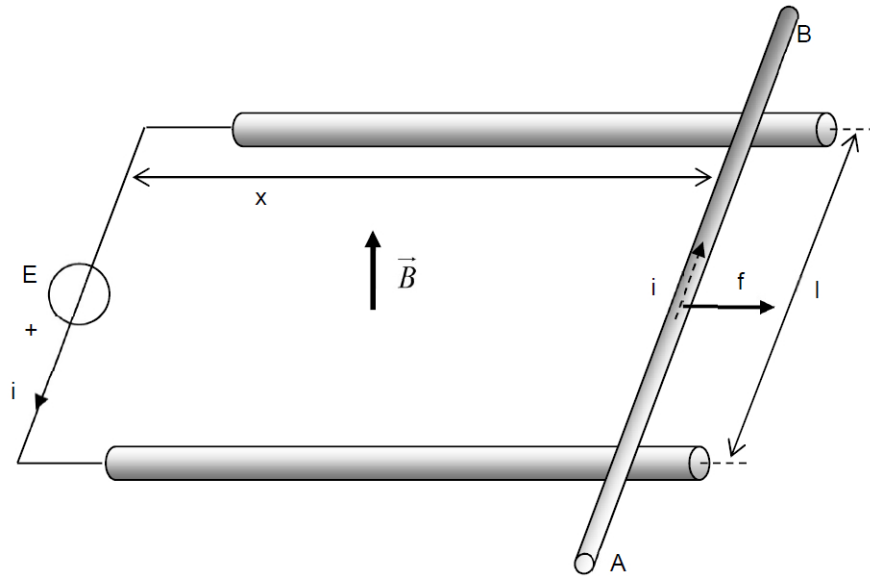


FIGURE 5.1 – Expérience des rails de Laplace

5.1.1.1 Fonctionnement moteur

1. À l'aide de la règle des trois doigts de la main droite, déterminer le sens de la force exercée sur la barre AB.
2. Calculer l'intensité de la force de Laplace qui s'exerce sur la barre AB.
3. Déterminer le sens de la f.c.é.m. qui apparaît dans la barre AB à l'aide de la règle des trois doigts de la main gauche.
4. Calculer la valeur de cette f.c.é.m. en fonction de la vitesse v de la barre AB.

5. Que se passe-t-il lorsque la f.c.é.m. atteint la valeur E ?
6. Calculer la valeur limite de la vitesse v atteinte par la barre.
7. Que se passe-t-il si des frottements diminuent la vitesse limite de la barre AB ?
8. Que se passe-t-il si la force $\vec{F}$ croît de telle sorte que la barre AB dépasse la vitesse limite ?

5.1.1.2 Fonctionnement en générateur

Le dispositif est toujours baigné par un champ magnétique supposé uniforme $\vec{B}$. Le générateur de f.é.m. E est remplacé par une résistance R . Désormais, on exerce sur la barre AB une force motrice constante $\vec{F}$ orientée vers la droite. La barre AB se met en mouvement.

1. À l'aide de la règle des trois doigts de la main gauche, déterminer le sens de la f.é.m. produite, en déduire le sens du courant produit.
2. Calculer cette f.é.m.
3. À l'aide de la règle des trois doigts de la main droite déterminer le sens de la force de Laplace qui s'exerce sur la barre.
4. Calculer la force de Laplace produite.
5. Que se passe-t-il lorsque la force de Laplace devient égale à la force motrice ?
6. Calculer la vitesse limite atteinte par la barre AB.

5.1.1.3 Solution de l'exercice sur les rails de Laplace

5.1.1.4 Fonctionnement moteur

1. La règle des trois doigts de la main droite permet de déterminer que la force exercée sur la barre AB est dirigée vers la droite.
2. $F = B \cdot I \cdot l$
3. Sous l'effet de cette force de Laplace la barre se met en mouvement et accélère. Elle coupe des lignes de champ B , ce qui induit une f.c.é.m. qui obéit à la loi de Lenz. On peut déterminer facilement le sens de cette f.é.m. grâce à la règle des trois doigts de la main gauche. On en déduit que la borne + est située au point A.
4. f.c.é.m. = $B \cdot l \cdot v$
5. Lorsque $E = B \cdot l \cdot v$, le courant dans le circuit s'annule. Par conséquent il n'y a plus de force de Laplace. Puisque tout frottement est négligé, la barre continue son mouvement à vitesse constante. Attention ! Le fait que la force s'annule ne signifie en aucune manière que la barre s'arrête.
6. $E = B \cdot l \cdot v_{\text{limite}} \Rightarrow v_{\text{limite}} = \frac{E}{B \cdot l}$
7. Si la barre ralentit, la f.c.é.m. devient inférieure à la f.é.m. E . Le courant se remet à circuler dans la barre de A vers B, la force de Laplace est à nouveau motrice et tend à ramener la barre à sa vitesse limite.
8. Si on accélère la barre afin qu'elle dépasse la vitesse limite, alors la f.c.é.m. devient supérieure à la f.é.m. E . Le courant dans la barre circule à nouveau, mais de B vers A, créant une force qui freine la barre et tend à la ramener à la vitesse limite.

On remarque que la vitesse atteinte dépend de la f.é.m. E appliquée.

on pourra consulter :

- [cette appliquette java](#)
- [cette animation flash et l'explication de l'expérience](#)
- [cette vidéo](#)

5.1.1.5 Fonctionnement en générateur

1. La force dirigée vers la droite met la barre en mouvement dans cette direction. La règle des trois doigts de la main gauche permet déduire que la place de la borne + de la f.é.m. induite est en A.
2. Lorsque la vitesse de la barre est v , la f.é.m. induite vaut : $e = B \cdot l \cdot v$
3. Cette f.é.m. génère un courant i orienté de B vers A. L'interaction entre i et B va créer une force de Laplace dont on peut trouver le sens par l'application de la règle de la main droite. La force est orientée vers la gauche et s'oppose à la force motrice F (loi de Lenz).
4. $f = B \cdot i \cdot l$, or $i = \frac{e}{R} = \frac{B \cdot l \cdot v}{R}$, il vient : $f = \frac{B^2 \cdot l^2 \cdot v}{R}$
5. Lorsque la vitesse a suffisamment augmenté, le courant i est tel que la force de Laplace est opposée à la force motrice F . L'accélération s'annule, la barre continue en mouvement rectiligne uniforme (vitesse constante).
6. Cette vitesse peut être calculer en égalant la force motrice et la force de Laplace :

$$f = F \Rightarrow \frac{B^2 \cdot l^2 \cdot v}{R} = F \Rightarrow v = \frac{F \cdot R}{B^2 \cdot l^2}$$

5.1.1.6 Conclusion

Les rails de Laplace constituent une machine électrique linéaire qui peut :

- soit convertir de l'énergie électrique en énergie mécanique, on a alors un moteur ;
- soit convertir de l'énergie mécanique en énergie électrique, on a alors un générateur.

Pour englober ces deux situations, on parle de « machine électrique ». Le passage d'un fonctionnement moteur à un fonctionnement générateur et inversement s'effectue sans aucune modification sur le système.

5.2 Une application des rails de Laplace : le canon rail gun

5.2.1 Principe du rail gun

Le principe est le même que celui des rails de Laplace.

Le principe est illustré par la figure 5.2 page ci-contre. Une d.d.p. est établie entre deux rails parallèles conducteurs de l'électricité. Un projectile conducteur est inséré entre les deux rails et ferme le circuit électrique. Le projectile peut glisser entre les deux rails. Dès que le circuit est fermé, un courant électrique circule entre les deux rails, un champ magnétique naît et le projectile est accéléré par la force de Laplace.

On peut néanmoins, pour augmenter la force du canon électrique, renforcer le champ magnétique en ajoutant, de part et d'autre du plan formé par les deux rails, des aimants créant un champ magnétique, perpendiculaire à l'axe, et de sens approprié pour s'ajouter au champ engendré par le courant.

On pourra consulter [article de Wikipedia sur le rail gun](#)

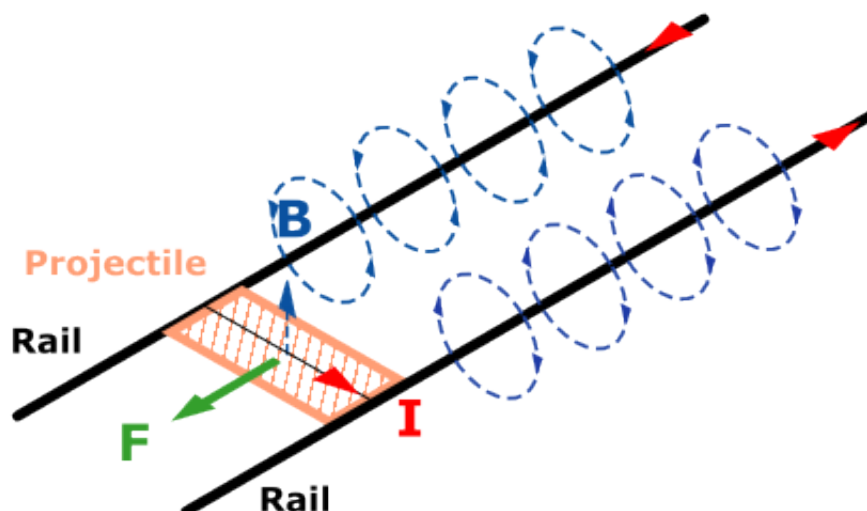


FIGURE 5.2 – Principe du rail gun.

On pourra aussi consulter [cette vidéo](#) provenant de la chaîne Youtube de Xavier Tytelman, vidéo publié le 21 décembre 2024.

5.2.2 Intérêt par rapport aux armes classiques

L'intérêt de tels canons est la vitesse très élevée atteinte par le projectile, capable de percer les blindages les plus résistants sans même avoir recours à un explosif tel qu'une charge creuse. La vitesse des obus classiques propulsés par explosion de poudre est en effet généralement de $1000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ($1800 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pour les obus flèche), pour augmenter de 20 % la vitesse d'un obus classique, il faut doubler la masse de poudre. Ici la vitesse espérée est de $3500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit à peu près trois fois plus élevée que les vitesses obtenues de manière classique avec des douilles remplies de poudre.

La grande quantité d'énergie électrique nécessaire est la contrepartie aux munitions lourdes et explosives à transporter avec une arme de tir conventionnelle.

Le canon électrique « rail gun », à propulsion électromagnétique, ne doit pas être confondu avec un autre principe d'arme : le canon magnétique, où le champ magnétique est parallèle à l'axe, et où le projectile, au lieu d'être parcouru par un courant, est ferromagnétique, voir [cet article de Wikipedia sur le canon magnétique](#).

Les catapultes électromagnétiques qui remplacent les catapultes à vapeur sur les porte-avions obéissent à un principe différent, ce sont des moteurs asynchrones linéaires et non des rails de Laplace ; on pourra consulter avec profit [cet article de Wikipedia](#).

5.2.3 Roue de Barlow

La figure 5.3 montre une roue de Barlow qui est en fait une machine à courant continu élémentaire. Celle-ci est constituée d'un disque en cuivre de rayon $r = 10\text{ cm}$ qui peut tourner autour de son axe qui est conducteur. Un aimant, non représenté, permet de créer un champ magnétique uniforme $B = 0,5\text{ T}$ parallèle à son axe entre les points O et O' . Deux contacts glissants (appelés balais ou charbons) sont disposés l'un sur l'axe en O et l'autre sur la périphérie du disque en O' . On admettra que le courant circule en ligne droite de O à O' . On négligera les frottements, que ce soit ceux dus à l'air ou encore les frottements des paliers sur l'axe ou ceux des charbons sur le bord du disque et sur l'axe.

5.2.3.1 Fonctionnement en générateur

On fait tourner le disque de cuivre en lui appliquant un couple moteur C_{moteur} . Une f.é.m. U apparaît entre les charbons.

- À l'aide de la règle des trois doigts de la main gauche, déterminer son sens.
- Si la vitesse de rotation du disque est $N = 1000$ tours par minute, quelle est la valeur de la f.é.m. U entre les charbons ?

On connecte une résistance au circuit comme le montre la figure 5.3.

- À l'aide de la règle des trois doigts de la main droite déterminer le sens de la force de Laplace qui s'exerce sur le disque entre les points O et O' .
- Calculer le couple résistant dû à la force de Laplace qui s'exerce sur le disque.
- Que se passe-t-il lorsque le couple dû à la force de Laplace devient égale au couple moteur ?

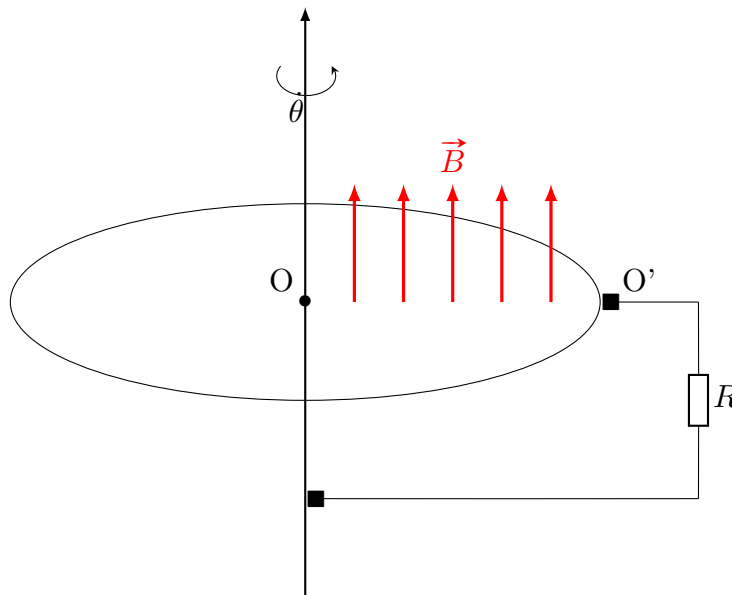


FIGURE 5.3 – Machine à courant continu élémentaire, fonctionnement en générateur.

Voir la solution [5.2.3.3 page 60](#)

5.2.3.2 Fonctionnement en moteur

On alimente le circuit en connectant un générateur de tension qui délivre une tension $E = 0,5 \text{ V}$ entre les deux charbons comme le montre la figure 5.4.

On suppose que la résistance totale du circuit électrique (résistance interne du générateur en série avec celle des fils électrique et des charbons, en série avec la résistance de la portion de disque de cuivre et de l'axe traversée par le courant, en série avec les résistances de contact charbon – disque et axe – charbon) vaut $R = 0,05 \Omega$.

- Calculer le couple de démarrage du disque.
- Quelle est la vitesse de rotation limite qu'il atteindra (en tours par minute), si on néglige les frottements ?
- Que se passe-t-il si des frottements apparaissent qui diminuent la vitesse de rotation limite du disque ?
- Que se passe-t-il si on augmente la vitesse de rotation du disque de telle sorte qu'il dépasse la vitesse limite ?
- Que se passe-t-il si la source de tension continue est remplacée par une source de tension alternative, le champ magnétique continuant à être indépendant du temps ?
- Que se passe-t-il si la source de tension continue est remplacée par une source de tension alternative qui alimente en série la ou les bobines produisant le champ magnétique et les charbons ?

Voir la solution [5.2.3.4 page 62](#)

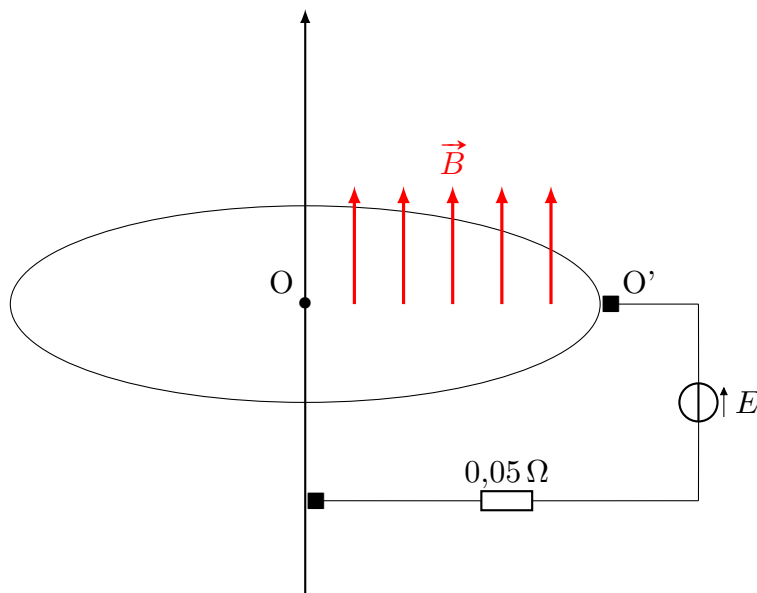


FIGURE 5.4 – Machine à courant continu élémentaire, fonctionnement moteur.

5.2.3.3 Solution : Roue de Barlow fonctionnement en générateur 5.2.3.1 page 58

Sens de la f.é.m. U Lors de la rotation du disque, si on isole par la pensée une portion du disque située entre O et O' , on visualise bien que le métal du disque traverse, coupe des lignes de champ magnétique. Il y a donc apparition d'une f.é.m.

Deux solutions sont possibles :

- Soit on applique la règle des trois doigts de la main gauche au rayon OO' . Sur la figure 5.3 page 58, le rayon OO' tourne en s'enfonçant de l'avant vers l'arrière, suivant la vitesse de rotation $\dot{\theta}$. Ainsi, le majeur de la main gauche indique que le courant tend à circuler de O vers O' , le charbon O' est la borne +.
- Soit on raisonne plus directement avec la loi de Lenz. Selon Lenz, la force de Laplace exercée sur l'intensité (intensité qui circule seulement si le circuit est fermé) doit s'opposer au mouvement. Un tel courant serait l'objet d'une force de Laplace qui créerait un couple antagoniste à la vitesse $\dot{\theta}$ de la figure 5.3 page 58. Pour cela, à l'aide de la règle des trois doigts de la main droite, on détermine que l'intensité doit s'écouler de O vers O' .

Calcul de la f.é.m. U On ne peut pas utiliser la formule $U = B \cdot L \cdot V$, car la vitesse tangentielle V n'est pas constante le long d'un rayon r . Il faut revenir à la formule de Faraday :

$$|U| = \frac{d\Phi}{dt}$$

On a ici :

$$|U| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(B \cdot S)}{dt} = \frac{B dS}{dt}$$

où dS est la surface balayée par le rayon du disque r pendant le temps dt comme le montre la figure 5.5.

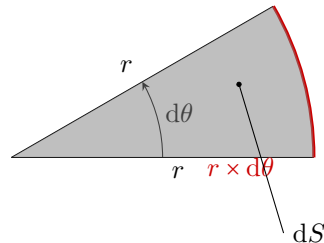


FIGURE 5.5 – Calcul de dS .

