

Cours d'électrocinétique

Claude CHEVASSU



5 décembre 2024

Table des matières

1	Courant électrique, définition	1
1.1	Charges électriques	1
1.1.1	L'atome	2
1.1.2	Convention de la charge, sens conventionnel du courant électrique	2
1.1.3	Porteurs de charges	2
1.2	Différence de potentiel ou tension	4
1.2.1	Masse ou référence de potentiel	6
1.3	Courant électrique	7
1.3.1	Définition du courant électrique	7
1.3.2	Courant de conduction	7
1.3.3	Cause du courant électrique	13
1.4	Potentiel et tension	15
1.4.1	Énergie potentielle d'un porteur de charge et potentiel	15
1.4.2	Tension, différence de potentiel entre deux points d'un circuit	16
1.4.3	Potentiel en un point	16
1.4.4	Additivité des tensions	17
1.5	L'approximation des régimes quasi stationnaires (A.R.Q.S.)	17
1.5.1	Régime indépendant du temps	17
1.5.2	Régimes variables	17
1.6	Exercices	18
1.6.1	Courant dans un fil	18
1.7	Vrai ou faux ?	19
1.8	Correction des exercices	21
1.8.1	Corrigé de l'exercice 1.6.1 page 18	21
2	Loi des mailles, loi des nœuds	23
2.1	Vocabulaire de l'électrocinétique	23
2.1.1	Fil, câble de connexion	23

2.1.2	Masse	23
2.1.3	Composant	26
2.1.4	Nœud	26
2.1.5	Branche	27
2.1.6	Maille	27
2.1.7	Montage série	27
2.1.8	Montage parallèle ou en dérivation	29
2.1.9	Réseau	29
2.2	Lois de Kirchhoff	29
2.2.1	Loi des mailles	29
2.2.2	Loi des nœuds	30
2.3	Comportement énergétique d'un dipôle	31
2.3.1	Conventions d'orientation	31
2.3.2	Puissance échangée par un dipôle, générateur, récepteur	31
2.4	Exercices	32
2.4.1	Un premier exercice sur la loi des mailles	32
2.4.2	Loi des mailles	33
2.4.3	Troisième exercice sur la loi des mailles	33
2.4.4	Loi des nœuds	34
2.4.5	Encore et toujours la loi des mailles	35
2.4.6	Loi des mailles et loi des nœuds	35
2.4.7	Loi des mailles et loi des nœuds, encore !	35
2.4.8	Distribution de courants sur les arêtes d'un cube	36
2.5	Correction des exercices	37
2.5.1	Corrigé de l'exercice 2.4.1 page 32	37
2.5.2	Corrigé de l'exercice 2.4.2 page 33	38
2.5.3	Corrigé du troisième exercice sur la loi des mailles 2.4.3 page 33	38
2.5.4	Corrigé de l'exercice 2.4.4 page 34	40
2.5.5	Corrigé de l'exercice 2.4.5 page 35	40
2.5.6	Corrigé de l'exercice 2.4.6 page 35	41
2.5.7	Correction de l'exercice 2.4.7 page 35	41
2.5.8	Corrigé de l'exercice 2.4.8 page 36	42
3	Résistance	43
3.1	Résistance	43
3.1.1	Association de résistances en série	44
3.1.2	Association de résistances en parallèle	45
3.1.3	Résistance d'un fil de section constante	46

3.2 Exercices	46
3.2.1 Variation de la résistance d'un matériau en fonction de la température	46
3.2.2 Résistance d'un réseau de résistance	46
3.2.3 Résistance d'un octaèdre	47
3.2.4 Corrigé de la question 3.2.1 page 46	48
3.2.5 Corrigé de l'exercice 3.2.2 page 46	48
3.2.6 Corrigé de l'exercice 3.2.3 page 47	51
4 Dipôles actifs linéaires	53
4.1 Caractéristiques d'un dipôle	53
4.1.1 Caractéristique d'un dipôle	53
4.2 Dipôles linéaires	53
4.3 Dipôle de tension idéale	54
4.3.1 Fonctionnement en générateur	55
4.4 Dipôle de courant idéal	55
4.4.1 Fonctionnement en générateur	56
5 Dipôles passifs linéaires	57
5.1 Caractéristique électrique	57
5.2 Résistance	57
5.2.1 Association de résistances en série	58
5.2.2 Association de résistances en parallèle	60
5.3 Bobine d'inductance L	60
5.3.1 Bobine et auto-induction	60
5.3.2 Énergie emmagasinée dans une bobine d'inductance L	61
5.3.3 Association de bobines	62
5.4 Condensateur de capacité C	62
5.4.1 Condensateur	62
5.4.2 Définition et représentation de la capacité	63
5.4.3 Relation tension - intensité	64
5.4.4 Énergie emmagasinée dans un condensateur de capacité C	64
5.4.5 Association de condensateurs	65
6 Exercices	67
6.1 Vrai ou faux ?	70

7 Les grands théorèmes	75
7.1 Introduction	75
7.2 Théorème de Thévenin	75
7.2.1 Théorème de Thévenin original	75
7.3 Théorème de Norton	76
7.4 Exercices	77
7.4.1 Exercice n°1 sur le théorème de Millman	77
7.5 Correction des exercices	78
7.5.1 Corrigés de l'exercice 7.4.1 page 77	78
8 Condensateurs	79
8.1 Définition et représentation de la capacité	79
8.2 Relation tension - intensité	80
8.3 Énergie emmagasinée dans un condensateur de capacité C	81
8.4 Association de condensateurs	81
8.4.1 Association en série	81
8.4.2 Association en parallèle	82
8.5 Charge du condensateur	84
8.6 Décharge du condensateur	87
8.7 Exercices	88
8.7.1 Charge prise par un condensateur	88
8.7.2 Capacité équivalente	88
8.8 Correction des exercices	89
8.8.1 Corrigé de l'exercice 8.7.1 page 88	89
8.8.2 Corrigé de l'exercice 8.7.2 page 88	89
9 Inductances	91
9.1 Bobine d'inductance L	91
9.2 Énergie emmagasinée dans une inductance L	92
9.3 Charge d'une inductance	93
9.3.1 Évolution de l'intensité en fonction du temps	93
9.3.2 Évolution de la tension en fonction du temps	95
9.4 Décharge d'une inductance	95
9.5 Association de bobines	98
9.5.1 Association en série	98
9.5.2 Association en parallèle	100

Chapitre 1

Courant électrique, définition

1.1 Charges électriques

La charge électrique est une notion abstraite, comparable à celle de masse, qui permet d'expliquer certains comportements. Contrairement à la masse, la charge électrique peut prendre deux formes, que l'expérience amène à considérer comme « opposées » ; on les qualifie arbitrairement de « positive » et « négative ». La charge électrique est une grandeur scalaire¹.