Pendant le temps dt , en pivotant autour du centre O , le rayon r décrit un angle élémentaire $d\theta$. Ce faisant, son extrémité parcourt une longueur $r \times d\theta$, avec $d\theta$ exprimé en radian. L'arc de longueur $r \times d\theta$ est un infiniment petit qui peut être assimilé à un segment de droite, la courbure tend vers 0. On peut donc assimiler la surface dS de la figure 5.5 à celle d'un triangle. L'aire balayée par r pendant le temps dt est donc la surface du triangle en gris ci-dessus.

Attention ! Il s'agit bien d'un triangle ! On pourrait en douter en regardant la figure 5.5 où la longueur $r d\theta$ semble arrondie, mais il s'agit d'un *infiniment petit*, donc le côté $r d\theta$ sera « droit » et il s'agit bien d'un triangle.

Soit :

$$dS = \frac{1}{2} \times r \times (r \times d\theta) = \frac{1}{2} r^2 d\theta$$

$d\theta$ est un angle en radian. Afin d'introduire la vitesse de rotation $\frac{d\theta}{dt}$, on écrira :

$$d\theta = \frac{d\theta}{dt} dt$$

On obtient donc :

$$U = \frac{B dS}{dt} = \frac{B(\frac{1}{2} r^2 d\theta)}{dt} = \frac{B(\frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}) dt}{dt} = B(\frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}) = \frac{B \cdot r^2}{2} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

En employant la notation des physiciens : $\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$, on a :

$$U = \frac{B \cdot r^2}{2} \cdot \dot{\theta}$$

Ici $\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ doit être exprimé en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$

$$1000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1} = \frac{1000}{60} \text{ tr} \cdot \text{sec}^{-1} = \frac{1000}{60} \times 2\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Avec $r = 0,1 \text{ m}$ et $B = 0,5 \text{ T}$

$$U = 0,5 \times \frac{1}{2} \times 0,1^2 \times \frac{1000}{60} \times 2\pi = 2,618 \cdot 10^{-1} \text{ V}$$

Une autre solution possible utilise le fait que la vitesse d'entraînement est constante :

$$\frac{d\theta}{dt} = \text{cte} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

En effectuant un tour le rayon décrit la surface du disque : $\pi \cdot r^2$. Le disque tournant à $1000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$, la surface balayée par seconde est :

$$\frac{1000}{60} \times (\pi \cdot r^2)$$

Ce qui va revenir au même bien entendu...

$$U = \frac{B \cdot r^2}{2} \cdot \dot{\theta} = B \cdot \pi \cdot r^2 \cdot N$$

où $\frac{\dot{\theta}}{2\pi} = N$, avec $\dot{\theta}$ la vitesse de rotation du disque en radians par seconde et N la vitesse de rotation de ce même disque en tours par seconde.

Résistance R connectée entre O et O' Le circuit électrique étant désormais fermé, la f.é.m. U va créer un courant. Nous avons vu que si la vitesse de rotation a pour sens celui de la figure 5.6 page ci-contre, la borne + correspond au charbon O' . Le courant circule de O vers O' et la règle des trois doigts de la main droite indique que le sens de la force de Laplace qui s'exerce sur le rayon OO' , comme le montre la figure 5.6 page suivante.

Le courant débité sur la résistance R vaut :

$$I = \frac{U}{R} = \frac{B \cdot r^2}{2 \cdot R} \cdot \dot{\theta}$$

Ainsi, la force de Laplace qui apparaît sur le rayon OO' est égale à :

$$F = B \cdot I \cdot L = B \cdot I \cdot r = B \cdot \frac{B \cdot r^2}{2 \cdot R} \cdot \dot{\theta} \cdot r = \frac{B^2 \cdot r^3}{2 \cdot R} \cdot \dot{\theta}$$

Le point d'application de la résultante des forces de Laplace se situe au milieu de la ligne de courant, soit à une distance $\frac{r}{2}$ du centre de rotation O . On en déduit le couple résistant qui s'oppose au couple moteur qui maintient le disque en rotation :

$$C_{\text{résistant}} = F \times d = F \times \frac{r}{2} = \frac{B^2 \cdot r^4}{4 \cdot R} \cdot \dot{\theta}$$

Si le couple résistant devient égal au couple moteur, alors, d'après le principe fondamental de la dynamique des systèmes en rotation, l'accélération angulaire s'annule et la vitesse $\dot{\theta}$ devient constante. Connaissant le couple moteur appliqué, on peut calculer la vitesse angulaire limite atteinte :

$$\dot{\theta}_{\text{limite}} = \frac{C_{\text{moteur}} \cdot 4R}{B^2 \cdot r^4}$$

5.2.3.4 Solution : Roue de Barlow fonctionnement en moteur 5.2.3.2 page 59

Si, maintenant, on applique une d.d.p. E entre les balais, un courant électrique va circuler dans le disque suivant le rayon OO' . Ce courant sera soumis à une force de Laplace. Courant et champ magnétique étant perpendiculaire, on a :

$$F = B \cdot I \cdot L = B \cdot I \cdot r$$

L'intensité sera égale à :

$$I = \frac{E}{R} = \frac{0,5}{0,05} = 10 \text{ A}$$

Il en découle que $F = B \cdot I \cdot r = 0,5 \times 10 \times 0,1 = 0,5 \text{ N}$.

Le couple au démarrage est donc :

$$C_{\text{démarrage}} = F \times \frac{r}{2} = 0,5 \times \frac{0,1}{2} = 0,025 \text{ N} \cdot \text{m}$$

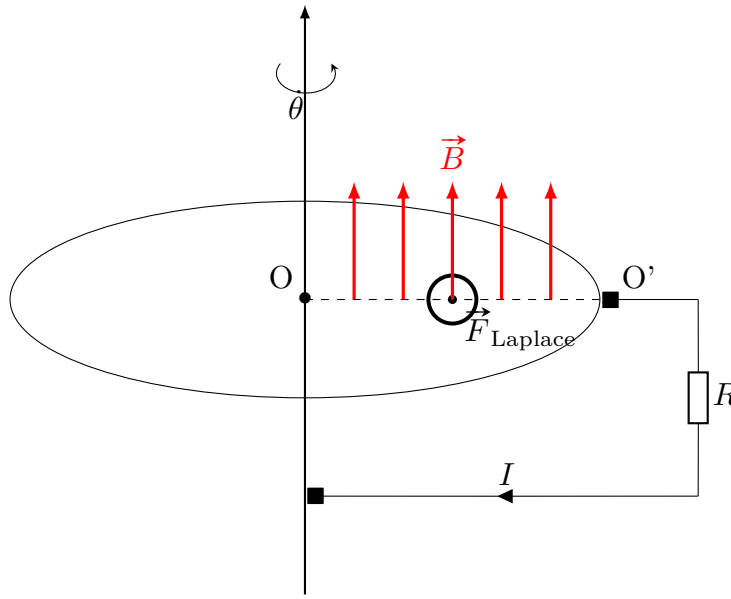
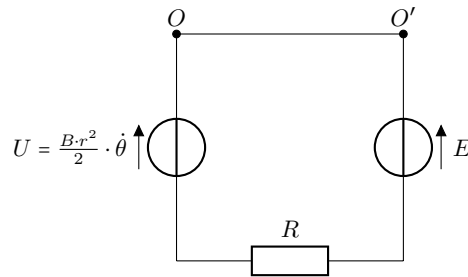


FIGURE 5.6 – Machine à courant continu élémentaire, fonctionnement en générateur.

Le point d'application de la force F se situe à la distance $\frac{r}{2}$ de l'axe.

Sous l'impulsion du couple de démarrage, le disque va se mettre à tourner et à accélérer. Ce faisant, la f.é.m. calculée précédemment – qui est maintenant une f.c.é.m. – ($U = \frac{B \cdot r^2}{2} \cdot \dot{\theta}$) va se développer et augmenter, s'opposant ainsi au passage du courant.

En l'absence de frottements, la vitesse de rotation va tendre vers une valeur limite telle que la f.é.m. soit égale à la f.c.é.m., l'intensité qui circule alors est nulle (en présence de frottement, la circulation d'une intensité non nulle demeurerait nécessaire pour vaincre le couple de frottement).

FIGURE 5.7 – Circuit électrique équivalent du disque alimenté par le générateur de tension E avec $\dot{\theta}$ vitesse de rotation du disque en radians par seconde

Le circuit électrique équivalent du disque alimenté par le générateur de tension E , voir la figure 5.7, montre que pour déterminer la vitesse limite, on résout l'équation :

$$E = R \cdot I + \frac{B \cdot r^2}{2} \cdot \dot{\theta} \text{ avec } I = 0$$

$$E = \frac{B \cdot r^2}{2} \cdot \dot{\theta} \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{2E}{B \cdot r^2} = \frac{2 \times 0,5}{0,5 \times 0,1^2} = 200 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} = 1910 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$$

REMARQUE : L'examen de la formule donnant la vitesse : $\dot{\theta} = \frac{2E}{B \cdot r^2}$ nous indique que celle-ci est proportionnelle à la tension d'alimentation du moteur électrique E et inversement proportionnelle au champ magnétique B . Il ne faut jamais débrancher l'excitation d'un moteur à courant continu (les bobines qui créent le champ B) sous peine d'emballement de la machine. Si B n'est plus égal qu'au très faible champ terrestre (quelques μT) alors la vitesse devient très grande. Sous l'effet de la force centrifuge, les conducteurs rotoriques risquent de sortir de leurs encoches, ce qui détruirait la machine. De plus il y aurait risque de projection de morceau de métal hors de la machine, d'où risque de blessure.

En fonctionnement du moteur à vitesse constante :

$$C_{\text{moteur}} = C_{\text{résistant}} \Rightarrow (B \cdot I \cdot r) \cdot \frac{r}{2} = C_{\text{résistant}} \Rightarrow I = \frac{2 \cdot C_{\text{résistant}}}{B \cdot r^2}$$

Le courant absorbé par le moteur à courant continu ne dépend que du couple résistant. À vide, le moteur absorbe une très faible intensité.

Si la vitesse de rotation du disque diminue, alors : $\frac{B \cdot r^2}{2} \cdot \dot{\theta} < E$. Une intensité circule à nouveau de O' vers O . La règle des trois doigts de la main droite nous indique que la force de Laplace est motrice et tend à ramener la vitesse à sa valeur limite.

Si au contraire la vitesse augmente au-delà de la valeur limite, alors $\frac{B \cdot r^2}{2} \cdot \dot{\theta} > E$. Une intensité circule à nouveau, mais cette fois-ci de O vers O' . La règle des trois doigts de la main droite nous indique que la force de Laplace freine le disque et tend à ramener la vitesse à sa valeur limite.

Si une source de tension alternative alimente les charbons, le champ magnétique restant constant indépendant du temps, alors l'intensité entre les charbons va changer de sens à chaque demi-période. Cela va entraîner le changement de sens de la force de Laplace qui pointera dans un sens ($\oplus$) pendant une demi-période et dans l'autre sens ($\ominus$) pendant la demi-période suivante. Si la fréquence est suffisante (demi-période plus petite que la constante de temps mécanique), il ne se passera rien ; la roue vibrera sur place, sollicitée dans un sens et immédiatement après dans l'autre sens, sans qu'elle ait eu le temps de bouger.

Par contre, si les bobines qui produisent le champ magnétique sont branchées en série avec les charbons, l'intensité change de sens simultanément dans la roue et dans les bobines. Pendant une demi-période, la règle des trois doigts de la main droite montre le pouce (champ magnétique) qui pointe vers le haut, le majeur (courant) vers la gauche et l'index (la force de Laplace) vers l'avant. Pendant la demi-période qui suit, du fait de l'inversion du courant, le pouce ($\vec{B}$) pointe vers le bas, le majeur (I) vers la droite (inversion du courant), mais l'index ($\vec{F}_{\text{Laplace}}$) pointe toujours vers l'avant. Au lieu de vibrer sur place comme précédemment, la roue tourne comme si elle était alimentée par une source de tension continue ! Cela explique le fonctionnement des *moteurs universels*, machines à courant continu *série* où rotor et stator (qui produit $\vec{B}$) sont branchés en série.

Pour que ces moteurs fonctionnent correctement, rotor et stator doivent être branchés obligatoirement en *série* et non en parallèle. Dans le cas d'un branchement en dérivation, il n'est, en effet, pas certain que l'intensité s'inverserait au même moment dans le rotor et dans le stator, cela dépendrait de leur impédance, du déphasage du courant par rapport à la tension. Il n'y a aucune raison pour que la phase de l'impédance rotorique soit identique à la phase de l'impédance

statorique. Le branchement en série permet l'inversion simultanée du courant dans le rotor et dans le stator et donc la constance du sens de la force de Laplace.

On trouve ces moteurs dans les aspirateurs, dans bon nombre de machines à laver le linge, dans l'outillage portatif alimenté par le secteur (perceuses, tronçonneuses à disque), mixeurs de cuisine, etc.

Voici [un lien vers une vidéo](#) montrant une roue de Barlow en fonctionnement moteur et en fonctionnement générateur.

[Un autre lien vers une applique java](#) de l'université du Mans simulant la roue de Barlow.

5.2.4 Machine à courant continu

La figure 5.8 est une représentation schématisée d'une machine à courant continu. Le rotor est un cylindre dans lequel des encoches ont été fraisées. Dans ces encoches sont disposés 100 conducteurs reliés deux à deux de manière à former 50 spires. Les conducteurs du rotor ont une longueur active, partie baignée par le champ magnétique statorique, $L = 20$ cm. Le diamètre du rotor est $D = 15$ cm. Des charbons frottent sur les lamelles du collecteur pour amener le courant dans ces conducteurs, ou pour l'en extraire. Afin d'alléger le schéma, cela n'est pas représenté ici, mais on pourra consulter [ce diaporama au format PDF](#) pour se faire une idée plus précise de la constitution d'une véritable machine.

Fonctionnement en moteur La moitié gauche des conducteurs est parcourue par des courants qui s'enfoncent dans les conducteurs $\oplus$, la moitié droite des conducteurs rotoriques est parcourue par des courants qui circulent dans l'autre sens, vers l'avant de la machine $\ominus$.

Les conducteurs rotoriques sont placés dans un champ B de 1,2 T créé par le stator, l'intensité du courant qui les parcourt est de 50 A.

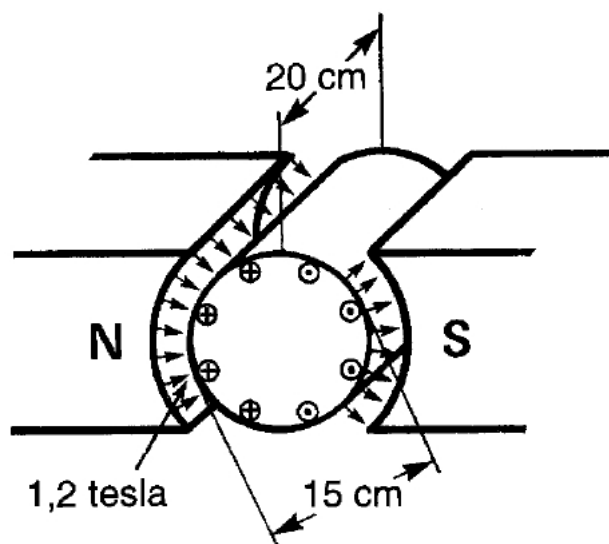


FIGURE 5.8 – Constitution d'une machine à courant continu.

- Calculer la force qui s'exerce sur chacun des conducteur du rotor.
- Calculer le couple résultant qui entraîne le rotor.

Fonctionnement en dynamo Le champ magnétique créé par le stator est toujours de 1,2 T. Le rotor est maintenant entraîné par un dispositif extérieur (turbine hydraulique, à vapeur ou encore moteur thermique) à la vitesse de $N = 2000$ tours par minute.

- Calculer la d.d.p. qui apparaît aux bornes d'un des 100 conducteurs du rotor, aux bornes d'une spire rotorique.
- Des connexions permettent de relier en série les 50 spires rotoriques, cette d.d.p. est recueillie par les charbons au niveau du collecteur. Calculer cette d.d.p. totale.
- À l'aide de la règle des trois doigts de la main gauche, déterminer le sens de rotation du rotor afin que les f.é.m. induites aient le sens indiqué sur la figure 5.8 page précédente.

5.2.4.1 Solution : Machine à courant continu

Solution des questions 5.2.4 page précédente

$$F = B \times I \times \ell = 1,2 \cdot 50 \cdot 0,2 = 12 \text{ N}$$

En appelant le bras de levier $d = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ cm}$ et N le nombre total de conducteurs sur lesquels s'exerce la force de Laplace, il vient :

$$C = F \times d \times N = 12 \cdot 0,075 \cdot 100 = 90 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Solution des questions 5.2.4 La formule $|e| = B \cdot L \cdot V$ permet de calculer la d.d.p. aux bornes d'un conducteur. La vitesse tangentielle V est relié à la vitesse de rotation N par :

$$V = \frac{\pi \cdot D \times N}{60} = \frac{\pi \times 0,15 \times 2000}{60} = 15,71 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Ainsi, la f.é.m. aux bornes d'un conducteur est :

$$|e| = B \cdot L \cdot V = 1,2 \times 0,20 \times 15,71 = 3,77 \text{ V}$$

Une spire comporte deux conducteurs en série, la f.é.m. aux bornes d'une spire est donc de $2 \times 3,77 = 7,54 \text{ V}$.

Si les 50 spires sont en série, cela permet de recueillir une f.é.m. totale de $50 \times 7,54 = 377 \text{ V}$ entre les charbons.

La figure 5.8 page précédente montre que dans les conducteurs de gauche ($\oplus$) le courant tend à circuler de l'avant vers l'arrière, le majeur est tourné dans ce sens, le pouce dans le sens du champ $\vec{B}$ de la gauche vers la droite, par conséquent, l'index pointe vers le haut. Le rotor doit tourner dans le sens horaire.

Pour les conducteurs de droite de la figure 5.8 page 65 (⊙) le courant tendrait à circuler de l'arrière vers l'avant, le majeur de la main gauche devrait être orienté dans ce sens, le pouce dans le sens du champ $\vec{B}$ de la gauche vers la droite, par conséquent, l'index pointe vers le bas. Cela définit toujours le même sens de rotation pour le rotor : le sens horaire.

Pour en savoir plus sur la machine à courant continu [cette vidéo](#) tirée du film « Voyage en électricité » explique le principe de fonctionnement des moteurs à courant continu plus élaborés que la roue de Barlow.

[Cette vidéo-ci](#) explique la même chose, mais en anglais avec des illustrations plus réalistes.