Deux charges de même nature, deux charges positives par exemple, se repoussent, alors que deux charges de nature opposée s'attirent. On appelle ce phénomène interaction électromagnétique.

L'interaction entre les charges et un champ électromagnétique est la source d'une des quatre forces fondamentales. Ces champs électromagnétiques, en mécanique classique, obéissent aux équations de Maxwell.

La charge électrique peut être directement mesurée avec un électromètre. Son unité est le coulomb (C). Les particules observées possèdent des charges qui sont des multiples entiers de la charge élémentaire qui est une constante physique fondamentale.

La matière se compose réellement de deux sortes de charges électriques : les particules appelées « protons » qui portent une charge électrique positive et les particules appelées « électrons » qui portent la même charge électrique en valeur absolue, mais négative. Dans la matière ordinaire, il y a équilibre entre les charges positives et négatives, on parle de neutralité électrique.

L'unité usuelle de mesure de la charge est le coulomb (C). Toutefois, dans certains contextes, d'autres unités comme l'ampère-heure (A · h) sont parfois utilisées.

La charge électrique se conserve toujours et constitue une propriété essentielle des particules élémentaires soumises à l'interaction électromagnétique. La matière électriquement chargée est influencée par, et produit, les champs électromagnétiques. Depuis l'expérience de Millikan en 1909, il a été mis en évidence que la charge

1. Un scalaire est une grandeur dont la valeur ne dépend que du point auquel on l'évalue et est indépendante du système de coordonnées. Exemples de grandeur scalaire : la pression, la température, la masse, la densité, la puissance et le potentiel électrique.

électrique est quantifiée : toute charge Q quelconque est un multiple entier de la charge élémentaire, notée e , qui correspond à la valeur absolue de la charge de l'électron, avec $e \simeq 1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Toutefois, en raison de la petitesse de cette valeur, il est souvent possible de considérer la charge comme une quantité continue lorsque des quantités macroscopiques de charges sont considérées.

1.1.1 L'atome

L'atome est constitué d'un noyau constitué de protons de charge positive et de neutrons sans aucune charge électrique. Autour de ce noyau gravitent des électrons de charge négative. On peut comparer l'atome à un système planétaire miniaturisé avec au centre le soleil, noyau constitué de protons et de neutrons, et autour de nombreuses planètes : les électrons, qui seraient en orbite. Les électrons négatifs sont maintenus en orbite par les protons positifs, le champ électrique remplace le champ gravitationnel.

1.1.2 Convention de la charge, sens conventionnel du courant électrique

On sait que le courant électrique résulte du déplacement de particules chargées, par exemple les électrons, porteurs de charge. Il existe des particules de charge positive et des particules de charge négative. Mais l'effet thermique, (échauffement des conducteurs), l'effet chimique (électrolyse) et l'effet magnétique (création d'un champ magnétique), seuls effets connus au XIX^e siècle, ne permettaient pas de déterminer le type des porteurs de charges dans les milieux conducteurs métalliques. Ignorant le signe de ces charges, un sens conventionnel a été attribué au courant électrique : celui du déplacement des porteurs de charges positives.

Le fait d'attribuer un signe + ou un signe - à une charge ou à un porteur de charge est une pure convention, mais il est important de s'y conformer afin que tout le monde parle le même langage. Par convention la charge de l'électron est négative.

Le sens conventionnel du courant est celui des porteurs de charges positives.

1.1.3 Porteurs de charges

1.1.3.1 Rappel sur les atomes

La matière est constituée d'atomes qui sont formés :

- d'un noyau comportant :
 - des neutrons, particules non chargées,
 - des protons, particules chargées positivement par convention, leur charge étant la valeur de la charge élémentaire $q_p = e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C
- d'un cortège électronique constitué d'électrons répartis par couches successives de plus en plus éloignées du noyau. Les électrons sont des particules chargées négativement par convention, leur charge est en valeur absolue égale à celle du proton, elle est égale à $q_e = -e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Les atomes sont électriquement neutres : leur charge totale est nulle et il y a donc autant de protons que d'électrons dans les atomes.

1.1.3.2 Conduction métallique

Les métaux sont des empilements réguliers d'atomes formant une structure cristalline. La conduction métallique est liée à l'existence d'électrons dits *libres* ou électrons de conduction. De la même manière que l'on peut communiquer suffisamment d'énergie à un satellite artificiel en orbite autour de la Terre pour qu'il puisse échapper définitivement à l'attraction gravitationnelle terrestre, les électrons des couches externes de l'atome peuvent « récupérer » de l'énergie thermique et s'évader de l'atome autour duquel ils orbitaient. Il suffit ici de savoir qu'en moyenne, à la température ordinaire de 20 à 25 °C un atome du métal conducteur comme le cuivre libère un électron de conduction. Ce dernier peut se déplacer au sein du métal entre les différents atomes : il n'est pas lié à un atome d'où le nom de *libre* qui leur est donné. Les porteurs de charge dans un conducteur métallique sont les électrons libres.

1.1.3.3 Solutions électrolytiques

Les porteurs de charge sont dans ce cas les ions. Les atomes décrits précédemment peuvent céder ou gagner des électrons : on parle d'ionisation de l'atome. Les ions ainsi obtenus ont donc par définition une charge non nulle contrairement aux atomes. On distingue deux types d'ions en fonction du signe de leur charge totale :

- les cations qui ont une charge positive, ce qui correspond à une perte d'électrons,
- les anions qui ont une charge négative, ce qui correspond à un gain d'électrons.

Par exemple, dans l'électrolyte liquide d'une batterie automobile composé d'acide sulfurique dilué, on trouve des ions H^+ et des ions SO_4^- ; ces ions sont mobiles au sein du liquide.

La charge des ions est un multiple de la charge élémentaire suivant le nombre d'électrons qui ont été gagnés ou cédés. Il convient de noter que la matière est globalement neutre conformément au principe de conservation de la charge. Le phénomène d'ionisation correspond à une modification de la répartition des charges mais il n'y a ni apparition ni disparition de charges. Ce type de conduction se rencontre l'électrolyte des batteries par exemple ou encore dans les phénomènes de galvanoplastie.

1.1.3.4 Semi-conducteurs

En cours d'électronique, on voit que le silicium, matériau semi-conducteur², comporte deux types de charges mobiles :

- les électrons, ce sont eux qui sont majoritaires dans le cas des semi-conducteurs dopés « N »,
- les « trous » qui correspondent à des lacunes d'électrons ou à un manque local d'électrons autour de certains atomes, ce sont eux qui sont plus nombreux que les électrons dans le cas des semi-conducteurs dopés « P ».

Ces « trous » se comportent comme des charges pouvant se déplacer comme les électrons : on aura donc un déplacement de charges positives. Une image de la conduction par trous est fournie par le déplacement d'une place libre dans une file de voitures identiques. Lorsqu'une voiture avance pour occuper la place vide qui se trouve devant elle, elle en crée une, derrière elle. Cette nouvelle place libre peut être occupée par la voiture suivante. Si le mécanisme est réitéré, la place libre se déplace tout le long de la file de voitures, dans le sens inverse de ces dernières qui n'ont avancé chacune que d'une place.

1.2 Différence de potentiel ou tension

La différence de potentiel v entre deux points est mesurée par le travail nécessaire pour transférer une charge unitaire d'un point à l'autre. Le *volt* est la différence de potentiel (d.d.p.) entre deux points lorsque 1 J de travail est nécessaire pour transférer 1 C de charge d'un point à l'autre :

$$1 \text{ volt} = \frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ coulomb}}$$

S'il y a une différence de potentiel v entre deux points d'un circuit, alors, en passant d'un point à l'autre du circuit, une charge q effectue un travail $q \cdot v$ lorsqu'elle se déplace du point de potentiel supérieur au point de potentiel inférieur.

Un appareil tel qu'une batterie ou un générateur possède une force électromotrice (f.é.m.) s'il fournit de l'énergie à la charge qui la traverse, la charge recevant de l'énergie électrique lorsqu'elle se déplace du côté potentiel le plus bas vers le côté le plus élevé. La f.é.m. à vide est mesurée par la d.d.p. entre les bornes lorsque le générateur ne fournit pas de courant.

Plus la présence de charges positives, leur densité, augmente, plus le potentiel électrique croît. On appelle *différence de potentiel* (d.d.p.) ou *tension* la grandeur mesurée par un voltmètre entre deux points A et B. Elle s'exprime en volt, de symbole V, en hommage au physicien italien Alessandro Volta³. On emploiera les lettres U , V

2. On parle de « semi-conducteur » car à la température de 20 °C un gramme de cuivre contient environ $9,5 \cdot 10^{21}$ électrons libres alors qu'un gramme de silicium contient seulement $2 \cdot 10^{12}$ charges mobiles (électrons plus trous), soit $4,75 \cdot 10^9$ fois moins de charges mobiles que le cuivre. On comprend que si l'on applique la même différence de potentiel au gramme de cuivre et au gramme de silicium, le courant dans le silicium sera $4,75 \cdot 10^9$ fois moins élevé que dans le cuivre. Le courant n'est pas nul, ce qui serait le cas d'un matériau isolant auquel on appliquerait cette différence de potentiel, mais comme il est beaucoup plus faible on parle de *semi-conducteur*.

3. Alessandro Volta, 1745 - 1827, est l'inventeur de la pile électrique

ou E pour noter les tensions ou les d.d.p.. Ainsi la tension U_{AB} entre deux points A et B d'un conducteur est égale à la différence de potentiel entre ces deux points A et B :

$$U_{AB} = U_A - U_B$$

Aux bornes d'un élément de circuit, qu'on représente par un rectangle sur la figure 1.1, on mesure une tension U . On indique cette tension sur le schéma par une flèche dont le sens est très important. En effet, il s'agit du choix de l'orientation de la tension soit $U_1 = U_B - U_A$ soit $U_2 = U_A - U_B$. Ce choix, comme celui de l'orientation de l'intensité, est parfaitement arbitraire mais permet de déterminer le point dont le potentiel est le plus élevé. Ainsi si $U_2 > 0$ alors le point A possède un potentiel plus élevé que le point B .

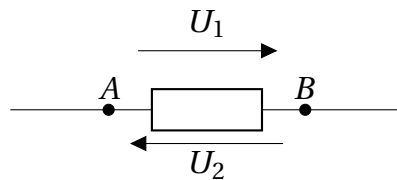


FIGURE 1.1 – Représentation de la tension

ATTENTION : La flèche de la figure 1.1 n'est pas un vecteur ! D'ailleurs ces flèches sont souvent représentées courbes dans le monde anglo-saxon.

Une différence de potentiel gravitationnel, un champ gravitationnel, fait se mouvoir les masses libres de le faire et celles-ci se déplacent de telle manière que leur énergie décroisse. De la même manière, une différence de potentiel électrique, un champ électrique, met en mouvement les charges électriques libres de se déplacer. La gravité n'a aucune influence sur la charge électrique, pas plus qu'un champ électrique n'a d'influence sur la masse. Nous ne résoudrons pas ici le mystère très profond de la raison pour laquelle une masse crée un champ gravitationnel ou une charge électrique crée un champ électrique. Pas plus que nous ne répondrons à la question de savoir pourquoi une masse est sensible au champ gravitationnel ou une charge électrique au champ électrique. Y-a-t-il seulement un physicien sur Terre qui sache répondre à cette question ? On constate la chose, quant à l'expliquer...

Il faut garder à l'esprit que les charges électriques se déplacent toujours de manière à ce que leur énergie diminue, que l'état final corresponde à un état de moindre énergie que l'état initial. Pour illustrer cela, prenons une analogie dans le domaine de l'énergie gravitationnelle. Imaginez que vous êtes debout tenant dans une main un petit objet à la hauteur de vos yeux. Vous ouvrez la main pour libérer l'objet, celui-ci tombe sur le sol. Vous pouvez attendre longtemps que l'objet remonte de lui-même jusque dans votre main ! Pour que cela se produise, il faudra que vous vous penchiez, que vous ramassiez l'objet et que vous lui fournissiez l'énergie potentielle qu'il a perdu en tombant en le remontant à sa hauteur initiale. Jamais l'objet ne regagnera tout seul l'énergie potentielle perdue. Il en est de même d'une charge électrique qui se déplace dans un circuit électrique, elle se déplace en perdant de l'énergie potentielle, son potentiel électrique diminue au cours du déplacement. Pour qu'elle remonte à un potentiel élevé, il faut lui fournir de l'énergie.

Nous allons considérer un exemple tiré de l'électronique, voir la figure 1.2. Tout ce que nous avons besoin de savoir concernant les diodes (les symboles sous forme de flèches), c'est que ce sont des composants qui laissent passer le courant dans le sens de la flèche et pas dans l'autre sens. Les charges électriques qui viennent du générateur qui produit la d.d.p. U passent par la diode D_1 , puis par le récepteur et par la diode D_3 pour regagner la borne – (l'aspiration de la pompe). Souvent des élèves me demandent s'il ne serait pas possible que des charges qui viennent de quitter le récepteur et se dirigent vers le bas passent par la diode D_4 pour se retrouver au point de départ A sous la diode D_1 , au point A. Je leur demande comment de telles charges auraient pu regagner l'énergie potentielle qu'elles ont perdue en traversant le récepteur. Tout se passe comme dans l'exemple de l'objet qui tombe de la main sur le sol. L'objet ne pourra pas remonter de lui-même dans la main. Pas plus que les charges électriques mobiles ne pourront se retrouver à l'entrée de la diode D_1 (point A) si on ne les y aide pas, et il n'y a aucun générateur pour leur fournir à nouveau l'énergie perdue sur ce trajet ; ces charges électriques ont perdu de l'énergie en traversant le récepteur et les diodes. Les charges électriques ne se meuvent pas sans apport extérieur d'énergie dans des circuits où leur circulation entraîne une diminution de leur énergie potentielle, le mouvement perpétuel n'existe pas comme le deuxième principe de la thermodynamique le démontre !