Enfin, [cette applique Java](#) réalisée par Walter Fendt illustre le fonctionnement d'un moteur à courant continu réduit à sa plus simple expression. Vous pourrez vous entraîner à retrouver le sens des forces de Laplace qui s'exercent sur les conducteurs rotoriques à l'aide de la règle des trois doigts de la main droite. En diminuant la vitesse de rotation, vous pourrez examiner à loisir le rôle essentiel du collecteur et des charbons dans l'inversion des forces de Laplace lorsque la spire passe dans le plan horizontal (onduleur mécanique). Beaucoup de choses sont modifiables sur cette applique.

Cette applique permet aussi de comprendre le fonctionnement en dynamo, pour cela il faut cocher la case « Avec commutateur ». Là-aussi, il faut s'entraîner à retrouver le sens des courants induits à l'aide de la règle des trois doigts de la main gauche. Il faut prendre conscience du fait qu'un des deux charbons frotte toujours sur la demi-lame du collecteur où arrive le courant tandis que l'autre est toujours en contact avec la lame par lequel le courant est « aspiré » par les conducteurs rotoriques. La tension recueillie est donc continue.

Enfin, [ce diaporama](#) vous résumera le fonctionnement des machines à courant continu en vous montrant des photographies de véritables machines.

Un cours complet sur la machine à courant continu se trouve [ici](#)

5.2.5 Machine asynchrone

80 % des moteurs électriques utilisés sont des moteurs asynchrones monophasés ou triphasés. Ces moteurs s'imposent en effet dans un grand nombre d'applications en raison des avantages qu'ils présentent : normalisés, ils sont robustes, simples d'entretien, faciles à mettre en œuvre et de faible coût. Au contraire de la machine à courant continu, la machine asynchrone ne possède pas de charbons, ainsi les problèmes liés à l'usure de ceux-ci n'existent pas.

Une machine asynchrone est également appelée une machine à induction. C'est une machine électrique qui fonctionne en utilisant l'induction électromagnétique (loi de Faraday - Lenz). Elle se compose d'un stator (partie fixe) et d'un rotor (partie tournante) constitué de spires en court-circuit (la fameuse « cage d'écureuil »).

Lorsqu'on alimente le stator de la machine asynchrone avec une source de tension alternative, un champ magnétique tournant est créé dans le stator, qui tourne à une certaine vitesse appelée la vitesse de synchronisme $n = \frac{f}{p}$ avec n en tour par seconde, f la fréquence des tensions et des courants statoriques en Hz et p le nombre de bobine par phase (une bobine = une paire de pôles).

Si le rotor tourne à une vitesse différente de la vitesse de synchronisme, il y a une différence de vitesse entre le champ magnétique tournant du stator et le champ magnétique dans le rotor. Cette différence de vitesse induit une force électromotrice (f.é.m.) dans les spires du rotor. Celles-ci étant en court-circuit, des courants circulent dans le rotor. L'interaction entre ces courants et

le champ tournant rotorique créé des forces de Laplace qui entraîneront le rotor dans le sens du champ statorique – fonctionnement moteur – ou bien en sens inverse – fonctionnement en génératrice asynchrone.

5.2.5.1 Principe du moteur asynchrone

Considérons une machine asynchrone simplifiée à l'extrême, le rotor ne comporte qu'une seule spire baignée par le champ tournant statorique.

La figure 5.9 montre une spire ABCD en court-circuit, située dans un champ magnétique $\vec{B}$, et mobile autour d'un axe xy. Si, par exemple, le champ magnétique tourne dans le sens horaire, la spire est soumise à un flux variable et devient le siège d'une force électromotrice induite qui donne naissance à un courant induit i (loi de Faraday).

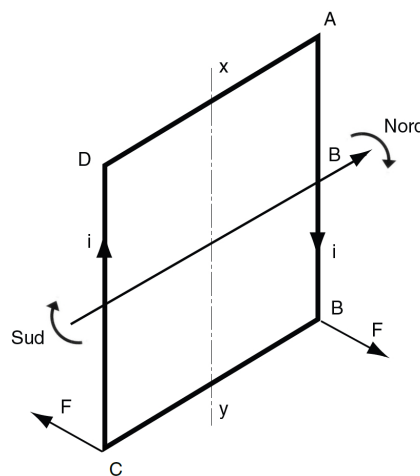


FIGURE 5.9 – Création d'un courant induit dans une spire en court-circuit.

L'explication du fonctionnement « moteur » de la machine asynchrone avec la plus grande économie de moyen fait appel au principe du flux maximal. Celui-ci indique que la spire va tourner pour essayer d'être constamment perpendiculaire au champ magnétique afin que le flux qui la traverse soit maximum.

Allons un peu plus au fond des choses :

1. Y a-t-il un courant induit dans les conducteurs AD et BC ? Pourquoi ?
2. À l'aide de la règle des trois doigts de la main gauche, retrouver le sens du courant induit dans les conducteurs AB et CD.
3. Dédurre du sens du courant dans les conducteurs AB et CD le sens de la force de Laplace qui s'exerce sur ceux-ci.
4. En déduire le sens du couple.
5. La spire peut-elle tourner à l'exact vitesse du champ tournant $\vec{B}$?

La figure 5.10 page ci-contre montre un rotor de machine asynchrone. Il faut considérer les barreaux de la « cage d'écureuil » comme formant des spires. Une spire étant constituée d'un barreau associé avec celui qui lui est diamétralement opposé. Les pôles nord et sud qui tournent représentent le champ tournant créé par le stator.

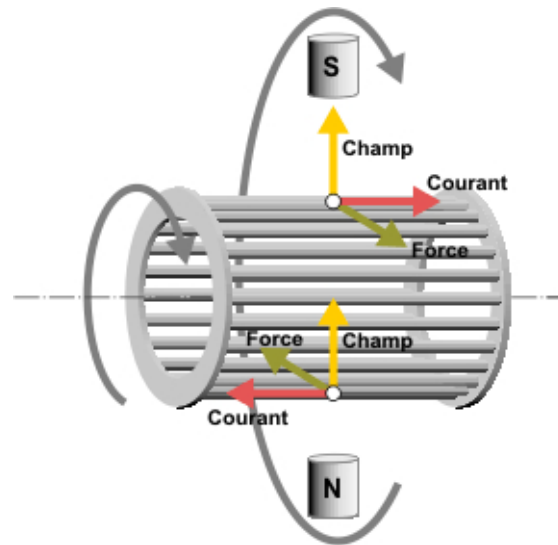


FIGURE 5.10 – Forces exercées sur une spire du rotor d’une machine asynchrone.

5.2.5.2 Principe de la génératrice asynchrone

Désormais la spire ABCD est entraînée à une vitesse supérieure à celle du champ magnétique tournant.

1. À l’aide de la règle des trois doigts de la main gauche, déterminer le sens de la d.d.p. induite dans les conducteurs AB et CD par rapport à la situation précédente.
2. Dédire du sens du courant dans les conducteurs AB et CD le sens de la force de Laplace qui s’exerce sur ceux-ci, si tant est que du courant circule. . .
3. En déduire le sens du couple.

Un cours complet sur la machine asynchrone se trouve [ici](#)

5.2.6 Machine synchrone

5.2.6.1 Principe de l’alternateur

Le conducteurs AB du stator d’un alternateur est baigné par le champ magnétique rotorique de 0,6 T sur une longueur de 2 m comme le montre la figure 5.11 page suivante. L’extrémité des pôles du rotor se déplace à une vitesse tangentielle de $100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ par rapport aux conducteurs tels que AB.

1. Calculer la valeur de la tension induite entre A et B lors du passage d’un pôle devant ce conducteur.
2. À l’aide de la règle des trois doigts de la main gauche, déterminer la place de la borne + (en A ou en B) lorsque le pôle nord passe devant AB.
3. Toujours à l’aide de la règle des trois doigts de la main gauche, vérifier que la tension dans le conducteur s’inverse lors du passage du pôle suivant. Il est rappelé que les pôles

sont toujours alternés sur le pourtour du rotor : nord – sud – nord – sud – etc. ceci vaut également pour un stator.

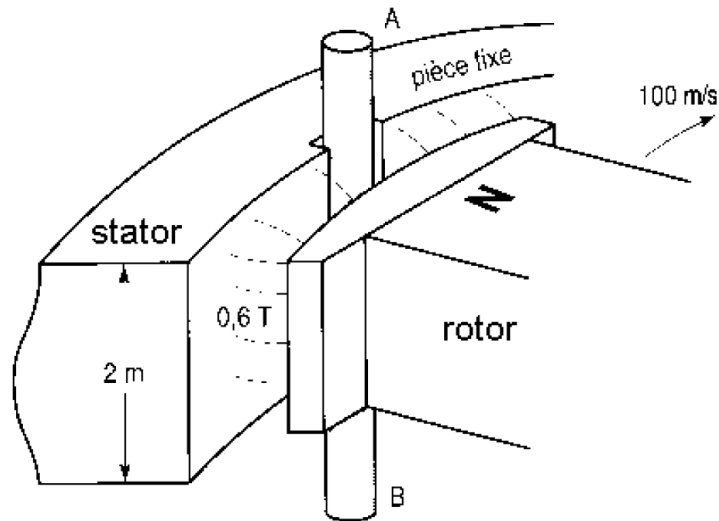


FIGURE 5.11 – Principe du fonctionnement d'un alternateur

1. Calculer la valeur de la tension induite entre A et B lors du passage d'un pôle devant ce conducteur.
2. À l'aide de la règle des trois doigts de la main gauche, déterminer la place de la borne + (en A ou en B) lorsque le pôle nord passe devant AB.
3. Toujours à l'aide de la règle des trois doigts de la main gauche, vérifier que la tension dans le conducteur s'inverse lors du passage du pôle suivant. Il est rappelé que les pôles sont toujours alternés sur le pourtour du rotor : nord – sud – nord – sud – etc. ceci vaut également pour un stator.

Cette [appliquette Java de Walter Fendt](#) permet de comprendre le fonctionnement d'un alternateur monophasé, il faut cocher la case « Sans commutateur ». L'application de la règle des trois doigts de la main gauche aux conducteurs rotoriques permet de constater que la tension s'inverse dans ces conducteurs chaque fois que la spire passe dans le plan horizontale, chaque fois qu'un conducteur passe d'un demi-tour dans le plan au-dessus de l'horizontale à un demi-tour en dessous. La vitesse de translation horizontale des conducteurs rotoriques s'inverse à ce moment là, ainsi que la tension. Les anneaux recueillent ainsi des tensions alternatives...

Ce [diaporama](#) vous résumera le fonctionnement de l'alternateur en vous montrant des photographies de machines inductrielles.

Aussi bien la machine asynchrone que la machine synchrone font appel aux champs magnétiques tournants. Bien que ceux-ci ne soient pas au programme, il est assez facile de comprendre comment ils sont créés en lisant [ce court document](#)

Un cours complet sur la machine synchrone se trouve [ici](#).

5.2.7 Transformateur

Le transformateur est une machine électrique qui transforme une tension et un courant *alternatif* en une autre tension et un autre courant alternatif, de même fréquence et de même forme d'onde, seule l'amplitude change.

Le transformateur ne comporte aucune pièce en mouvement, c'est une machine entièrement statique.

la figure 5.12 montre la composition d'un transformateur. Il se compose essentiellement d'un circuit magnétique, en gris sur la figure, sur lequel sont enroulés deux bobines en fil de cuivre ou d'aluminium. Une de ces deux bobines est le « primaire » dont les grandeurs portent l'indice 1, c'est elle qui reçoit la tension à modifier. L'autre bobine est le secondaire « secondaire » dont les grandeurs portent l'indice 2, c'est elle qui alimente les récepteurs avec la tension modifiée.

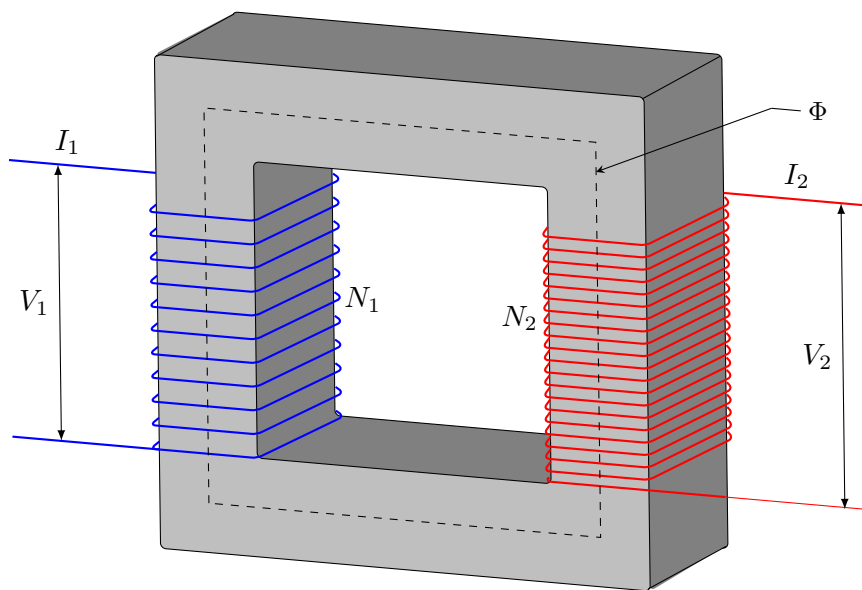


FIGURE 5.12 – Constitution d'un transformateur.

On considérera un *transformateur parfait, idéal* dans lequel :

- $\mathcal{R} = 0$, la réluctance du circuit magnétique est nulle ;
- $R_1 = R_2 = 0$, les résistances des bobines primaires et secondaires sont nulles ;
- les pertes dans le fer sont nulles (courant de Foucault et pertes par hystérésis) ;
- les fuites magnétiques sont nulles (le même flux Φ traverse les enroulements primaires et secondaires).

On notera N_1 le nombre de spires de l'enroulement primaire et N_2 celui du secondaire.

1. À l'aide de la formule de Faraday, établir une relation entre la tension efficace V_1 , N_1 le nombre de spires de l'enroulement primaire et le flux Φ circulant dans le circuit magnétique du transformateur.
2. À l'aide de la formule de Faraday, établir une relation entre le flux Φ circulant dans le circuit magnétique du transformateur, N_2 le nombre de spires de l'enroulement secondaire et la tension efficace V_2 .

3. En déduire la relation entre V_2 , V_1 , N_1 et N_2 .
4. En négligeant les pertes, en considérant le transformateur comme « idéal » ou « parfait », en déduire une relation entre la puissance apparente au secondaire S_2 et la puissance apparente au primaire S_1 . En déduire une relation entre I_2 et I_1 .
5. En réalité, des pertes apparaissent dans le circuit magnétique. Ces pertes sont de deux sortes : les pertes par hystérésis, auxquelles nous ne nous intéresserons pas, et les pertes par courants de Foucault. Ces dernières sont dues à l'effet Joule ($R \cdot i^2$) provoqué par la circulation des courants de Foucault produits par la f.é.m. $|e| = \frac{d\Phi}{dt}$ due à la loi de Faraday. Comment peut-on diminuer les pertes par courants de Foucault ?

5.2.7.1 Solution : Transformateur

Le flux total à travers le primaire est égal au flux Φ à travers une seule spire multiplié par le nombre de spires du primaire.

De la même manière, le flux total à travers le secondaire est égal au flux Φ à travers une seule spire multiplié par le nombre de spires du secondaire.

D'après loi de Faraday, on a :

$$\begin{aligned} V_1 &= N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \\ V_2 &= N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \end{aligned}$$

On en déduit :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Si on néglige les pertes, alors les puissances apparentes sont les mêmes au primaire et au secondaire :

$$S_1 = S_2 \Rightarrow V_1 \times I_1 = V_2 \times I_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

On en déduit la formule du transformateur parfait :

$$\boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{I_1}{I_2}}$$

$\frac{N_2}{N_1}$ est appelé le rapport de transformation du transformateur.

REMARQUE : Si on a $N_2 > N_1$, il en résulte l'inégalité $V_2 > V_1$. L'enroulement secondaire sera donc l'enroulement haute tension et l'enroulement primaire sera l'enroulement basse tension. On aura un transformateur élévateur de tension. Mais le même transformateur peut abaisser la tension en intervertissant primaire et secondaire.

Diminution des pertes Suggestions : examiner soigneusement la loi de Faraday et déterminer sur quel paramètre du circuit magnétique agir pour diminuer $|e|$. Se demander s'il serait possible de modifier le matériau dans lequel se développe les courants de Foucault.

Pour diminuer les pertes par courants de Foucault ($R \cdot i^2$), il faut réduire l'intensité de ces courants. On peut envisager d'augmenter la résistivité ρ du fer employé pour constituer le circuit magnétique. Les métallurgistes ont trouvé une solution consistant à créer un alliage de fer et de silicium (avec environ 3 % de silicium). Cela permet d'augmenter sensiblement la résistivité du fer tout en préservant les bonnes qualités magnétiques de l'alliage ainsi constitué.

Le deuxième moyen pour diminuer les courants de Foucault consiste à diminuer la f.é.m. qui crée ces courants. En examinant la loi de Faraday :

$$|e| = \frac{d\Phi}{dt} = S \times \frac{dB}{dt}$$

avec S la section du circuit magnétique, on voit qu'il est possible de diminuer $|e|$ en diminuant la section S . Évidemment il ne faut pas diminuer la section du circuit magnétique sous peine d'en augmenter la réluctance. Mais en « feuilletant » le circuit magnétique comme le montre la figure 5.13 page suivante, on parvient à diminuer S , la section du fer dans laquelle apparaît la f.é.m. $|e|$ tout en conservant la section globale du circuit magnétique et donc en n'augmentant pas la réluctance. Par exemple, au lieu de constituer un circuit magnétique de section 1 cm^2 avec du fer « massif », on peut juxtaposer 20 tôles de 1 cm de largeur et de 0,5 mm d'épaisseur, tôles recouvertes d'une très fine couche d'isolant électrique¹. Cela reviendra au même pour le flux Φ qui verra la même réluctance, la section utile du circuit magnétique n'ayant pas changé. Mais dans les tôles, la f.é.m. due à la loi de Faraday est diminuée par 20, ainsi que le courant de Foucault qui en résulte. Comme les pertes Joule sont proportionnelles au carré de l'intensité, cela divise les pertes par $20^2 = 400$!