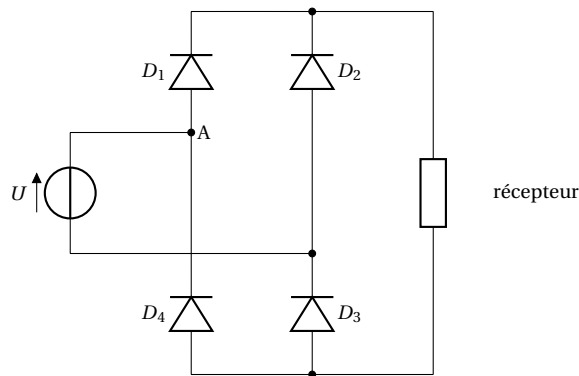


FIGURE 1.2 – Une charge ne remonte jamais spontanément les potentiels, elle partira du point A, franchira D_1 puis le récepteur, puis D_3 , mais ne pourra pas remonter en A par D_4

1.2.1 Masse ou référence de potentiel

Pour la température, il existe un « zéro physique » : on ne peut pas descendre en dessous de $0\text{ K} = -273\text{ °C}$. Il n'existe pas de zéro physique pour le potentiel. Ainsi l'attribution du potentiel « 0 » est *arbitraire*. La tension que l'on peut mesurer expérimentalement est une différence de potentiel entre deux points. Aucun appareil ne permet d'accéder à la mesure du potentiel « absolu » en un point donné. Cela traduit expérimentalement le résultat que le potentiel en un point est défini à une constante près. Pour fixer cette constante, on choisit arbitrairement une référence de potentiel nul, qu'on appelle la *masse* au sens électrocinétique du terme. Pour des raisons de

sécurité, on relie la carcasse métallique (masse au sens électrotechnique) des appareils à la Terre. Souvent la Terre est également reliée à une borne de l'appareil : la masse est alors prise à la Terre, ce qui veut dire que l'on attribue le potentiel zéro à la Terre, mais si cela est fréquent, il existe des cas où masse au sens électrocinétique du terme (potentiel nul) et Terre ne sont pas confondus. Les appareils pour lesquels la liaison de la carcasse à la Terre n'existe pas sont dits à masse flottante. Il est d'usage d'attribuer le potentiel 0 au pôle négatif des piles, batteries et autres dynamos, pour traduire cela sur un schéma, on représente le symbole de la masse électrocinétique à l'endroit auquel on attribue le potentiel 0.



FIGURE 1.3 – À gauche, symbole de la masse électrocinétique et symbole d'une prise de terre à droite

Il ne faut pas confondre « masse » au sens électrocinétique du terme, c'est à dire potentiel 0 attribué et « prise de terre ». Le symbole de la prise de terre indique une liaison physique à la terre. Celle-ci est réalisée au pire par un piquet en acier galvanisé enfoncé d'au moins un mètre dans le sol ou mieux, par une tranchée profonde dans laquelle on a enfoui du grillage en acier inox relié au dispositif mis à la terre. Ceci est détaillé en cours d'électrotechnique lors de l'étude des « régimes de neutre » ou « schémas de liaison à la terre ». Encore une fois, on peut attribuer le potentiel 0 à la terre, dans ce cas la masse et la terre sont confondues, mais il peut en être autrement, tous les points auxquels on attribue le potentiel 0 ne sont pas forcément reliés à la terre...

1.3 Courant électrique

1.3.1 Définition du courant électrique

On appelle courant électrique une circulation de charges électriques par rapport à un référentiel. Ces charges peuvent être :

- des électrons ;
 - dans un solide conducteur (cuivre, aluminium, etc.) ;
 - dans un liquide conducteur (mercure à la température de 20 °C) ;
 - dans le vide (tube électronique ou tube cathodique d'écran de télévision).
- des trous ou absence, manque d'électrons, mais on se ramène à des électrons ;
- des ions dans une solution ($2H^+ SO_4^{2-}$), par exemple dans l'électrolyte d'un accumulateur au plomb.

1.3.2 Courant de conduction

On peut distinguer plusieurs types de courants électriques suivant leur cause, mais nous ne nous intéresserons ici qu'au *courant de conduction*. Il s'agit du mouvement d'ensemble de particules chargées dans un milieu conducteur lié à l'existence d'un champ électrique $\vec{E}$.

Chaque particule de charge q , en plus de son mouvement d'agitation thermique est soumise à une force :

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Toutes les charges de même type vont donc subir la même force et avoir un mouvement identique, on aura un *mouvement d'ensemble* constituant un courant électrique. C'est le cas typique du déplacement des électrons dans les fils de cuivre ou d'aluminium et c'est ce qui nous intéressera dans la suite de ce cours. Les charges positives se déplacent dans le sens du champ, les charges négatives dans le sens contraire. On peut noter qu'un courant de charges négatives se déplaçant dans un sens est équivalent à un courant de charges opposées se déplaçant dans l'autre sens. Ainsi, dans une électrolyse, puisque les cations et les anions ont des charges de signe opposé et qu'ils se déplacent en sens opposé, les courants s'ajoutent au lieu de se compenser.

Soit un fil de section S quelconque. On soumet ce fil à l'action d'un champ électrique extérieur orienté le long de ce fil. On admet arbitrairement que l'orientation du champ électrique oriente le fil comme le montre la figure 1.4 :

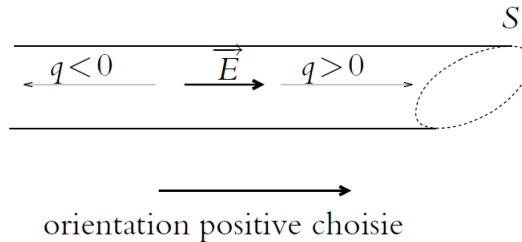


FIGURE 1.4 – Orientation du courant dû à un champ électrique

Un matériau contenant des électrons libres capables de se déplacer d'un atome à l'autre est un conducteur. L'application d'une différence de potentiel provoque le déplacement de ces électrons.