Dans l'industrie, les tôles magnétiques ont des épaisseurs nominales de 0,35, 0,50 et 0,65 mm

On parvient à avoir des « pertes fer », somme des pertes par courants de Foucault et des pertes par hystérésis, comprises entre $1,6 \text{ W} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $2,6 \text{ W} \cdot \text{kg}^{-1}$ pour des tôles de qualité courante (fréquence de 50 Hz et champ magnétique maximum de 1 T). Les métallurgistes ont élaboré des procédés de laminage permettant de diminuer considérablement le frottement des nano-aimants les uns par rapport aux autres pour peu que le champ magnétique alternatif soit appliqué dans la direction privilégiée du laminage. Ces tôles sont appelées « tôles à grains orientés ». En employant de telles tôles pour constituer des circuits magnétiques, les pertes peuvent diminuer jusqu'à $0,6 \text{ W} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Les pertes par hystérésis sont dues aux phénomènes suivants :

On peut envisager les matériaux ferromagnétiques comme constitués de nano-aimants. Ces nano-aimants sont mobiles les uns par rapport aux autres avec toutefois un certain coefficient de frottement non nul. Ces nano-aimants tendent à s'orienter dans la direction d'un champ magnétique extérieur qui baignerait le matériau. Le coefficient de friction entre nano-aimants permet de distinguer les matériaux magnétiques « durs » pour lesquels ce coefficient est élevé, des matériaux magnétiques « doux » pour lesquels il est faible. Ainsi, le fer à peu près pur est « doux », il se magnétise facilement lorsqu'un champ magnétique extérieur lui est appliqué, les nano-aimants s'orientant facilement dans la direction du champ extérieur. Par contre il se démagnétise tout

1. L'isolation des tôles s'effectue en les recouvrant d'un mélange de phosphate de magnésium ou d'aluminium et de silice colloïdale d'une épaisseur d'environ $3 \mu\text{m}$. On a utilisé des feuilles de papier jusqu'aux années 1940 environ.

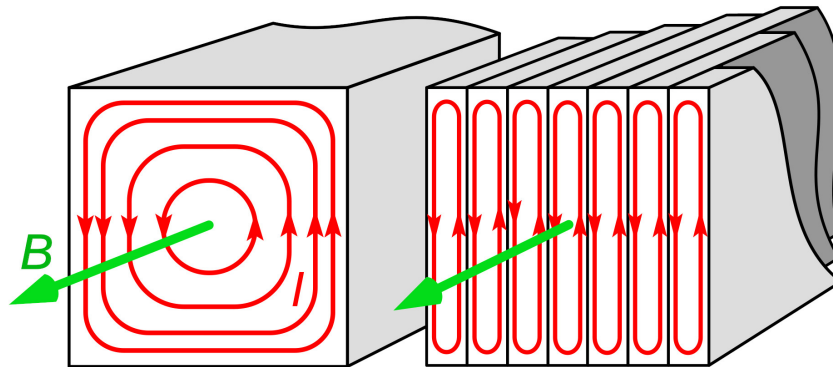


FIGURE 5.13 – Feuilletage d'un circuit magnétique.

aussi facilement, les nano-aimants retrouvant des orientations dans toutes les directions, dès que le champ extérieur s'annule. Les matériaux « durs », au contraire, conservent une aimantation plus ou moins importante, car, du fait du fort frottement entre eux, les nano-aimants restent alignés dans la direction imposée par le champ extérieur même quand celui-ci a disparu.

Les matériaux magnétiques durs servent à fabriquer les aimants permanents. Les matériaux magnétiques doux servent à fabriquer les électro-aimants dans lesquels on veut que l'aimantation s'annule dès que le courant qui crée le champ magnétique extérieur au fer cesse.

Si le champ extérieur voit sa direction changer de 180° , alors les nano-aimants se retournent. Si ces modifications de direction se produisent à grande fréquence, alors les frottements entre nano-aimants produisent de la chaleur que l'on appelle « pertes par hystérésis ».

Bien entendu, les machines synchrones et asynchrones qui fonctionnent avec des tensions alternatives produisant des champs magnétiques variables dans leurs circuits magnétiques sont, elles aussi, le siège de pertes fer. Par conséquent leurs circuits magnétiques sont également feuilletés, constitués de tôles d'acier au silicium et, si possible, à grains orientés.

5.2.7.2 Fonctionnement du transformateur

le primaire transforme l'énergie électrique reçue de la source de tension alternative en énergie magnétique.

Le circuit magnétique transmet l'énergie magnétique au secondaire.

Le secondaire transforme l'énergie magnétique reçue en énergie électrique fournie aux récepteurs alimentés par le transformateur.

REMARQUE : La formule de Faraday : $V_2 = N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt}$ montre que le transformateur ne peut fonctionner qu'avec une tension variable au cours du temps, sinon la dérivée de la tension par rapport au temps est nulle et il n'apparaît aucune tension au secondaire. Le transformateur ne fonctionne pas avec des tensions continues constantes.

Il faut visionner [cette vidéo](#) pour se convaincre de la nécessité du circuit magnétique en fer pour le bon fonctionnement du transformateur.

5.2.7.3 Analogie mécanique du transformateur

L'égalité des puissances apparentes pour un transformateur supposé idéal suggère l'analogie mécanique suivante : considérons deux poulies reliées par une courroie comme le montre la figure 5.14. Si, dans la transmission d'une puissance P , aucune perte ne se produit d'une poulie à l'autre, on a, en désignant par C_1 , C_2 les couples et Ω_1 , Ω_2 les vitesses des deux poulies :

$$C_1 \cdot \Omega_1 = C_2 \cdot \Omega_2 \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{\Omega_1}{\Omega_2}$$

Il y a une analogie entre le couple et la tension d'une part et entre l'intensité et la vitesse de rotation d'autre part. Dans le système mécanique, la courroie assure la transmission de la puissance d'une poulie à l'autre. Dans le cas du transformateur, c'est le flux canalisé par le circuit magnétique qui joue le rôle de la courroie et qui transmet la puissance du primaire au secondaire.

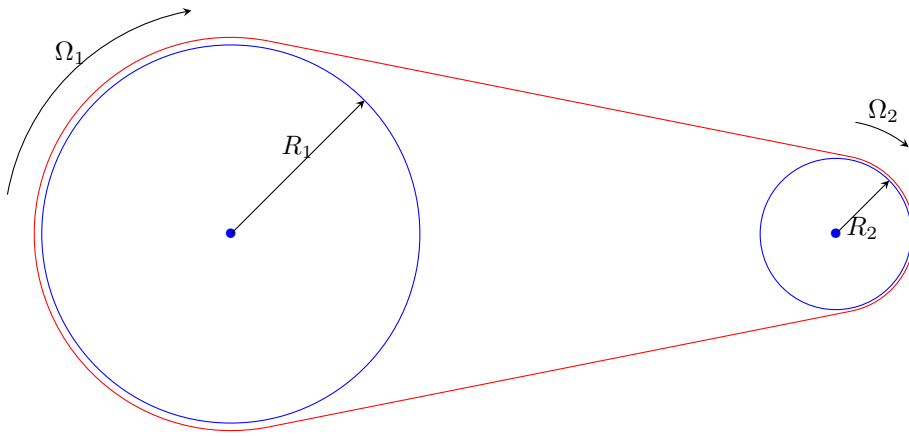


FIGURE 5.14 – Analogie mécanique du transformateur : transmission de puissance d'une poulie à une autre par l'intermédiaire d'une courroie.

Un système comportant deux roues dentées reliées par une chaîne fonctionne de la même manière (par exemple sur un vélo : plateau entraîné par les pédales, chaîne et pignons arrières). Le rapport des rayons des deux poulies est remplacé par le rapport du nombre de dents de chacune des roues dentées.

Un cours complet sur le transformateur se trouve [ici](#).

Utilisation des courants de Foucault

6.1 Frein à courants de Foucault linéaire

Sur la figure 6.1 page suivante, on peut voir une bande métallique C qui se déplace à la vitesse V vers la droite. Le métal de la bande n'est pas forcément du fer. Cette bande est baignée par le champ magnétique d'un aimant immobile, N est le pôle nord situé au-dessus de la plaque. Le champ magnétique B produit par cet aimant figure en vert, il est dirigé vers le bas.

En se déplaçant vers la droite, une portion de bande située à gauche va pénétrer sous l'aimant et ainsi passer d'une zone de très faible champ magnétique à une zone de fort champ magnétique. Cette portion de bande métallique voit donc un accroissement du flux magnétique qui la traverse et donc une variation temporelle de celui-ci. D'après la loi de Faraday, une force électromotrice est induite dans cette portion de bande métallique. La f.é.m. apparaît dans un matériau conducteur, elle y produit des courants qui « tourbillonnent » en se rebouclant sur eux-mêmes. La loi de Lenz indique que ces courants vont s'opposer à la cause qui leur donne naissance, c'est-à-dire à l'accroissement de flux. Ces courants vont générer un champ magnétique opposé au champ vert préexistant, c'est le vecteur bleu sur la figure 6.1 page suivante. La règle du tire-bouchon de Maxwell indique que ces courants doivent circuler dans le sens trigonométrique comme le montre la figure 6.1 page suivante. Ces boucles de courants de Foucault ¹ figure en rouge sur la figure.

La bande de métal continuant à se déplacer, la partie de la bande qui était sous l'aimant dans une zone de fort champ magnétique en ressort et pénètre dans une zone de très faible champ magnétique. Là aussi il y a variation de flux magnétique dans la bande métallique, celui-ci décroît. Là encore, d'après la loi de Faraday, cela va induire une f.é.m. dans le métal, f.é.m. qui va faire circuler des boucles de courants. La loi de Lenz stipule que ces courants de Foucault ² s'opposent

1. En 1855, le physicien français Léon Foucault fit une découverte sur les courants induits en lien avec le freinage : pour faire tourner un disque de cuivre, la force nécessaire augmente lorsque le disque est en rotation et ses faces positionnées entre les pôles d'un aimant. Lorsque c'est le cas, les courants induits dans le métal chauffent le disque en rotation.

2. Dans la littérature anglo-saxonne, les courants de Foucault sont appelés « eddy currents » ou courants

à la cause qui leur donne naissance. Pour s'opposer à la décroissance du flux, ces boucles de courants vont créer le champ magnétique en bleu vers le bas, dans le même sens que le champ vert, à droite sur la figure 6.1. Pour cela la règle du tire-bouchon de Maxwell indique que ces courants doivent tourner dans le sens horaire comme le montre la figure.

C'est ainsi que dans la zone de fort champ magnétique, sous l'aimant, des courants circulent dans le même sens, de l'avant vers l'arrière sur la figure 6.1. Ces courants sont baignés par le champ magnétique de l'aimant, champ à 90° des courants. Une force de Laplace apparaît donc sur ces courants situés sous l'aimant. La règle des trois doigts de la main droite montre que la force de Laplace résultante est une force opposée à la vitesse V , une force de freinage qui s'oppose au mouvement.

Cette force de freinage est d'autant plus intense que la vitesse relative bande métallique – aimant est importante. En effet, plus la bande va vite par rapport à l'aimant, plus les variations de flux sont importantes, plus les f.é.m. sont grandes, plus les courants sont intenses et donc plus la force de Laplace de freinage est grande.

Il est important de noter que le système que l'on vient de voir est réversible, c'est-à-dire qu'il y aurait aussi freinage si la bande métallique était immobile et si c'était l'aimant qui était déplacé au-dessus. Rien ne changerait, le métal de la bande verrait toujours des variations de flux magnétiques, il y aurait des courants de Foucault et donc des interactions magnétiques entre l'aimant mobiles et la plaque. Ces interactions freineraient l'aimant de la même manière que précédemment.

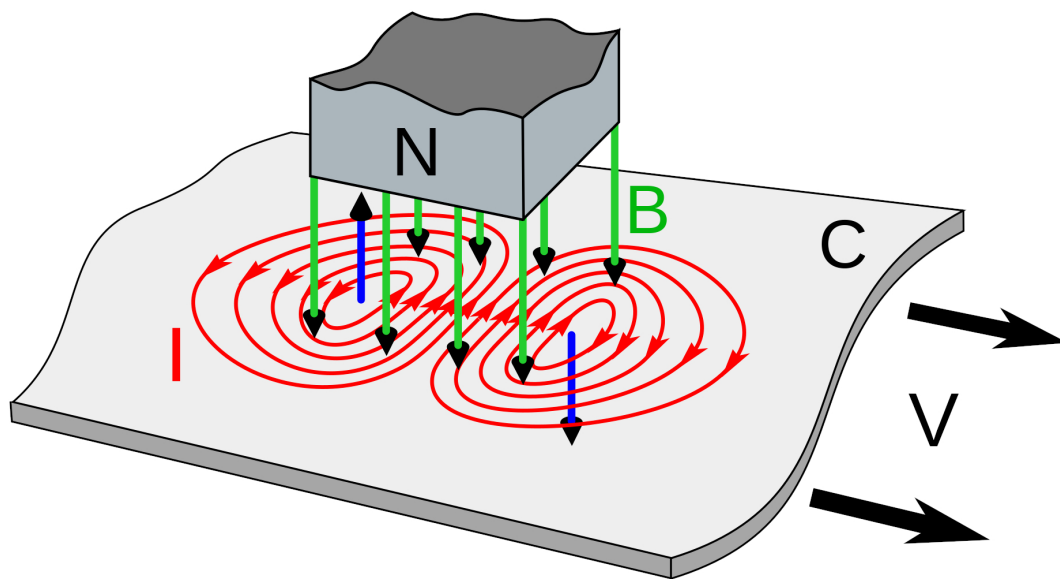


FIGURE 6.1 – Freinage d'une bande de métal qui se déplace dans un champ magnétique immobile

tourbillonnaires, eddy signifiant un tourbillon.

6.1.1 Freinage des trains

Plus un train se déplace rapidement, plus les freins à friction qui l'équipent (sabots appuyés sur les roues ou freins à disques) doivent dissiper une énergie cinétique importante, ce qui signifie que ces freins « classiques » s'usent d'autant plus vite. Pour éviter cela, de nombreux trains utilisent en complément des freins électromagnétiques qui réduisent l'usure des freins « classiques ».

Le freinage régénératif est privilégié. Dans ce type de freinage sans friction, les moteurs électriques du train sont passés en mode générateur et ils convertissent l'énergie cinétique du train en énergie électrique réinjectée sur le réseau électrique.

Mais le freinage à courants de Foucault est également utilisé. Comme avec les freins classiques, l'ensemble de l'énergie électrique produite est directement convertie en chaleur non pas par des frottements mécaniques, mais par effet Joule dans les rails. Cette conversion énergétique se faisant sans contact mécanique, ces systèmes sont plus robustes et plus fiables que les systèmes de freins classiques basés sur la friction.

Le frein à courants de Foucault linéaire se présente sous la forme d'un patin constitué d'électro-aimants, patin fixé et suspendu au châssis de boggie au-dessus du rail, entre les roues, comme le montre la photographie 6.2. Le patin est formé de bobinages d'électro-aimants alimentés de manière à former alternativement des pôles Nord et Sud dans le sens longitudinal.

Lorsque le frein n'est pas utilisé, les électro-aimants sont maintenus en position haute. En phase de freinage, les électro-aimants sont descendus près du rail et mis sous tension, ils produisent alors un champ magnétique qui passe d'un pôle nord à un pôle sud successifs en se rebouclant dans le rail. Comme vu au 6.1 page 77 le mouvement du train produit une variation de flux magnétique dans les rails (ici la bande de métal est le rail), et par là même crée dans le rail des courants de Foucault qui tendent à s'opposer à la translation des électro-aimants, donc du train. La modulation de l'effort de freinage est obtenue par modulation du courant d'alimentation des électro-aimants, ce qui fait varier l'intensité du champ magnétique. La dissipation d'énergie est ici assurée par échauffement du rail, lequel restitue ensuite cette énergie calorifique par lent refroidissement.

Le frein linéaire à courants de Foucault peut être utilisé en freinage de service et de ralentissement ou en freinage d'urgence. Cependant, son usage doit être limité en raison de l'échauffement des rails qu'il produit. En effet, si beaucoup de trains freinent les uns à la suite des autres dans une même zone, la chaleur dissipée dans les rails pourrait les dilater, causant potentiellement de graves problèmes mécaniques.

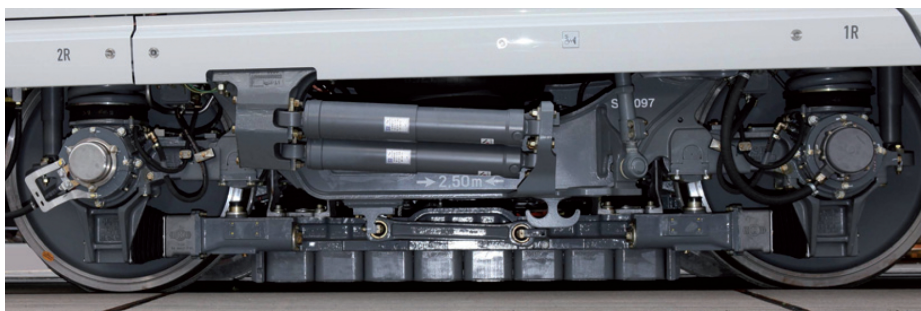


FIGURE 6.2 – Frein linéaire à courants de Foucault installé sur un boggie, on distingue les différents pôles de l'électro-aimant dans le bas de la photographie.

En fait, la situation est semblable à celle de la figure 6.1 page 78, mais ici, c'est l'aimant qui est mobile et la bande de métal, le rail, qui est fixe sous celui-ci. Si on se place dans le repère de l'électro-aimant descendu au-dessus des rails pour freiner le train, c'est l'aimant qui est immobile et les rails qui défilent en-dessous. Ainsi, la figure 6.3 est en tout point équivalente, magnétiquement parlant, à la figure 6.1 page 78, voir la figure 6.4 page suivante.

Si on veut déterminer le sens du courant induit dans le rail à l'aide de la règle des trois doigts de la main gauche, il faut que l'index indique la *vitesse relative du conducteur par rapport au champ magnétique*, c'est-à-dire la vitesse du conducteur vue par un observateur immobile dans le repère du champ magnétique. Il faut donc considérer le vecteur vitesse de la figure 6.4b page ci-contre. Une fois le sens des courants induits déterminé, on peut appliquer la règle des trois doigts de la main droite afin de déterminer le sens de la force de Laplace à laquelle sont soumis ces courants qui circulent dans une zone de champ magnétique important, sous l'aimant. On trouve bien une force opposée au mouvement des rails pour la figure 6.4b page suivante. Il y a bien freinage du mouvement relatif train – rail !