Un courant électrique existe dans un conducteur chaque fois que la charge q est transférée d'un point à un autre dans ce conducteur. Si la charge est transférée à la vitesse uniforme de $1 \text{ C} \cdot \text{s}^{-1}$, alors le courant constant existant dans le conducteur est de 1 ampère : $1 \text{ ampère} = \frac{1 \text{ coulomb}}{1 \text{ seconde}}$. En général, le courant instantané i dans un conducteur est :

$$i = \frac{dq}{dt} \iff i \text{ ampères} = \frac{dq_{\text{coulomb}}}{dt_{\text{secondes}}}$$

La direction du courant positif est, par convention, opposée à la direction dans laquelle les électrons se déplacent.

1.3.2.1 Sens conventionnel du courant

Les physiciens ont choisi le sens conventionnel du courant avant de découvrir qu'il est assuré par les électrons libres dans les conducteurs métalliques. Cela qui

explique que le sens conventionnel ne correspond pas à celui du déplacement des électrons. En effet, par convention, *le sens du courant est le sens dans lequel se déplaceraient les charges positives soumises au champ électrique extérieur*. Une autre façon de le définir consiste à dire que le sens conventionnel du courant est le sens inverse du mouvement des électrons sous l'action d'un champ électrique extérieur. L'avantage d'une telle convention est de ne pas avoir à connaître la nature des charges et notamment leur signe pour étudier le courant électrique qui en résulte.

Dans toute la suite de ce cours nous oublions les électrons et nous ne considérerons que le courant conventionnel constitué de charges mobiles positives.

1.3.2.2 Signe du courant

En mécanique, avant d'étudier un mouvement et de savoir si un mobile va se déplacer vers la droite ou vers la gauche, on définit l'orientation des axes. C'est la même chose en électricité pour le sens du courant. Avant d'effectuer tout calcul sur un circuit, on ne sait pas a priori quel sera le sens du courant dans un fil donné. Il faut donc choisir un sens arbitraire pour le courant. Par exemple, dans le cas précédent, si l'on ne sait pas que le courant se déplace de B vers A, on peut choisir un sens positif du courant de A vers B. On représente cette orientation avec une flèche (et éventuellement un signe + à côté). Avec ce choix, si effectivement le courant circule de A vers B, il est positif comme sur la figure du haut, mais s'il circule de B vers A, il est négatif.

REMARQUE : En réfléchissant avant un calcul, on peut parfois avoir une idée du sens du courant dans un circuit simple, on préférera alors choisir le sens du courant dans le sens attendu.

1.3.2.3 Modèle de Drude

Le modèle de Drude, du nom du physicien Paul Drude⁴ est une adaptation effectuée en 1900 de la théorie cinétique des gaz aux électrons des métaux, découverts trois ans plus tôt, en 1897 par J.J. Thomson. En considérant les électrons d'un métal comme des particules classiques ponctuelles confinées à l'intérieur du volume défini par l'ensemble des atomes de l'échantillon, on obtient un gaz qui est entraîné dans un mouvement d'ensemble, lequel se superpose aux mouvements individuels des particules, par des champs électriques et magnétiques et freiné dans ce mouvement par des collisions. Les collisions envisagées par Drude sont les collisions sur les atomes. Bien que se basant sur des hypothèses démenties depuis, description purement classique du mouvement des électrons, il permet de rendre compte de plusieurs propriétés des métaux comme la conductivité électrique, la conductivité thermique et l'effet Hall.

Ce modèle simple, mais non simpliste, nous suffira. Un fil de cuivre ou d'aluminium à température ordinaire (20 à 25 °C) est rempli d'électrons libres, ceux-ci s'agitent en tout sens comme un nuage de mouches dans une pièce un jour d'orage.

4. Paul Karl Ludwig Drude (né le 12 juillet 1863 à Brunswick en Allemagne, mort le 5 juillet 1906 à Berlin) est un physicien allemand qui a enseigné à l'université de Leipzig où il a été nommé professeur en 1894. C'est lui qui a introduit la lettre « c » pour désigner la vitesse de la lumière. En 1900, il a développé un modèle (le modèle de Drude) expliquant les propriétés thermiques, électriques et optiques de la matière qui sera repris en 1933 par Arnold Sommerfeld et Hans Bethe et deviendra alors le modèle Drude-Sommerfeld.

Ouvrons une fenêtre et une porte, s'il se crée un courant d'air, le nuage de mouches va lentement dériver : voilà une image pertinente de ce qu'est le courant électrique. Le courant d'air qui met les mouches en mouvement est l'équivalent du champ électrique dans le fil du à l'application d'une différence de potentiel. Mais, plutôt que de parler d'un *gaz* d'électrons, nous préférons parler d'un *liquide*. En effet le courant électrique brutalement arrêté dans une inductance crée une surtension équivalente du coup de bélier (brusque élévation de pression) qui apparaît dans certains circuits hydrauliques. Ces « coups de bélier » concernent plutôt les liquides que les gaz. Le hacheur survolteur, équivalent du « bélier hydraulique » est une bonne illustration du comportement du courant électrique comme un fluide incompressible. Si le coup de bélier dans une canalisation est dû à l'énergie cinétique du liquide, le coup de bélier dans un circuit électrique est dû à des phénomènes magnétiques et pas du tout à l'énergie cinétique des électrons.

Nous pouvons nous en convaincre en comparant la masse des particules qui se déplacent dans un même volume de tuyau, de fil électrique. Pour cela, considérons un fil électrique dont le volume enferme exactement une mole de molécules d'eau, soit 18 g. Le même volume⁵ renferme une masse de cuivre égale à :

$$m_{Cu} = \rho_{Cu} \times 18 = 8,96 \times 18 \simeq 161,3 \text{ g}$$

Soit un nombre de moles de cuivre égal à :

$$n_{\text{moles Cu}} = \frac{m_{Cu}}{M_{Cu}} = \frac{161,3}{63,5} \times V \simeq 2,54$$

En supposant que la température du cuivre soit telle que chaque atome de cuivre libère un électron, cela représente un nombre d'électrons libres pour le volume considéré égal à :

$$n_{e^-} \simeq 2,54 \times N_A$$

N_A est le nombre d'Avogadro⁶. La masse des électrons contenu dans le volume V est donc :

$$m = m_{e^-} \times 2,54 \times N_A = (9,1 \cdot 10^{-31} \text{ g}) \times 2,54 \times 6,023 \cdot 10^{23} \simeq 1,39 \cdot 10^{-9} \text{ g}$$

Ainsi, un volume de « fil » qui contiendrait 18 g d'eau ne contiendrait que $1,39 \cdot 10^{-9}$ g d'électrons. Un tel rapport, de l'ordre de 10^{10} , montre que la nature d'un « coup de bélier électrique » ne peut pas être dû à l'énergie cinétique de la masse d'électrons en mouvement. Et ce n'est pas la très faible vitesse moyenne de l'« écoulement » des électrons dans les fils électriques, inférieure à $1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$, qui modifiera cet état de fait. Dans le cas du « coup de bélier électrique », des phénomènes magnétiques sont à l'œuvre.

5. Nous notons ρ la densité et M la masse molaire.

6. N_A est le nombre d'Avogadro qui définit la mole : $N_A \simeq 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Même si la physique régissant les phénomènes des écoulements de liquide dans des tuyaux et ceux de l'écoulement de l'électricité dans les fils est différente, il existe de fortes analogies entre eux. Aussi nous considérerons par la suite que le gaz d'électrons présent dans les conducteurs soumis aux interactions magnétiques se comporte comme un *fluide incompressible* analogue à un fluide hydraulique dans un tuyau. Et nous aurons souvent recourt à des analogies hydrauliques pour essayer de mieux faire comprendre les phénomènes électriques qui, sans cela, restent passablement abstraits.

Il semble que ce soit Henri Poincaré⁷ qui ait, le premier, établi des analogies entre l'électricité et l'hydraulique dans ses cours de physique.

1.3.2.4 Intensité du courant

Soit un conducteur, on note S la section de ce conducteur. Entre t et $t + dt$, la quantité de charges dq traverse la section S du conducteur du fait de l'existence du courant électrique comme on peut le voir à la figure 1.5. La charge dq est une grandeur algébrique par rapport au sens positif choisi. Si des charges positives se déplacent effectivement dans ce sens, dq est positive ; si elles se déplacent effectivement dans le sens opposé au sens positif conventionnellement choisi, dq est négative. Inversement, si des charges négatives se déplacent effectivement dans le sens positif conventionnellement choisi, dq est négative ; si elles se déplacent effectivement dans le sens opposé au sens positif conventionnellement choisi, dq est positive.

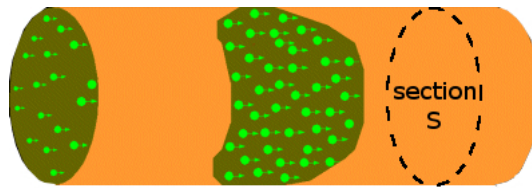


FIGURE 1.5 – Intensité = débit de charges à travers une section du conducteur

On appelle intensité du courant électrique et on note i la quantité de charges traversant S par unité de temps. Cela se traduit mathématiquement par :

$$dq = i dt$$

soit :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

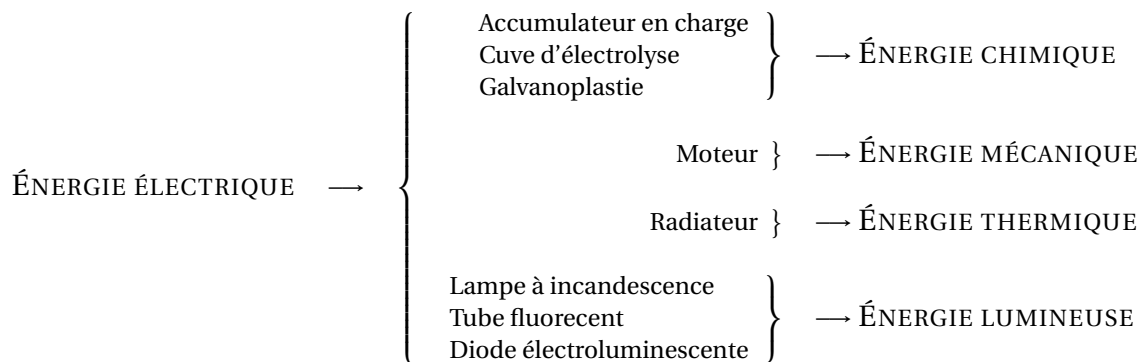
7. Henri Poincaré, né à Nancy en 1854 et mort à Paris en 1912, peut être considéré comme un mathématicien appliqué et/ou un physicien théorique. Son œuvre est immense. Aujourd'hui encore, les percées effectuées par Poincaré dans le domaine mathématique suscitent de nombreux travaux (théorie des attracteurs, ...). En physique théorique, le tableau n'est pas moins impressionnant on connaît les travaux de Poincaré sur l'électrodynamique des corps en mouvement et la théorie de la relativité. Poincaré était parvenu à des résultats équivalents à ceux obtenus par Einstein en utilisant une démarche très différente, s'inspirant en particulier des travaux de Lorentz.

L'unité de l'intensité est l'ampère et son symbole est A. L'ampère est une des unités de base du Système International. Cela correspond à des $C.s^{-1}$. Sur le schéma d'un circuit, on écrira i à côté de l'orientation conventionnelle choisie pour le fil considéré. On notera que l'intensité i tout comme la charge électrique est une grandeur algébrique pouvant être positive ou négative. Si elle est constante au cours du temps, on dira que le courant est continu.

1.3.2.5 Effets du courant

Le passage du courant électrique convertit l'énergie électrique en une autre énergie :

Récepteur d'énergie électrique :



Le passage du courant électrique produit de l'énergie qui peut être :

thermique (effet Joule), lorsqu'ils progressent dans les conducteurs, les électrons n'arrêtent pas de se cogner aux atomes. Lors de ces chocs, les électrons cèdent de l'énergie aux atomes, ce qui accroît l'amplitude de leur vibration autour de leur position moyenne : il y a échauffement. Cet effet Joule est soit voulu et bénéfique, cas des radiateurs électriques où l'on souhaite transformer de l'énergie électrique en chaleur, soit nuisible et combattu, cas des pertes Joule dans les machines électriques où on n'est pas là pour faire griller des tartine !

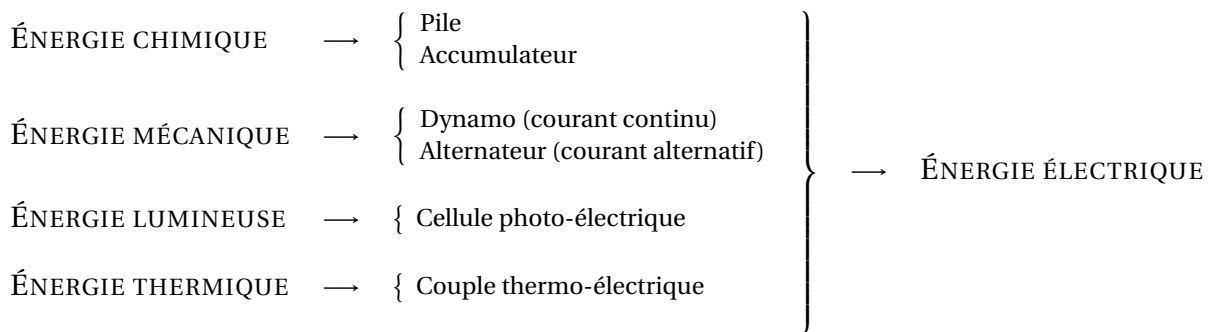
magnétique utilisée pour la transformation de l'énergie mécanique en énergie électrique et vice-versa ;

chimique utilisée pour le stockage ou la production d'énergie électrique continue (accumulateurs, piles), pour l'électrolyse et la galvanoplastie ;

lumineuse ampoules à incandescence qui vivent leurs derniers instants, tubes fluorescents, et surtout éclairage à base de diodes électroluminescente (DEL).