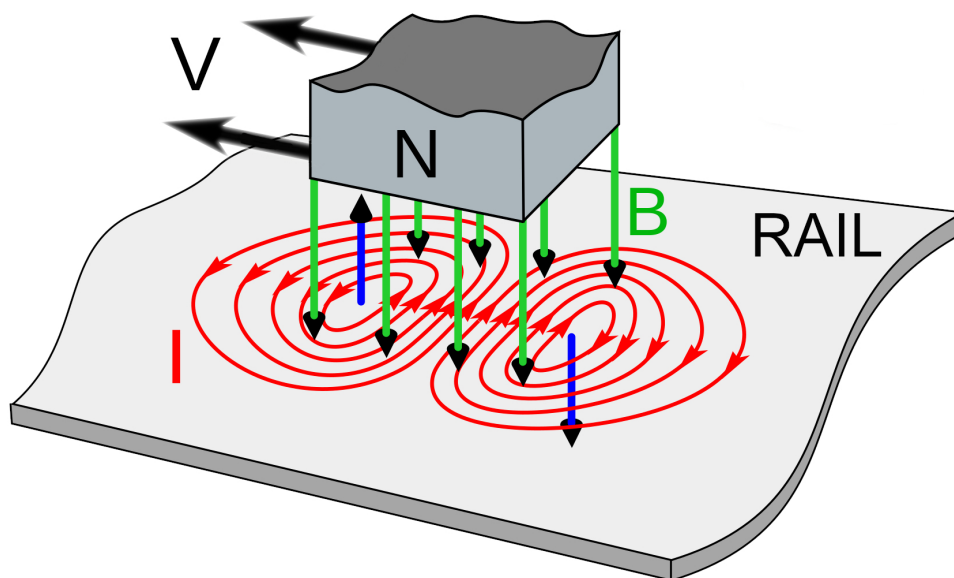


FIGURE 6.3 – Freinage électromagnétique d'un train par courants de Foucault induits dans les rails. Le train se déplace vers la gauche.

6.1.2 Freinage des wagonnets sur les montagnes russes

Dans les manèges « montagnes russes », il est nécessaire de ralentir les wagonnets à certains endroits et en fin de parcours avant de les arrêter.

Les freins à friction posent des problèmes d'usure des lame et patins, le freinage magnétique permet de régler en partie ce problème. De plus, sa facilité de mise en œuvre, sans air comprimé ni câbles électriques, est un atout certain.

Des aimants en U sont placés aux endroits de la montagne russe où on souhaite ralentir les wagonnets. Des bandes métalliques sont montées sur les côtés des wagonnets. Lorsque ceux-ci

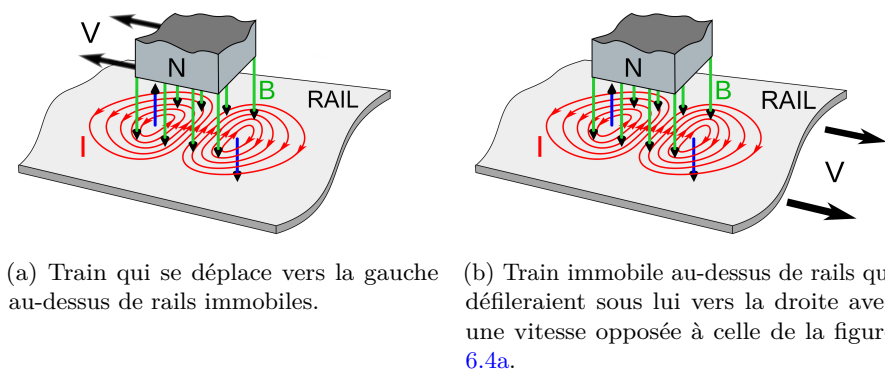


FIGURE 6.4 – Situations magnétiquement équivalentes : le mouvement relatif aimant – conducteur est le même

circulent au niveau des aimants, les bandes métalliques passent entre le U des aimants qui induisent des courants de Foucault dans les bandes métalliques comme vu au 6.1 page 77. Pour plus de sécurité, les montagnes russes utilisent généralement de forts aimants permanents afin que les freins puissent fonctionner même en cas de coupure de courant.

6.1.3 Frein à courants de Foucault rotatif

Le même principe que celui vu au 6.1 page 77 s'applique à des disques métalliques comme le montre la figure 6.6 page suivante.

Ici aussi dans la figure 6.6 page suivante le métal du disque situé à gauche de l'aimant est dans une zone de champ magnétique très faible et va pénétrer sous l'aimant dans une zone de champ magnétique fort du fait de la rotation du disque. Cela entraîne une variation temporelle du flux magnétique qui produit une f.é.m. au sein du métal du disque. F.é.m. qui produit des boucles de courant de Foucault. Le phénomène symétrique se produit lorsque la zone du disque sort de l'aimant en se déplaçant vers la droite.

Les courants de Foucault circulant sous l'aimant sont l'objet d'une force de Laplace qui, d'après la règle des trois doigts de la main droite, est dirigée vers la gauche, s'opposant ainsi au mouvement.

Là aussi, cette force de freinage est d'autant plus intense que le disque tourne rapidement. En effet, plus le disque tourne vite, plus les variations de flux sont importantes, plus les f.é.m. sont grandes, plus les courants sont intenses et donc plus la force de Laplace de freinage est grande.

6.1.3.1 Ralentisseur électromagnétique des véhicules poids lourds

Le ralentisseur est un dispositif permettant à un véhicule de ralentir son allure sans avoir à utiliser les freins. Il équipe essentiellement les véhicules lourds, tels que les autocars et les poids lourds, afin d'éviter une utilisation inadaptée des freins à friction, essentiellement dans les grandes descentes, ce qui peut provoquer leur surchauffe et générer un défaut de freinage voire pire... Parmi les trois types de ralentisseurs existant pour les véhicules poids lourds, les ralentisseurs électromagnétiques sont très prisés pour leur fiabilité.



FIGURE 6.5 – Frein linéaire à courants de Foucault installé sur une montagne russe, on peut voir les aimants permanents en U.

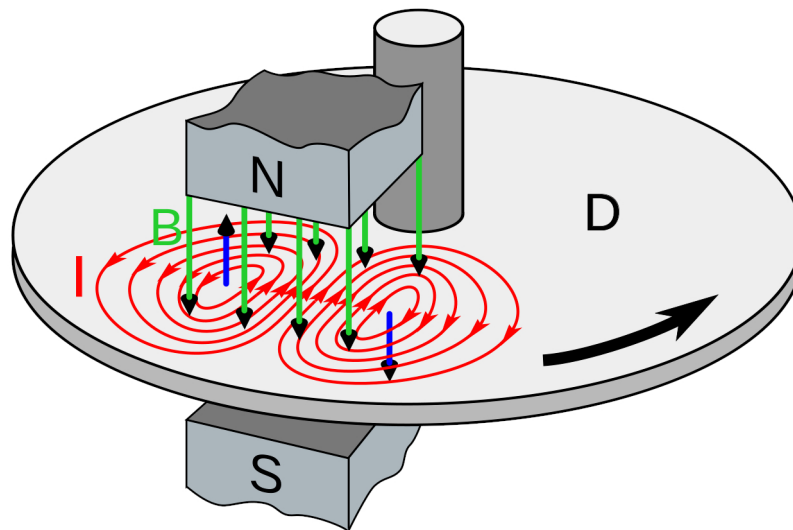


FIGURE 6.6 – Freinage d'un disque de métal qui se déplace dans un champ magnétique immobile.

Contrairement aux freins classiques qui dissipent l'énergie par frottement, le freinage électromagnétique fonctionne sans contact, donc sans usure de garniture, ces ralentisseurs sont quasiment inusables. Bien que l'énergie de freinage reste dissipée sous forme de chaleur, par effet Joule, ils sont moins sensibles à l'échauffement. Ils sont de ce fait obligatoires sur les véhicules lourds pour

produire un freinage d'endurance notamment en montagne ou en situations d'arrêts fréquents. Le freinage étant produit par la vitesse des disques, ils ne permettent en aucun cas l'immobilisation d'un véhicule jusqu'à l'arrêt complet. C'est pour cela qu'ils ne fonctionnent qu'en complément de freins conventionnels.

L'entreprise numéro un mondial dans le domaine de ces ralentisseurs électromagnétique est l'entreprise TELMA³

Le frein à courants de Foucault rotatif est utilisé couramment sur les poids-lourds routiers et les autobus, il est plus connu sous le nom de « ralentisseur Telma » ou plus simplement par l'onomatopée « Telma », société ayant la première développé et commercialisé ce dispositif. Le principe consiste à installer de part et d'autre d'un disque métallique, calé sur l'essieu, des électro-aimants, comme sur la figure 6.7. Lorsque ces électro-aimants sont sous tension, ils induisent dans les disques qui tournent de part et d'autre des courants de Foucault, lesquels tendent à ralentir la rotation des disques, donc de l'essieu dont ils sont solidaires.

La modulation de l'effort de freinage est obtenue par modulation du courant d'alimentation des électro-aimants par l'intermédiaire d'un hacheur dévolteur. La dissipation d'énergie est obtenue par échauffement des disques, ceux-ci sont munis de dispositifs de ventilation pour accélérer leur refroidissement.

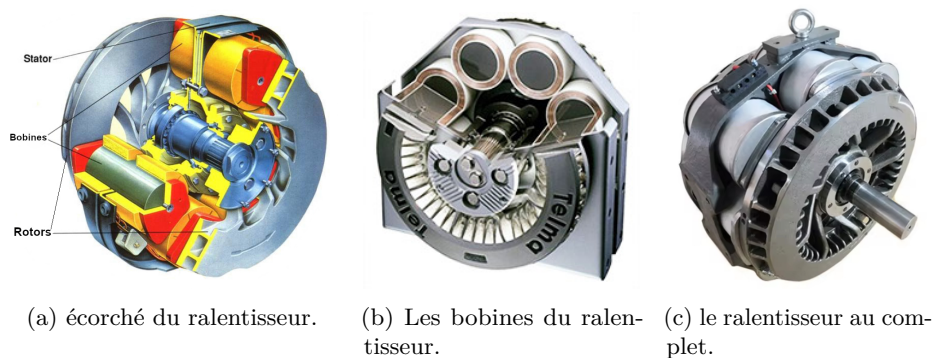


FIGURE 6.7 – Constitution d'un ralentisseur électromagnétique Telma.

6.1.3.2 Appareil auto-assureur pour les salles d'escalade

Fonctionnant suivant le même principe que les ralentisseurs électromagnétiques pour les véhicules « poids lourds », les auto-assureurs qui équipent les salles d'escalade permettent de freiner la chute, accidentelle ou volontaire, d'un sportif. Les électroaimants sont ici remplacés par des aimants permanents. Voir [cette vidéo](#) qui montre le dispositif en action. Comme pour les ralentisseurs Telma, ces dispositifs permettent un freinage fiable et sans frottement qui éliminent l'utilisation de plaquettes de frein, réduisant ainsi l'usure et l'entretien.

6.1.4 Freinage d'un aimant dans un tube

Dans cette [vidéo montrant la chute rapide d'un objet amagnétique et celle très ralentie d'un aimant dans un tube de cuivre](#), le principe du freinage de l'aimant est le même qu'au paragraphe

3. Telma signifiant « Techniques Électro-Mécaniques de l'Aveyron »

6.1 page 77 comme on peut le voir sur la figure 6.8. Le mouvement relatif de l'aimant par rapport au tube de cuivre crée des variations de flux magnétique dans les portions de tube sous l'aimant où le champ se renforce et au-dessus de l'aimant où il s'affaiblit. Le même raisonnement qu'au paragraphe 6.1.1 page 79 conduit à l'existence de boucles de courants de Foucault en-dessous l'aimant et au-dessus.

Si on considère les boucles de courants circulant sous l'aimant, il y a deux façons d'envisager la manière dont celles-ci freinent la chute de l'aimant.

1. On peut considérer que les boucles de courants circulant sous l'aimant dans le sens trigonométrique, comme le montre la figure 6.8, sont équivalentes à un aimant dont le pôle nord ferait face au pôle nord de l'aimant qui tombe. Ceci s'obtient par la règle du tire-bouchon de Maxwell. Or deux pôles de même nom se repoussent. Ainsi les courants de Foucault sont équivalents à un aimant qui repousse l'aimant qui tombe, d'où le ralentissement de la chute.
2. On peut également faire appel à la règle des trois doigts de la main droite afin de déterminer le sens des forces de Laplace produites sur les courant. Là, il faut faire un peu plus attention et appliquer le même raisonnement qu'au paragraphe 6.1.1 page 80. Il faut se placer dans le repère de l'aimant qui tombe, celui-ci est donc immobile et c'est le tube de cuivre qui monte par rapport à l'aimant immobile, c'est le même mouvement relatif que lorsque l'aimant tombe dans le tube immobile. C'est ce qu'il faudrait faire pour appliquer la règle des trois doigts de la main gauche afin de déterminer le sens de circulation des courants induits. L'index est orienté dans le sens de la vitesse relative du conducteur par rapport au champ magnétique. On imagine le champ magnétique immobile par rapport au repère dans lequel se trouve l'observateur et il faut déterminer la vitesse du conducteur par rapport à $\vec{B}$ afin d'obtenir le même mouvement relatif. Ici, comme nous l'avons dit, l'aimant est immobile par rapport à nous et le tube se déplacerait vers le haut. La règle des trois doigts de la main droite appliquée pour obtenir le sens des forces de Laplace indique que celles-ci seraient dirigées vers le bas dans le sens contraire du mouvement du tube. on retrouve bien un freinage.

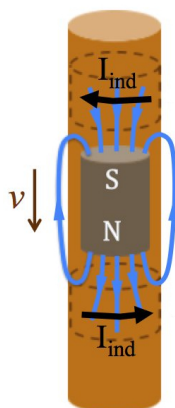


FIGURE 6.8 – Freinage d'un aimant en chute libre dans un tube en métal amagnétique, en bleu le champ magnétique de l'aimant, en pointillés noir les courants induits en-dessous de l'aimant et au-dessus.

La situation de l'aimant qui chute dans un tube de métal conducteur est semblable au freinage

électromagnétique d'un train vu au [6.1.1 page 79](#).

6.2 Entraînement par courants de Foucault

Si, comme nous l'avons vu au paragraphe 6.1.3 page 81 les courants de Foucault peuvent freiner un disque qui tourne devant des aimants immobiles, [cette vidéo](#) montre que, réciproquement, la rotation d'un aimant au-dessus d'un disque métallique fait tourner celui-ci. [cette vidéo](#) montre que la rotation des aimants entraîne le disque, mais que la mise en rotation du disque entraîne les aimants selon la troisième loi de Newton qui énonce que *si un corps A exerce une force sur un corps B, alors B exerce sur A une force d'égale intensité, de même direction et de sens opposé*.

Ainsi, si les courants de Foucault induits par des aimants dans des conducteurs peuvent servir à ralentir le mouvement relatif aimants – conducteurs, ces courants peuvent également servir à faire se mouvoir ces mêmes conducteurs si on déplace les aimants par rapport aux conducteurs.

6.2.1 La machine asynchrone en fonctionnement moteur

Considérons une échelle en matériau conducteur de l'électricité comme celle de la figure 6.9. Supposons là plongée dans un champ magnétique mobile qui se déplace de la gauche vers la droite. Cela va entraîner une variation de flux dans les barreaux de l'échelle. Selon la loi de Faraday, cette variation de flux va générer une force électromotrice qui va elle-même engendrer un courant. Ce courant sera soumis au champ $\vec{B}$ qui baigne l'échelle, il apparaîtra donc des forces de Laplace comme le détaille la figure 6.10. Si l'échelle est mobile, elle va se déplacer et partir à la poursuite du champ magnétique mobile. On aurait pu arriver au même résultat en appliquant le *principe du flux maximum*.

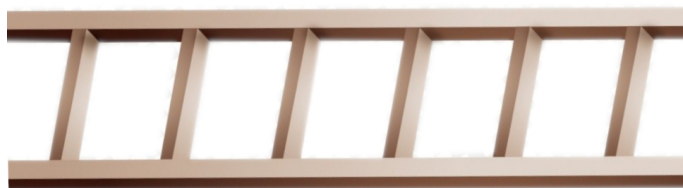


FIGURE 6.9 – Echelle constituée de montants et de barreaux conducteurs.

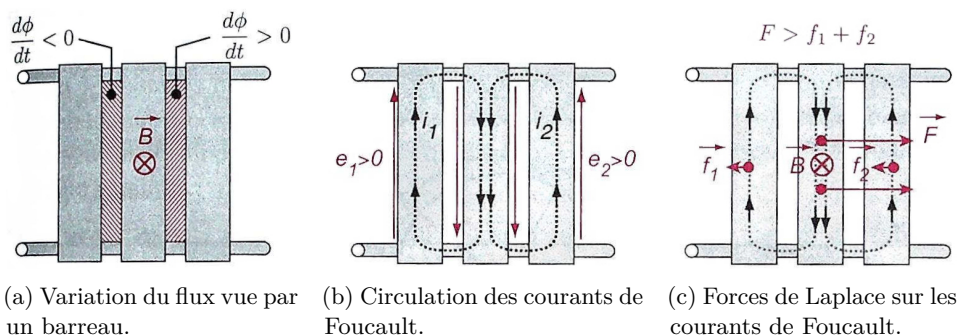


FIGURE 6.10 – Le principe d'apparition d'une force de Laplace sur les barreaux. Le champ magnétique B se déplace de la gauche vers la droite.

Lorsque le champ magnétique se déplace de façon rectiligne sur l'échelle, le mouvement de

celle-ci est limitée par le nombre de barreaux, et donc par sa longueur. Mais si on referme l'échelle sur elle-même comme le montre la figure 6.11 de manière à former une « cage d'écureuil » et que l'on place au milieu de la cage un champ magnétique tournant, alors il n'y a plus de problème de limitation de longueur et l'échelle peut se déplacer aussi longtemps qu'on le souhaite. On a créé un *moteur asynchrone*. L'échelle courbée selon un cercle en forme le rotor.

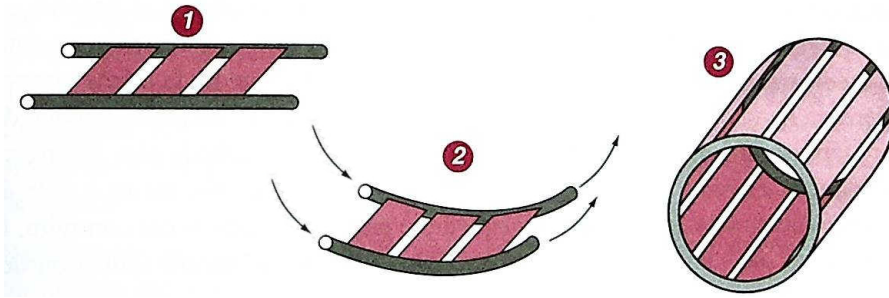


FIGURE 6.11 – Passage de l'échelle rectiligne au rotor circulaire : la cage d'écureuil.

Le rotor du moteur asynchrone, la cage d'écureuil, tourne obligatoirement à une vitesse inférieure à celle du champ magnétique tournant. On peut aisément le montrer par l'absurde. Supposons que le rotor atteigne exactement la vitesse du champ tournant. Alors, un observateur solidaire du rotor verrait un champ constant. Les conducteurs du rotor étant baignés par un champ constant, il n'y aurait aucune variation de flux, donc une dérivée en fonction du temps qui serait constamment nulle, et par conséquent aucune force électromotrice. Pas de force électromotrice, donc pas de courant. Pas de courant, donc pas de force de Laplace. Pas de force de Laplace, donc pas de couple. Pas de couple, donc aucune raison que le rotor tourne. Par conséquent, le rotor ne peut pas tourner de lui-même à l'exacte vitesse du champ tournant. Il faudrait qu'un moteur auxiliaire l'amène à cette vitesse.

On pourra consulter [ce polycopié](#) pour voir des photographies de rotors et de stators de machines asynchrones.

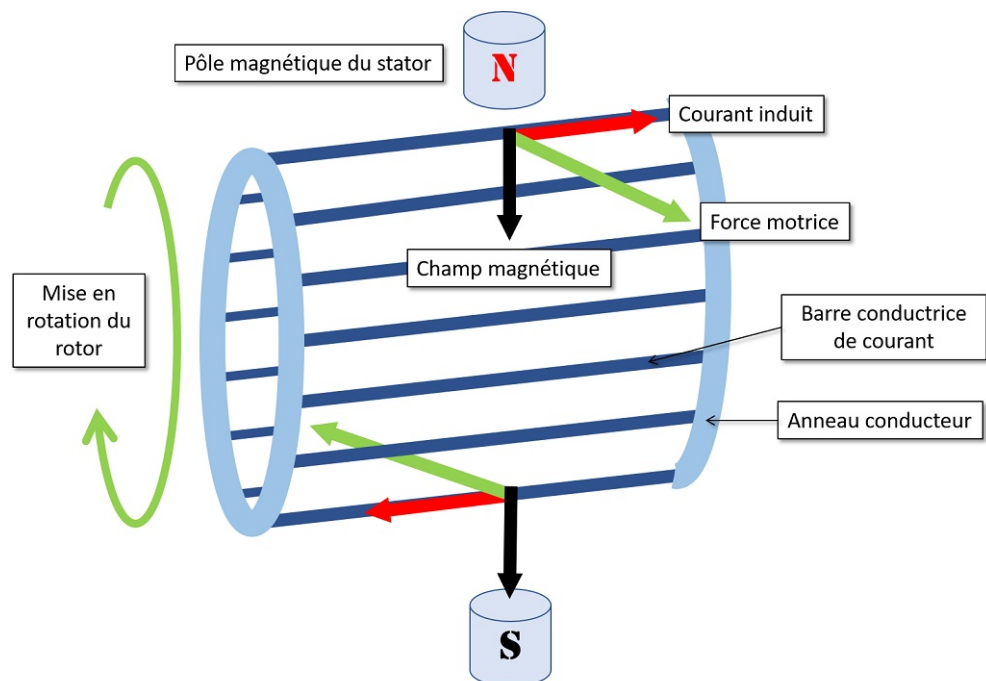


FIGURE 6.12 – Passage de l'échelle rectiligne au rotor circulaire : la cage d'écureuil.

CHAPITRE 7

Champs magnétiques tournant

7.1 Pourquoi des champs magnétiques tournants ?

Pourquoi diable s'embêter à créer des champs magnétiques tournants ? La vie n'est-elle pas déjà assez compliquée comme cela sans que l'on veuille en rajouter ? Première réponse : pour la beauté de la chose, ou encore, comme aurait dit le mathématicien Jean Dieudonné, « pour l'honneur de l'esprit humain ».

D'une manière plus pratique, disposer de champs magnétiques tournants permet de construire des moteurs électriques plus performants que les moteurs à courant continu : les moteurs synchrones et asynchrones.

7.2 Introduction aux champs magnétiques tournants

Maurice Leblanc (1857 - 1923) a montré qu'une bobine traversée par un courant alternatif sinusoïdal produisait deux champs magnétiques tournant en sens inverses. Le champ magnétique alternatif qui est créé par la bobine en un point de son axe peut être décomposé en deux champs magnétiques tournants en sens inverse l'un de l'autre avec une vitesse égale, l'intensité de chacun d'eux étant égale à la moitié de l'intensité maximum du champ alternatif.

7.2.1 Théorème de Leblanc

Un enroulement, comprenant p bobines identiques *régulièrement* disposées le long d'un entrefer, créant un champ magnétique $\vec{B}$ à répartition spatiale instantanée sinusoïdale, parcouru par un courant alternatif sinusoïdal, donne naissance à deux champs glissants de même amplitude maximale, de même nombre de paires de pôles p et de pulsations de rotation opposées.

La vitesse des deux champs magnétiques est :

$$N = \frac{f}{p}$$

avec N en $\text{tour}\cdot\text{s}^{-1}$. On appelle N la *vitesse de synchronisme*.

Pour bien visualiser la création de deux champs magnétiques tournant en sens inverse l'un de l'autre, regarder très attentivement [cette vidéo](#).

Vous pouvez grossir l'image à l'aide de la combinaison de touches Ctrl et + ou au contraire la diminuer Clrt et -.

Plaçons une spire mobile autour de son axe dans le prolongement d'une bobine alimentée par une tension alternative sinusoïdale. Ce rotor élémentaire, la spire, sera également sollicitée par les deux champs tournants en sens inverse : appelons les A et B. Le « moteur » élémentaire ainsi constitué ne démarre donc jamais spontanément, même à vide. Si nous mettons en mouvement la spire en la lançant dans le sens trigonométrique par exemple, il se développe deux couples moteurs dus aux champs tournants. Le couple dû au champ A qui tourne dans le même sens que la spire est le plus grand, il tend à augmenter à mesure que la vitesse due la spire augmente. Le second couple, au contraire, reste presque nul. Lorsque le moteur a atteint sa vitesse de régime, la spire tourne par rapport à B avec une vitesse sensiblement double de celle de synchronisme. Le champ B induit dans la spire des courants de fréquence double de celle du courant d'alimentation, ces courants produisent un champ magnétique antagoniste du champ B et l'annulent pratiquement.

[vidéo illustrant le théorème de Leblanc](#)

7.2.2 Inconvénient de tels champs

On peut réaliser un moteur asynchrone monophasé avec cet unique bobinage, mais il aura le gros inconvénient de ne pas démarrer tout seul. Le rotor sera sollicité dans les deux sens de rotation par les deux champs. Pour démarrer une tondeuse à gazon électrique, imaginez-vous devoir brancher la tondeuse, la retourner et lancer la lame à la main... Évidemment un tel moteur aurait assez peu de succès !

Pour lui permettre de démarrer tout seul, sans artifice dangereux, il faut que le rotor d'un moteur asynchrone monophasé ne soit baigné que par *un seul champ tournant*.

7.2.3 Un seul champ tournant

Comment faire pour obtenir un seul champ magnétique qui tourne ? On peut réaliser un montage assez simple permettant de résoudre cette question. Il suffit de deux bobines dont les axes seront décalés de 90° et que l'on alimentera une après l'autre en inversant le sens du courant à chaque fois. Observer attentivement la suite des quatre figures suivantes : ça tourne !

[Voir cette animation](#).

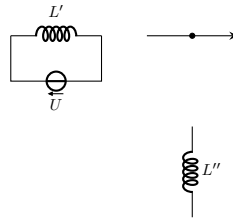


FIGURE 7.1 – Seule la bobine de gauche est alimentée, le champ magnétique créé au point noir est parallèle à son axe, horizontal dirigé vers la droite

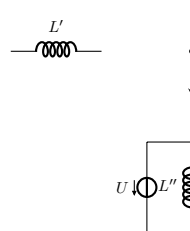


FIGURE 7.2 – Seule la bobine du bas est alimentée, le champ magnétique créé au point noir est désormais vertical dirigé vers le bas

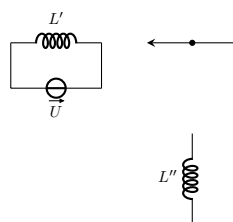


FIGURE 7.3 – Seule la bobine de gauche est alimentée, la tension est inversée par rapport à la figure 7.1, le champ magnétique créé au point noir est parallèle à son axe, horizontal dirigé vers la gauche

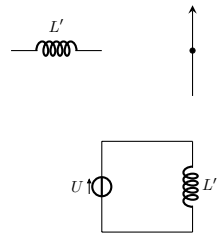


FIGURE 7.4 – Seule la bobine du bas est alimentée, la tension est inversée par rapport à la figure 7.2, le champ magnétique créé au point noir est désormais vertical dirigé vers le haut

7.2.4 Rotation pulsatoire

On pourrait penser que l'on a résolu à peu de frais de problème et qu'on a obtenu ce que l'on souhaitait : un champ magnétique tournant !

Il s'avère que c'est un bien piètre champ tournant qui ne donnera pas satisfaction dans l'immense majorité des cas.

Pourquoi cela ? Parce que le champ est plus un champ « bondissant » qu'un champ qui tourne bien régulièrement. Le champ saute d'une position à une autre, franchissant 90° en un éclair. Il en résulte, au cas où un moteur accepterait de tourner, ce qui reste à démontrer, un couple moteur pulsatoire de très mauvaise qualité.

Bref, si on entrevoit comment faire tourner un champ magnétique à l'aide du dispositif des figure 7.1 page précédente à 7.4, ce n'est pas comme cela que l'on procède.

7.2.5 Rotation régulière

Pour que le champ ne passe pas d'une position à une autre, séparée de 90° , en un temps extrêmement court, il faudrait que la différence d'alimentation électrique des bobines s'effectue moins brusquement. Ce qui pourrait se faire si le courant s'éteignait progressivement dans une bobine tout en apparaissant progressivement dans l'autre.

7.3 Monophasé

Cela peut se faire en alimentant les bobines avec une tension alternative sinusoïdale de telle sorte que la variation des courants soit progressive. Mais attention, si les bobines sont alimentées comme le montre la figure 7.5 page suivante, le champ magnétique produit, somme vectorielle du champ des deux bobines, ne tourne pas. Ce champ se contente de croître et de décroître le long de la bissectrice des deux bobines.

Pour obtenir un champ magnétique tournant, il faut absolument que les courants des bobines soient déphasés dans le temps de telle sorte que lorsqu'un courant décroît après être passé par son maximum dans une bobine, l'autre se mette à croître. Pour ce faire, il faut un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ rad entre les deux courants. Dès lors, le champ tourne à une vitesse bien régulière, sans à coup.

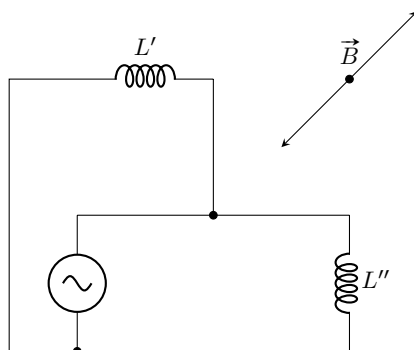


FIGURE 7.5 – Les deux enroulements décalés de 90° sont traversés par des courants identiques, les deux champs magnétiques produits ont une résultante sur la bissectrice. Cela ne tourne pas !

Cette vitesse N est donnée par la formule :

$$N = \frac{f}{p}$$

où N est en tour.s^{-1} , f est la fréquence des tensions d'alimentation et p est le nombre de bobines sur chacune des phases. La figure 7.6 page suivante montre la solution la plus employée pour obtenir des courants déphasés de $\frac{\pi}{2}$ rad.

Regarder très attentivement la vidéo qui montre le dispositif de la figure 7.6 page suivante en action, pour ce faire, regarder [cette vidéo](#) ou encore cette [vidéo](#).

Le fichier Excel permet lui aussi, en « jouant » les animations, de s'approprier cette notion de champ tournant. Ce fichier Excel permet d'observer la décomposition du champ pulsant alternatif créé dans l'axe d'une seule bobine en deux champs tournant en sens inverse (théorème de Leblanc), de bien voir la nécessité d'une seconde bobine d'axe à 90° de l'autre et parcourue par un courant décalé dans le temps de $\omega \cdot t = 90^\circ$ pour obtenir un et un seul champ tournant qui fera démarrer un moteur sans aide extérieur. De plus il permet de visualiser l'obtention d'un champ tournant en triphasé (théorème de Ferraris).

Un montage avec deux bobines par phase est montré à la figure 7.7 page suivante, on a alors $p = 2$, ce qui pour une même fréquence va diviser la vitesse de rotation du champ magnétique par 2. Pour obtenir une vitesse encore plus basse, $N = \frac{f}{3}$, on a recourt à 3 bobines par phases.

On commence par répartir *régulièrement* les p bobines d'une même phase, ici $p = 3$, le long des 2π rad du stator en espaçant donc les bobines d'une même phase de $\frac{2\pi}{3} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$. Ensuite, on constitue l'enroulement alimentée par un courant déphasée de $\frac{\pi}{2}$. Pour ce faire, les 3 bobines de cette deuxième phase sont elles aussi décalées angulairement de 120° , puis décalées par rapport aux bobines de la phase n° 1 de :

$$\frac{2\pi}{\text{nombre totale de bobines}} = \frac{2\pi}{2p} = \frac{\pi}{p}$$

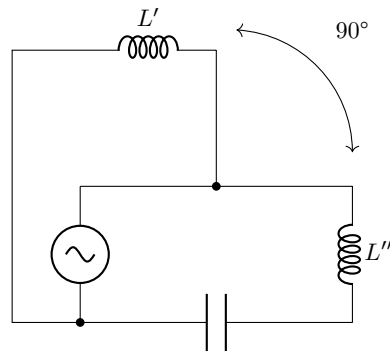


FIGURE 7.6 – Les deux enroulements décalés de 90° permettant d’obtenir un champ magnétique tournant, si tant est qu’ils soient alimentés par des courants eux-mêmes décalés de 90° dans le temps grâce, par exemple, à un condensateur.

Ici $\frac{\pi}{3}$ comme le montre la figure 7.8 page suivante. On peut poursuivre l’ajout du nombre de paire de pôles par phase afin d’obtenir des vitesses de rotation toujours plus faibles.

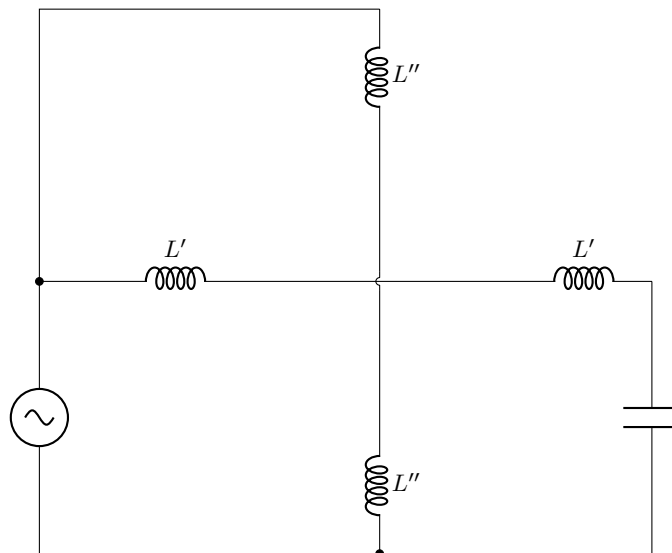


FIGURE 7.7 – Deux bobines par phase, $p = 2$.

Vous pourrez consulter avec profit la [page sur les moteurs asynchrones monophasés](#) qui contient de nombreuses courtes vidéos très démonstratives.

Si le calcul du condensateur de déphage d’un moteur asynchrone monophasé vous intéresse, vous pouvez consulter :

http://mach.elec.free.fr/mat/calcul_condensateur_moteur_asynchrone_monophasé.pdf

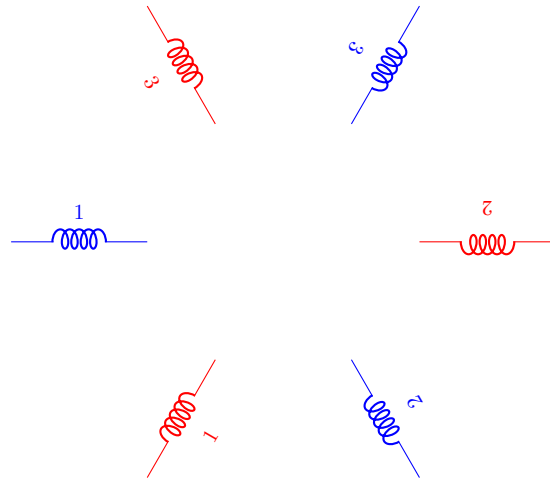


FIGURE 7.8 – Trois bobines par phase, $p = 3$, les bobines en bleus appartiennent à la même phase et sont montées en série, il en est de même pour les bobines en rouges.

7.4 Triphasé

En 1884, Galileo Ferraris (1847 - 1897) démontre qu'un champ tournant peut être créé par trois bobines décalées angulairement de 120° , alimentées par des tensions triphasées.

7.4.1 Théorème de Ferraris

p systèmes de bobines triphasées réparties *régulièrement* sur le périmètre d'un entrefer et alimentés par un système de courants triphasés de pulsation ω créent p paires de pôles d'un champ glissant de pulsation de rotation $\frac{\omega}{p}$.
La valeur du champ est maximale en un point de l'axe d'une bobine quand l'intensité du courant dans cette bobine passe par sa valeur maximale.

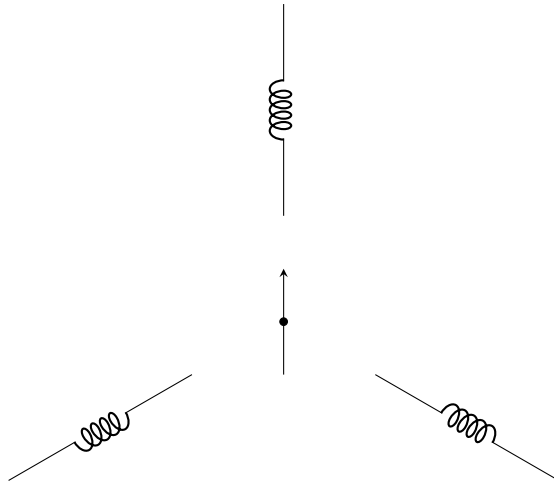
Le champ tournant créé tourne à une vitesse N donnée par la formule :

$$N = \frac{f}{p}$$

où N est en tour.s^{-1} , f est la fréquence des tensions d'alimentation et p est le nombre de bobines sur chacune des phases. On appelle cette vitesse la *vitesse de synchronisme*. Ainsi, avec 3 bobines disposées comme le montre la figure 7.9 page suivante avec $p = 1$, en prenant 50 Hz, on obtient une vitesse de rotation :

$$N = \frac{f}{p} = \frac{50}{1} = 50 \text{ tour.s}^{-1} = 3000 \text{ tours.min}^{-1}$$

Regarder très attentivement cette animation (télécharger le fichier .swf puis trainez le dans ce site) (cliquer sur les boutons en haut à droite pour avancer ou reculer) qui vous montrera

FIGURE 7.9 – Création d'un champ tournant en triphasé avec $p = 1$.

clairement comment les champs magnétiques des trois bobines s'ajoutent *vectériellement* pour composer un champ d'amplitude constante qui tourne à $N = \frac{f}{p}$.