Pour produire de l'énergie électrique, c'est-à-dire le passage d'un courant électrique, il faut convertir une énergie en énergie électrique :

Générateur d'énergie électrique :



1.3.3 Cause du courant électrique

Le courant électrique circule entre deux points parce que les charges mobiles sont soumises à une différence de potentiel électrique entre ces deux points. Il est intéressant de disposer d'analogies pour mieux comprendre ces phénomènes. On peut assimiler la différence de potentiel à la hauteur d'une chute d'eau. L'eau qui coule est analogue au courant électrique et son débit est analogue à l'intensité du courant électrique. Une meilleure analogie consiste à comparer un générateur de tension à une pompe qui crée une différence de pression entre son orifice de refoulement et celui d'aspiration. Cette analogie hydraulique (Figure 1) peut aider à l'assimilation de nombreux phénomènes électriques (figure 1.6).

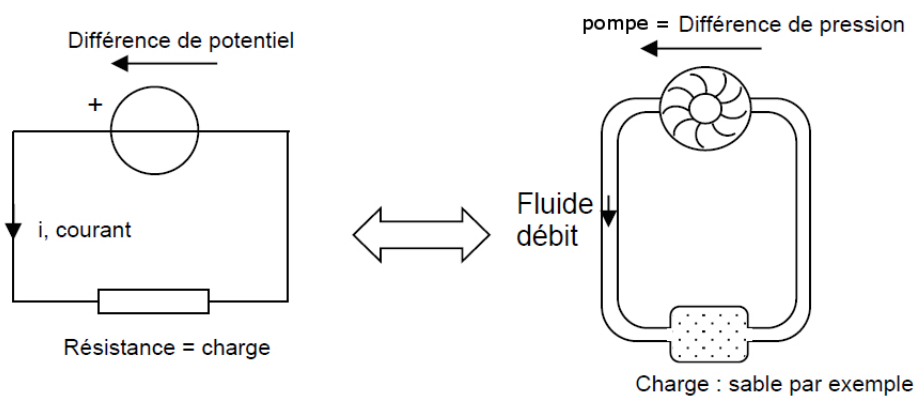


FIGURE 1.6 – Analogie hydraulique

Comparé à la vitesse de la lumière, la vitesse de déplacement des charges mobiles dans les conducteurs est extrêmement faible. Les électrons d'un fil de métal conducteur se déplacent à une vitesse moyenne de $1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$. En fait, les électrons du fil se déplacent très rapidement entre deux changements de direction, entre deux chocs. Mais ils zigzaguent dans tous les sens ce qui rend leur vitesse moyenne le long

du fil si faible. La figure 1.7 illustre la trajectoire erratique d'un électron dans un conducteur. La vitesse des ions dans un électrolyte est encore plus faible. La vitesse des électrons dans un tube cathodique avoisine $10\,000\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$. C'est l'onde d'établissement de la différence de potentiel électrique qui s'établit à $300\,000\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, les charges mobiles, elles, se déplacent à une vitesse considérablement plus faible. L'impression d'instantanéité que nous avons lorsque nous allumons la lumière électrique dans une pièce par exemple, vient de ce que le fil électrique est plein d'électrons et que l'onde de tension qui parcourt le fil à la fermeture de l'interrupteur les met en mouvement presque instantanément.

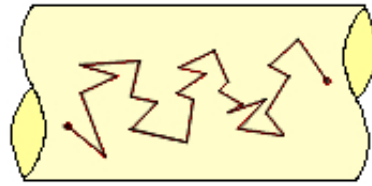


FIGURE 1.7 – Trajectoire aléatoire d'un électron dans un fil due aux innombrables chocs

Reprenons l'analogie hydraulique pour mieux comprendre. Imaginons un jardin de trente mètres de long. À une extrémité se trouve un robinet d'eau qui alimente un tuyau déroulé le long du jardin. Si le tuyau est rempli d'eau, dès que l'on ouvre le robinet, l'eau sort presque tout de suite au bout du tuyau. Mais l'eau qui sort est celle qui était tout près de la sortie, 30 m plus loin que le robinet, ce n'est pas celle vient juste de sortir du robinet, cette eau-là arrivera bien plus tard. Lorsqu'on ouvre le robinet, une onde de pression parcourt le tuyau d'eau à une vitesse de l'ordre de $1\,200\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et met l'eau en mouvement.

Si le tuyau est vide, il faut du temps pour que l'eau sorte par l'extrémité une fois qu'on a ouvert le robinet.

Il faut encore souligner que c'est bien la vitesse moyenne de dérive du nuage d'électrons mobiles dans un fil de cuivre qui est très faible ($1\text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$) et non la vitesse individuelle de chaque électron. Les électrons se déplacent très rapidement dans la maille cristalline du cuivre ($1\,000\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$) entre deux chocs sur des atomes. Mais la multiplicité de ces chocs fait que la vitesse de dérive dans la direction du courant est aussi faible que $1\text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$. Les électrons libres dans un conducteur au repos sont semblables à un nuage de mouches : les mouches s'agitent et zigzaguent dans tous les sens et le nuage reste immobile. Lorsque le conducteur est traversé par un courant électrique, le nuage de mouches dérive lentement en sens inverse du sens du courant.

1.3.3.1 Ordre de grandeur de la vitesse des électrons

Nous allons calculer l'ordre de grandeur de la vitesse moyenne de dérive du nuage des électrons libres dans un fil de cuivre de section $S = 1\text{ mm}^2$, traversé par un courant $I = 1\text{ A}$. Ce calcul va faire intervenir une portion cylindrique du fil de cuivre de section S . Le « truc » pour réaliser ce calcul est d'adopter une longueur qui dépende de la vitesse : $v \cdot \Delta t$

Un modèle très simplifié sera adopté pour ce calcul :

- tous les électrons de conduction possèdent la même vitesse de dérive $\vec{v}$;
- chaque atome de cuivre libère un électron participant à la conduction.

On donne :

- le nombre d'Avogadro : $N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- la masse volumique du cuivre : $\rho = 9 \cdot 10^{13} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- la masse atomique du cuivre : $M = 63,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$

Calculons le nombre n d'électrons mobiles par unité de volume :

La quantité de cuivre par mètre cube de métal :

$$N_{Cu} = \frac{\rho}{M} = 1,4 \cdot 10^5 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$$

et le nombre d'atomes de cuivre par mètre cube de métal :

$$n_{Cu} = N_{Cu} \cdot N_A = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ atomes} \cdot \text{m}^{-3}$$

Chaque atome libère en moyenne un électron mobile qui participera au transport du courant, donc $n \simeq 8 \cdot 10^{28} \text{ électrons} \cdot \text{m}^{-3}$.