Vous pourrez voir sur le polycopié d'électromagnétisme l'expression mathématique du champ tournant issue du calcul trigonométrique :

$$b_M(\theta, t) = \frac{3}{2} \cdot k \cdot I_{\max} \cdot \cos(\omega t - p\theta_m)$$

Cette expression, à moins d'être familier des ondes progressives, ne laisse pas tellement penser qu'il s'agit là d'un champ qui tourne en fonction du temps. Je vous invite plutôt à vous imprégner de ce que vous pourrez voir en cliquant sur les liens précédant, et si cela ne suffisait pas, à vous absorber dans la contemplation [de cette vidéo](#) (touche Ctrl et + ou - pour grossir ou réduire).

Voir les animations de champs tournants en triphasé sur [cette page](#).

7.5 Influence du nombre de bobines par phase p

Nous avons vu que la vitesse de rotation du champ magnétique, que ce soit en monophasé ou en triphasé, est donnée par la formule :

$$N = \frac{f}{p}$$

Où p est le nombre de bobines par phase, encore appelé « nombre de paires de pôles » puisqu'une bobine comporte un pôle nord et un pôle sud, soit deux pôles, une paire.

Un stator est constitué de bobines qui sont régulièrement disposées autour des 360° . Deux bobines consécutives appartiennent toujours à des phases différentes : on fera se succéder des bobines appartenant aux phases 1231231etc. ou bien 3213213etc.

Les p bobines d'une même phase sont espacées angulairement de $\frac{2\pi}{p}$. Les groupes de bobines sont espacés de $\frac{2\pi}{2p} = \frac{\pi}{p}$, c'est l'angle que l'on trouve entre deux bobines consécutives quelconques.

Pourquoi la vitesse diminue-t-elle si le nombre de bobines par phase augmente ? Pour comprendre cela, envisageons un stator de machine triphasée comprenant 1 bobine par phase, $p = 1$, comme schématisé sur la partie haute de la figure 7.1 page suivante. En une période des tensions triphasées, de l'instant 1 où la phase représentée en rouge atteint son maximum à l'instant 1' où cette même phase repasse par son maximum, le champ aura effectué un tour. La partie supérieure de la figure représente les bobines et la position du champ magnétique aux instants où les phases passent par leur maximum, 1, 2, 3 et 1'.

Si nous considérons désormais la partie inférieure de cette même figure 7.1 page suivante, c'est un stator comprenant 2 paires de pôles, $p = 2$, qui est représenté aux mêmes instants. Les bobines sont maintenant rassemblées dans un intervalle angulaire deux fois plus petit, 180° . Comme on peut le voir, dans le même intervalle de temps le champ aura parcouru un angle deux fois plus petit, 180° au lieu d'un tour complet 360° . Le champ tourne cette fois deux fois moins vite.

Avec un stator où $p = 3$, le champ tournerait trois fois moins vite qu'il ne tourne quand $p = 1$, et ainsi de suite.

Cette vidéo montre très clairement l'influence du nombre de paire de pôles sur la vitesse de rotation du champ magnétique tournant.

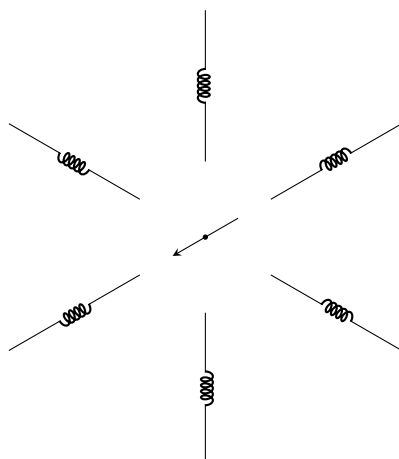


FIGURE 7.10 – Création d'un champ tournant en triphasé avec $p = 2$.

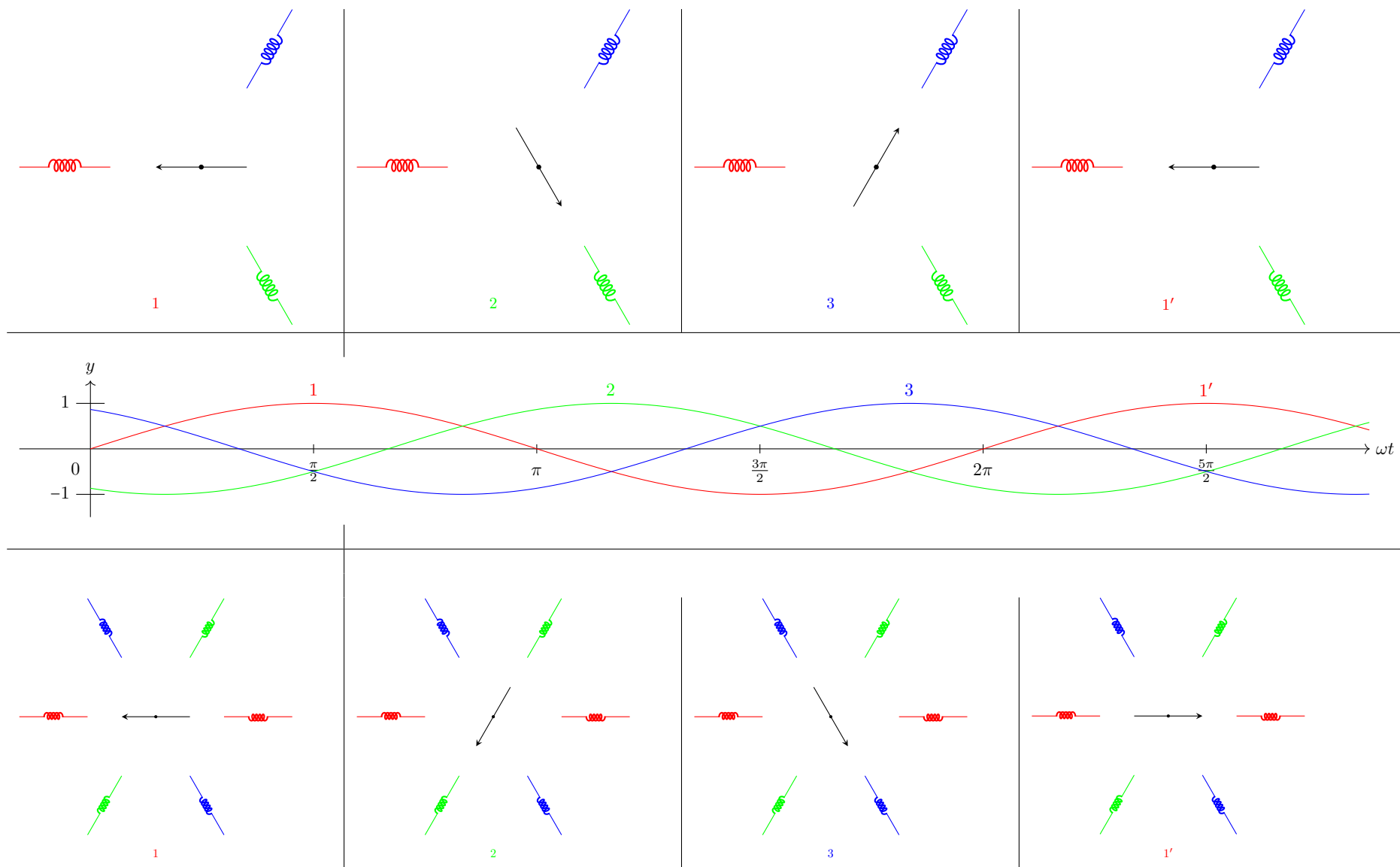


TABLE 7.1 – Influence du nombre de paires de pôles sur la vitesse de rotation du champ magnétique, le champ tourne dans le sens trigonométrique.

7.6 Inversion du sens de rotation

Pour inverser le sens de rotation, il suffit d'inverser le courant dans une des deux bobines en monophasé, ce qui se fait en inversant la polarité à ses bornes.

En triphasé, il suffit de permuter deux phases quelconques comme le montre clairement cette [vidéo](#).

7.7 Moteurs

Disposer d'un champ tournant permet de construire deux types de machines électriques :

- les machines synchrones où le rotor tourne exactement à la vitesse du champ tournant $N = \frac{f}{p}$;
- les machines asynchrones où le rotor tourne à une vitesse variable, toujours inférieure à $N = \frac{f}{p}$

7.7.1 Moteurs synchrones

Si vous faites tourner un aimant permanent au-dessus d'une boussole, vous verrez que l'aiguille suit l'aimant et tourne très exactement à la même vitesse. Vous venez de réaliser un moteur synchrone rudimentaire ! Synchrone, car le rotor, ici l'aiguille, tourne exactement à la même vitesse que le champ magnétique tournant créé par le stator. [Voir la vidéo](#).

Dans un moteur synchrone, le stator, partie fixe par rapport à un observateur, est constitué d'un ensemble de trois groupes de bobines, un groupe par phase, chacun de ces groupes comporte p bobines. Alimenté par des tensions triphasées équilibrées, le stator crée un champ magnétique tournant à la vitesse $N = \frac{f}{p}$. Le rotor est constitué d'un aimant permanent ou d'un électro-aimant. Le champ tournant créé par le stator entraîne le rotor *exactement* à la même vitesse que celle du champ tournant créé, d'où l'appellation de moteur *synchrone*.

7.7.2 Moteurs asynchrones

Dans un tel moteur le rotor est un ensemble de spires court-circuitées sur elles mêmes. Plongé dans le champ tournant statorique, d'après la règle du flux maximal, ces spires vont partir à la poursuite du champ magnétique tournant afin d'essayer d'être traversées par un flux maximum.

La vidéo suivante montre un aimant que l'on tourne au-dessus d'un disque de cuivre mobile autour d'un axe. Le disque se met à tourner. Le repère noir permet de constater que la vitesse du disque est toujours inférieure à celle de l'aimant, il n'y a pas synchronisme. [C'est le principe inverse du ralentisseur Telma](#).

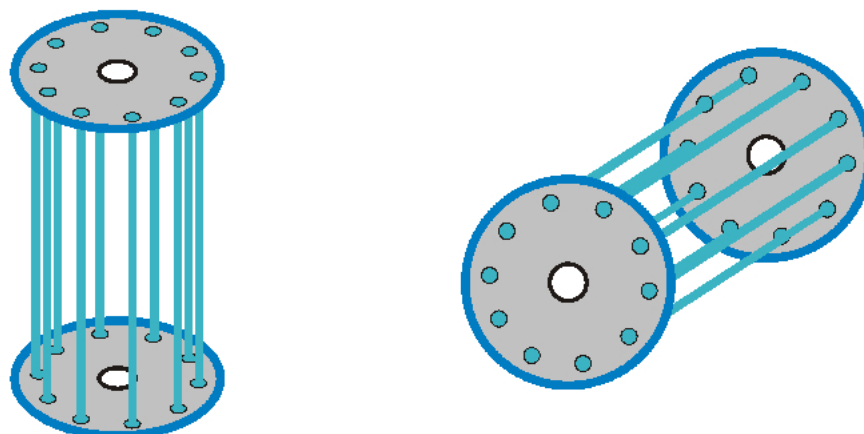


FIGURE 7.11 – Rotor d’une machine asynchrone : la cage d’écureuil = ensemble de spires en court-circuit.

À place de la règle du flux maximal, on peut considérer les choses plus en détail. Considérer un seul conducteur de la figure 7.12 page suivante. Le sens de rotation du champ tournant statorique est donné.

Essayer de retrouver le sens de la force de Laplace qui s’applique sur les conducteurs de la cage d’écureuil.

D’abord il s’agit de trouver le sens du courant induit qui va circuler grâce à la règle des trois doigts de la main gauche, *attention*, la vitesse relative du conducteur par rapport au champ magnétique est à l’opposé de celle du champ magnétique !

Puis, essayer d’en déduire le sens de la force de Laplace à l’aide de la règle des trois doigts de la main droite.

Le polycopié d’électromagnétisme comporte un exercice semblable, avec une seule spire, à la dernière page.

Le rotor du moteur asynchrone ne peut en aucun cas atteindre la vitesse du champ tournant statorique. Démontrons cela par l’absurde. Admettons que le rotor a atteint tout seul la même vitesse que celle du champ statorique. Dès lors les spires du rotor seront traversées par un flux magnétique constant, indépendant du temps. La loi de Faraday, $e = \frac{d\phi}{dt}$, nous indique que la f.é.m. en leur sein sera nulle. Il n’y aura plus de courant qui les parcourt et pas davantage de force de Laplace, donc plus de couple moteur et donc plus aucune raison que la spire continue de tourner si on ne néglige pas les frottements.

À vide, sans autre couple résistant que celui dû à des frottements très modérés, la vitesse du moteur asynchrone est presque égale à celle du champ statorique $N = \frac{f}{p}$, presque... Par exemple si la vitesse de synchronisme est de $1000 \text{ tour.min}^{-1}$, la vitesse du rotor à vide pourra être de $985 \text{ tour.min}^{-1}$.

La vitesse du rotor d’un moteur asynchrone est *toujours inférieure* à celle du champ statorique, d’autant plus que le couple résistant est grand. Le rotor *glisse* par rapport au champ statorique.

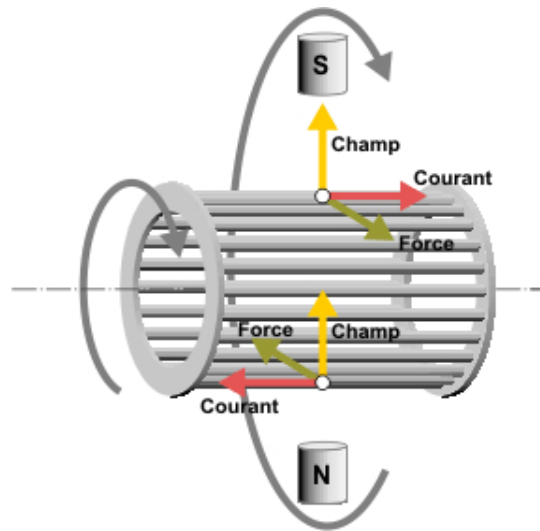


FIGURE 7.12 – Force de Laplace sur les conducteurs rotoriques de la cage d'écureuil d'une machine asynchrone.

7.7.2.1 Moteur asynchrone monophasé

[La page](#) permet de voir des vidéos où on peut voir :

- un moteur asynchrone monophasé qui ne démarre pas tout seul et qui « grogne » ;
- un moteur asynchrone monophasé dont on lance le rotor dans le sens horaire ;
- un moteur asynchrone monophasé dont on lance le rotor dans le sens trigonométrique ;
- un moteur asynchrone monophasé qui démarre tout seul, car on lui a adjoint une deuxième bobine [7.6 page 94](#)

7.8 Logiciel de simulation

Monsieur Jean-Jacques Herstein a conçu un excellent logiciel de simulation permettant de bien comprendre comment on obtient un champ magnétique tournant à l'aide de tensions triphasées (Ferraris), le fonctionnement des moteurs synchrones et asynchrones. [Vous pouvez récupérer ce logiciel à cette adresse.](#)

[Vous pouvez voir ce logiciel en action sur Youtube.](#)

7.9 Exercices

7.9.1 Théorème de Maurice Leblanc

1000 spires sont enroulées autour d'un barreau de fer, de section circulaire, afin de constituer une bobine. Un disque métallique est placé dans un plan contenant l'axe de la bobine. L'axe du disque se trouve dans le prolongement de l'axe de la bobine. Le bord du disque est à 5 mm du pôle de la bobine qui lui fait face. La bobine est alimentée par une tension alternative sinusoïdale 220 V - 60 Hz.

1 Le disque est lancé dans le sens trigonométrique, la bobine étant alimentée. Calculer la vitesse de rotation atteinte par le disque.

2 Cette fois-ci, le disque est laissé immobile alors que la bobine est connectée à la source de tension. Calculer la vitesse de rotation atteinte par le disque.

7.9.2 Théorème de Galileo Ferraris

Trois bobines identiques ont leurs axes disposés dans un même plan et espacés angulairement de 120° . Elles sont alimentées par des tensions triphasées 220 V - 200 Hz. Chacune de ces bobines ne comporte qu'un pôle nord et un pôle sud.

1 Calculer la vitesse du champ magnétique résultant qu'elle produisent au point d'intersection de leur axe.

Neuf bobines sont groupées par trois. Dans chacun des groupes, les trois bobines sont mises en séries. Ces trois groupes de 3 bobines sont disposés à 120° les uns des autres de manière à constituer un stator. Les groupes de 3 bobines sont alimentés par des tensions triphasées 380 V - 300 Hz. On place un aimant mobile autour d'un axe au centre du stator ainsi créé de tel sorte que l'aimant et le champ tournant soient coplanaires.

2 L'aimant est immobile, le stator est alimenté, calculer la vitesse de rotation de l'aimant.

3 L'aimant est lancé à une vitesse à peine inférieure à celle du champ tournant, puis le stator est alimenté. Calculer la vitesse de rotation de l'aimant

7.10 Solutions

Théorème de Maurice Leblanc

1 Ici, il n'y a qu'une seule bobine, $p = 1$. Le disque est lancé, il va « accrocher » le champ dans le sens duquel il est lancé et atteindre une vitesse un peu inférieure à la vitesse de synchronisme qui est de :

$$N = \frac{f}{p} = \frac{60}{1} = 60 \text{ tour.s}^{-1} = 3600 \text{ tours.min}^{-1}$$

2 Le disque immobile, non lancé, est sollicité par les deux champs tournant antagonistes. Il demeure donc immobile, $N = 0 \text{ tour.min}^{-1}$.

Théorème de Galileo Ferraris

1 On applique simplement la formule qui donne la vitesse de synchronisme :

$$N = \frac{f}{p} = \frac{200}{1} = 200 \text{ tour.s}^{-1} = 12\,000 \text{ tours.min}^{-1}$$

2 Il ne se passe rien ! L'aimant ne tourne pas ! En effet, le champ magnétique tourne très vite $N = \frac{f}{p} = \frac{300}{3} = 100 \text{ tour.s}^{-1} = 6000 \text{ tours.min}^{-1}$, à peine l'aimant bougerait-il dans un sens que le champ l'aurait dépassé et le solliciterait dans le sens contraire. L'aimant se contente de vibrer sur place.

Pour démarrer, il est indispensable d'utiliser un dispositif qui amène l'aimant à une vitesse proche de celle du champ tournant afin qu'il puisse *accrocher* le champ.

Une autre solution consisterait à démarrer à très basse fréquence de manière à produire un champ magnétique tournant à très faible vitesse pour que l'aimant puisse s'y accrocher et être entraîné. Ensuite la fréquence des tensions serait progressivement augmentée.

3 Ici l'aimant qui a été lancé à une vitesse proche du champ tournant va pouvoir s'y accrocher et se mettre à tourner à la vitesse de synchronisme :

$$N = \frac{f}{p} = \frac{300}{3} = 100 \text{ tour.s}^{-1} = 6000 \text{ tours.min}^{-1}$$

Remarquer l'influence de p .

Champs magnétiques tournants calculs mathématiques

Théorème de Maurice Leblanc

Considérons un bobinage d'axe Ox parcouru par un courant $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t)$.

Ce dispositif permet de créer un champ en un point M de l'axe Ox défini par $\vec{b}_M = B_{\max} \cdot \cos(\omega t) \cdot \vec{u}_x$

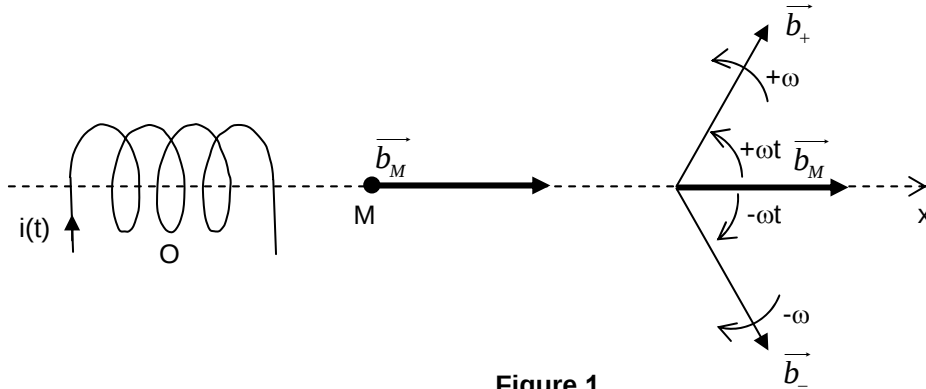


Figure 1

Considérons deux champs $\vec{b}_+$ et $\vec{b}_-$ de norme constante $\frac{B_{\max}}{2}$ qui tournent en sens inverses l'un de l'autre à des vitesses ω et $-\omega$. En projetant $\vec{b}_+$ et $\vec{b}_-$ sur les deux axes Ox et Oy, on obtient :

$$\vec{b}_+ + \vec{b}_- = \left[\frac{B_{\max}}{2} \cdot \cos(\omega t) \cdot \vec{u}_x + \frac{B_{\max}}{2} \cdot \sin(\omega t) \cdot \vec{u}_y \right] + \left[\frac{B_{\max}}{2} \cdot \cos(-\omega t) \cdot \vec{u}_x + \frac{B_{\max}}{2} \cdot \sin(-\omega t) \cdot \vec{u}_y \right]$$

$$\text{Soit : } \vec{b}_{+y} + \vec{b}_{-y} = \frac{B_{\max}}{2} \cdot \sin(\omega t) \cdot \vec{u}_y - \frac{B_{\max}}{2} \cdot \sin(\omega t) \cdot \vec{u}_y = 0 = b_{My}(t)$$

$$\vec{b}_{+x} + \vec{b}_{-x} = B_{\max} \cdot \cos(\omega t) \cdot \vec{u}_x = \vec{b}_{Mx} = \vec{b}_M$$

Ce résultat constitue le théorème de Leblanc :

Un bobinage alimenté par un courant sinusoïdal $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t)$ crée un champ magnétique

$$\vec{b}_M = B_{\max} \cdot \cos(\omega t) \cdot \vec{u}_x \text{ qui est équivalent à la somme de deux champs de norme constante } \frac{B_{\max}}{2}$$

qui tournent en sens inverse aux vitesses ω et $-\omega$.

Cette décomposition mathématique d'un champ axial pulsatoire en deux champs tournants n'est pas qu'une vision abstraite dénuée de toute réalité. En effet, si nous plaçons un rotor (disque en matière conductrice) d'axe perpendiculaire à l'axe de la bobine et si nous lançons à la main celui-ci, il va "accrocher" le champ dans la direction duquel nous l'avons lancé et se mettre à tourner. Nous avons là un moteur asynchrone qui ne peut pas démarrer seul.

Ce théorème permet de comprendre comment obtenir un champ tournant au moyen d'un seul bobinage. Nous verrons que cela permet d'expliquer le fonctionnement des machines asynchrones monophasées.

Cas de deux bobines

On dispose, cette fois, deux bobines orthogonalement dans le repère Ox, Oy et on les alimente par des tensions alternatives sinusoïdales en quadrature. Chacune va créer 2 champs tournants comme vu précédemment. Mais la composition de ces deux champs va créer un véritable champ tournant constitué d'un seul vecteur tournant. Le rotor ne sera plus sollicité par 2 champs mais par un seul et cela permet de résoudre le problème du démarrage des moteurs asynchrones monophasés.

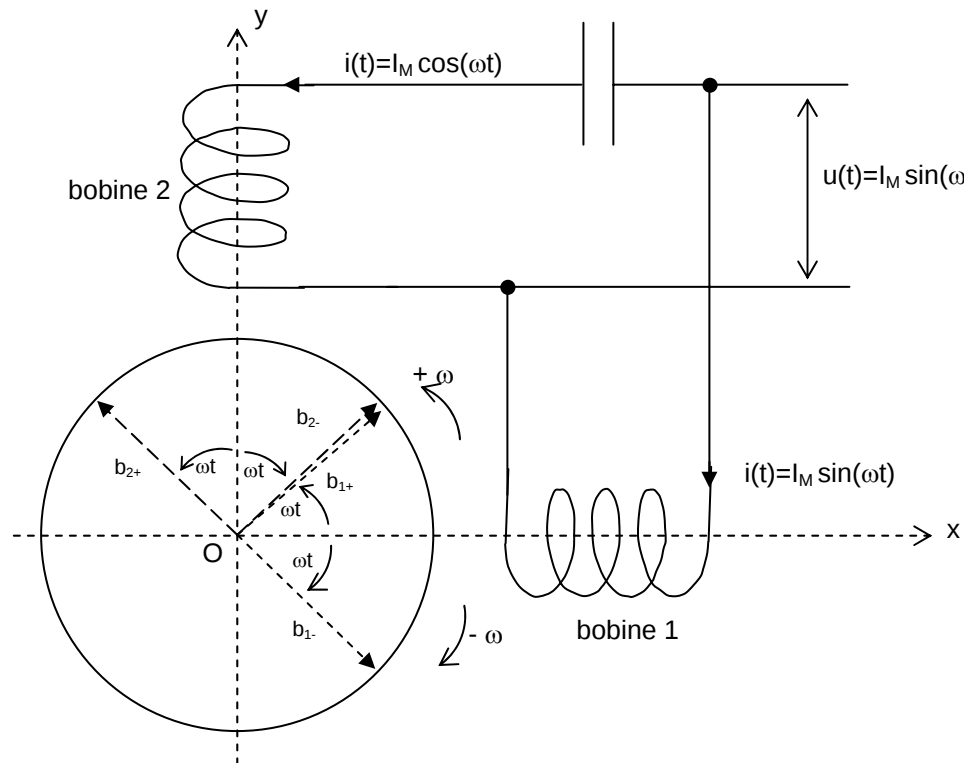


Figure 2

L'indice + correspond à une rotation dans le sens direct, l'indice – à une rotation dans le sens inverse.

Champ créé par la bobine 1 (d'axe de direction Ox) : $\vec{b}_1 = \vec{b}_{1+} + \vec{b}_{1-}$

Champ créé par la bobine 2 (d'axe de direction Oy) : $\vec{b}_2 = \vec{b}_{2+} + \vec{b}_{2-}$

Champ résultant : $\vec{b} = \vec{b}_1 + \vec{b}_2 = \vec{b}_{1+} + \vec{b}_{1-} + \vec{b}_{2+} + \vec{b}_{2-} = \vec{b}_{1+} + \vec{b}_{2-}$, les composantes $\vec{b}_{1-}$ et $\vec{b}_{2+}$ s'annulent.

Le condensateur permet d'obtenir que les intensités qui parcourent les deux bobines soient en quadrature. Le déphasage temporel des courants est égal au déphasage spatial des bobines.

Théorème de Galileo Ferraris

Rappel : champ magnétique créé par une bobine

Une bobine parcouru par un courant continu I crée un champ magnétique $\vec{B}$, d'amplitude constante, situé sur l'axe de la bobine. Soit un point M situé sur l'axe de la bobine, on mesure en ce point un module du champ $\vec{B}$ qui vaut B_M .

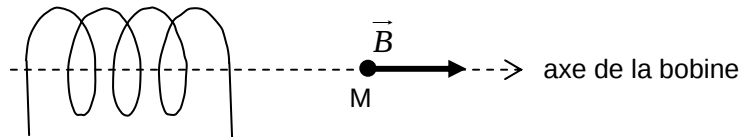


Figure 3

Si on mesure l'intensité du champ magnétique à partir d'un point, situé à la même distance du centre de la bobine, mais qui éloigné angulairement d'un angle θ de l'axe, on mesurera la projection de B_M en ce point, soit : $B_\theta = B_M \cdot \cos \theta$

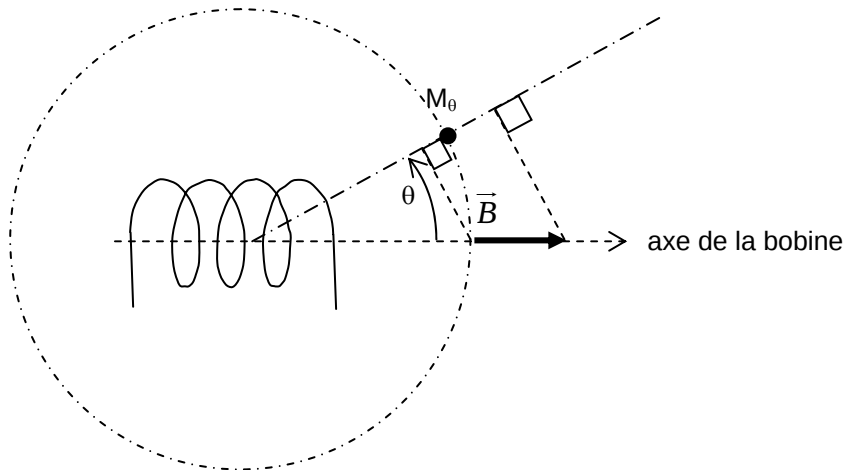


Figure 4

Par la suite, on admettra que la répartition du champ magnétique autour d'un bobinage est à répartition sinusoïdale.

Si le courant i est alternatif, le champ magnétique b sera lui aussi alternatif. Par exemple, si on a :

$i = I_{\max} \cos(\omega t)$, on aura $b = B_{\max} \cos(\omega t)$ sur l'axe de la bobine. Ce champ sera un champ "pulsé" maximum dans un sens, décroissant, puis maximum dans l'autre sens, croissant et à nouveau maximum suivant le sens positif et ainsi de suite. La mesure du champ en un point éloigné angulairement de l'axe de l'angle θ donnera $b_\theta = B_M \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos \theta$.

Champ créé par un ensemble de trois bobines décalées entre elles de 120° et alimentées par des tensions triphasées

Sur la Figure 5 sont représentés trois bobinages dont les axes sont décalés dans l'espace d'un angle de 120°. Ces bobinages sont parcourus par des courants triphasés équilibrés.

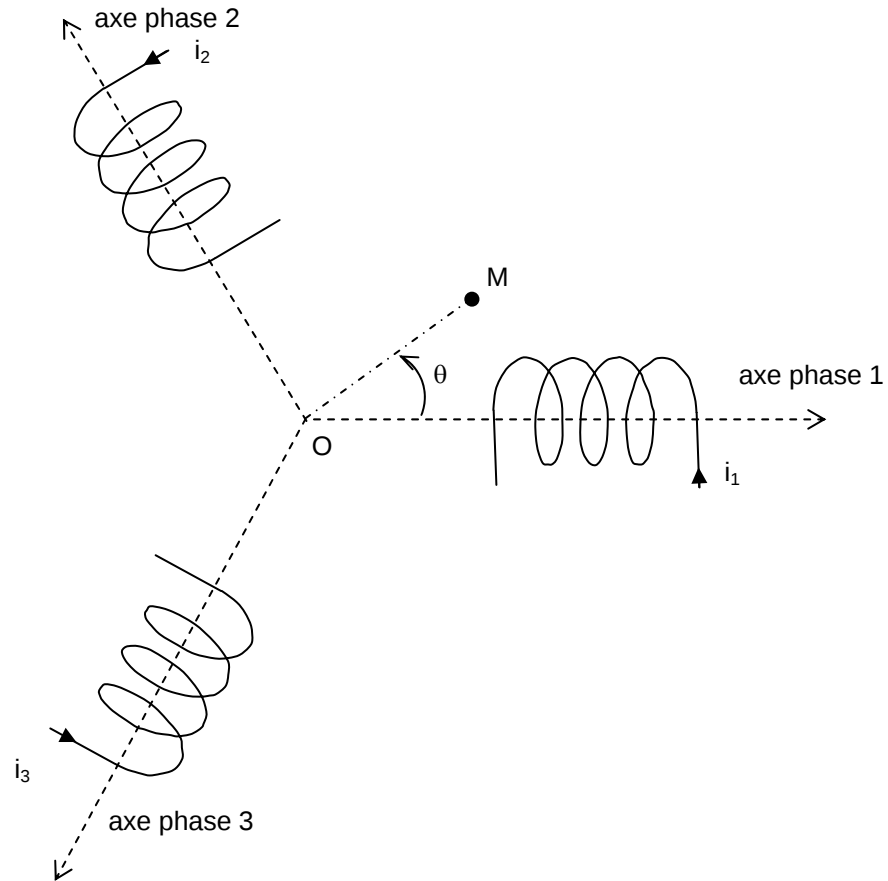


Figure 5

Selon ce que nous avons établi ci-dessus, le champ magnétique créé par la bobine n°1 au point M a pour module :

$$b_1(\theta, t) = k \cdot i_1(t) \cdot \cos(\theta)$$

de même, le champ magnétique créé par la bobine n°2 au point M a pour module :

$$b_2(\theta, t) = k \cdot i_2(t) \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

de même, le champ magnétique créé par la bobine n°3 au point M a pour module :

$$b_3(\theta, t) = k \cdot i_3(t) \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Si les courants sont triphasés, on a :

$$i_1(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t)$$

$$i_2(t) = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_3(t) = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Calculons la résultante totale du champ magnétique en M créé par les trois bobines. Il faut effectuer la somme des projections des trois vecteurs $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$.

$$b_M(\theta, t) = b_1(\theta, t) + b_2(\theta, t) + b_3(\theta, t) = k \cdot i_1(t) \cdot \cos(\theta) + k \cdot i_2(t) \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + k \cdot i_3(t) \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$b_M(\theta, t) = k \cdot I\sqrt{2} \cdot \left[\cos(\omega t) \cdot \cos(\theta) + \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

Transformons les produits de cosinus en somme grâce à la formule :

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\begin{aligned} b_M(\theta, t) = \frac{k \cdot I\sqrt{2}}{2} \cdot & \left[\cos(\omega t + \theta) + \cos(\omega t - \theta) \right. \\ & + \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ & \left. + \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} + \theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} - \theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_M(\theta, t) = \frac{k \cdot I\sqrt{2}}{2} \cdot & \left[\cos(\omega t + \theta) + \cos(\omega t - \theta) \right. \\ & + \cos\left(\omega t + \theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos(\omega t - \theta) \\ & \left. + \cos\left(\omega t + \theta + \frac{4\pi}{3}\right) + \cos(\omega t - \theta) \right] \end{aligned}$$

$$b_M(\theta, t) = \frac{k \cdot I\sqrt{2}}{2} \cdot \left[3\cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t + \theta) + \cos\left(\omega t + \theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega t + \theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right]$$

Or :

$$\cos\left(\omega t + \theta - \frac{4\pi}{3}\right) = \cos(\omega t + \theta) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \sin(\omega t + \theta) \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \cos(\omega t + \theta) - \frac{1}{2} \sin(\omega t + \theta)$$

et

$$\cos\left(\omega t + \theta + \frac{4\pi}{3}\right) = \cos(\omega t + \theta) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \sin(\omega t + \theta) \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \cos(\omega t + \theta) + \frac{1}{2} \sin(\omega t + \theta)$$

$$\text{Donc : } \cos(\omega t + \theta) + \cos\left(\omega t + \theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega t + \theta + \frac{4\pi}{3}\right) =$$

$$\cos(\omega t + \theta) - \frac{1}{2}\cos(\omega t + \theta) - \frac{1}{2}\sin(\omega t + \theta) - \frac{1}{2}\cos(\omega t + \theta) + \frac{1}{2}\sin(\omega t + \theta) = 0$$

$$\text{Par conséquent : } b_M(\theta, t) = \frac{3}{2} \cdot k \cdot I \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t - \theta)$$

Cette expression correspond à une onde progressive en rotation ou "champ tournant" à la vitesse angulaire ω .

En généralisant pour p "paires de pôles" par phase, on introduit l'angle mécanique $\theta_m = \frac{\theta}{p}$, qui caractérise la rotation physique du champ magnétique et on obtient alors :

$$b_M(\theta, t) = \frac{3}{2} \cdot k \cdot I \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t - p\theta_m)$$

La vitesse angulaire du champ tournant est alors : $\Omega_s = \frac{\omega}{p}$ en rad/s ou $N_s = \frac{f}{p}$ en tr/s avec ω et f respectivement la pulsation (en rad/s) et la fréquence des tensions ou des courants qui alimentent les bobines. L'indice "s" désigne la vitesse de synchronisme.

Ce résultat constitue le **théorème de Ferraris** (formulé vers 1880 ?):

Si on alimente par des tensions triphasées équilibrées un ensemble de p bobines par phase (p paires de pôles par phase) décalées angulairement de $\frac{2\pi}{p}$ radians les unes par rapport aux autres, alors ces bobines produisent un champ magnétique d'amplitude constante et qui tourne à la vitesse :

$N_s = \frac{f}{p}$ en tr/s ou $\Omega_s = \frac{\omega}{p}$ rad/s, avec f fréquence des tensions alimentant les bobines et ω pulsation des tensions alimentant les bobines.

Ce théorème capital est à la base du fonctionnement des machines asynchrones triphasées (80 % des machines électriques) et des machines synchrones.