Considérons un tronçon de fil de longueur $v \cdot \Delta t$ et de section S . Son volume est : $V = S \cdot v \cdot \Delta t$. Il contient donc $n \cdot (S \cdot v \cdot \Delta t)$ électrons libres.

Ces électrons portent une charge totale : $Q = e \cdot (n \cdot S \cdot v \cdot \Delta t)$ et traversent la surface S pendant Δt .

On en déduit :

$$I = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{n \cdot S \cdot v \cdot e \cdot \Delta t}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{I}{n \cdot S \cdot e} = 7,8 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0,078 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1} \simeq 0,08 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cette vitesse est très faible comparée à la vitesse individuelle moyenne d'agitation thermique des électrons qui est de l'ordre de $1 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Le courant électrique correspond à un mouvement de dérive ou d'ensemble des électrons.

1.4 Potentiel et tension

1.4.1 Énergie potentielle d'un porteur de charge et potentiel

Un générateur, par exemple une batterie d'automobile, met les porteurs de charge en mouvement. Par un mécanisme physique ou chimique il communique aux porteurs de l'énergie qu'ils véhiculent dans le reste du circuit. Nous pouvons comparer un circuit électrique à un circuit hydraulique : le générateur est l'équivalent de la pompe qui fournit de l'énergie au liquide ; cette énergie est absorbée par (et dans) les tuyaux, analogues aux fils, et la turbine, analogue au moteur électrique. En d'autres termes, l'énergie potentielle d'un porteur est maximale en sortant du générateur ;

elle décroît progressivement et elle est convertie en énergie thermique ou mécanique le long du circuit.

Le potentiel v_P en un point P d'un circuit électrique est défini par :

$$E_P = q \cdot v_P$$

Où E_P est l'énergie potentielle d'un porteur de charge q qui se trouve au point P .

1.4.2 Tension, différence de potentiel entre deux points d'un circuit

Le potentiel électrique ne possède pas de « zéro physique ». Alors que pour la température, par exemple, il y a une référence constituée par la température la plus basse que l'on peut atteindre : 0 K, ce n'est pas le cas pour le potentiel. Seule la différence de potentiel (d.d.p.) entre deux points est mesurable.

La tension u_{AB} est égale à la différence de potentiel entre les points A et B :

$$u_{AB} = u_A - u_B$$

De par sa définition, la tension est une grandeur qui change de signe si on échange A et B :

$$u_{AB} = -u_{BA}$$

Lorsqu'on ne spécifie pas l'ordre des points A et B , on repère le signe de la tension par une flèche. Dans un schéma, le signe de la tension est indiqué par une flèche. Si la pointe de la flèche indique le point A , alors :

$$u = u_{AB} = u_A - u_B$$

On mesure les d.d.p. avec des instruments de mesure appelés *voltmètre*. Un voltmètre indique la valeur de la tension orientée de la borne – à la borne +. Si on inverse les bornes du voltmètre, celui-ci indique une valeur opposée, bien que la tension physique soit inchangée en valeur absolue.

1.4.3 Potentiel en un point

Nous pouvons décider *arbitrairement* que le potentiel en un point est nul. Ce point détermine la *masse* du circuit. Sur la figure 1.8, il s'agit du point M .

Sur la figure 1.8 le potentiel en un point A est alors défini sans ambiguïté :

$$u_A = u_M + u_{AM} \quad \text{soit :} \quad u_A = u_{AM}$$

Généralement le potentiel 0 est attribué à la borne – des générateurs de tensions.

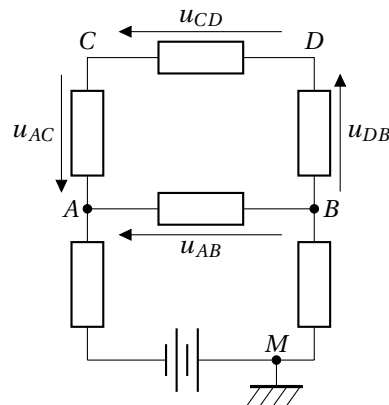


FIGURE 1.8 – Représentation de la tension

1.4.4 Additivité des tensions

Les tensions dans un circuit suivent une loi d'additivité. Reprenons le circuit représenté sur la figure 1.8 :

$$u_{AB} = u_A - u_B = (u_A - u_C) + (u_C - u_D) + (u_D - u_B) \Rightarrow u_{AB} = u_{AC} + u_{CD} + u_{DB}$$

Même si les flèches de tension ne sont en aucun cas des vecteurs au sens mathématique du terme, on peut écrire :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}$$

1.5 L'approximation des régimes quasi stationnaires (A.R.Q.S.)

1.5.1 Régime indépendant du temps

L'électrocinétique est le domaine de l'électromagnétisme où les manifestations du mouvement des porteurs de charge sont étudiées en termes de courants et de tensions. Si ces grandeurs sont constantes dans le temps, nous parlerons de régime constant ou de régime indépendant du temps, ou encore de régime stationnaire. Ces grandeurs sont alors généralement notées avec des lettres majuscules : I pour l'intensité, $U_{AB} = V_A - V_B$ pour la tension ou différence de potentiel entre deux points A et B.

1.5.2 Régimes variables

Si les tensions $u(t)$ et les intensités $i(t)$ dépendent du temps, on est en régime variable. Les intensités et les tensions sont des grandeurs qui se propagent dans

les conducteurs avec une vitesse finie (inférieure à $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ vitesse de la lumière dans le vide). Ainsi, rigoureusement il n'est plus possible de parler d'intensité $i(t)$ à un instant donné t dans un circuit (même lorsque ce dernier ne présente aucune dérivation), car sa valeur dépend du point où nous l'évaluons. Le temps de propagation de l'intensité dans un circuit de longueur ℓ

est :

$$\tau = \frac{\ell}{c}$$

où c est sa vitesse de propagation. Si les temps intervenant dans l'étude du circuit (période, temps de montée du signal, temps d'acquisition des mesures, etc.) sont grands devant τ , les phénomènes de propagation ne se manifestent pas et il sera pertinent de les négliger. Un régime variable permettant cette approximation est un régime quasi permanent ou un régime quasi stationnaire.

Dans l'approximation des régimes quasi stationnaires (A.R.Q.S.), tous les effets liés à la propagation des signaux sous forme de tensions ou de courants sont négligés.

En A.R.Q.S., un fil conducteur reste électriquement neutre. Ainsi, dans un métal, la charge négative des électrons de conduction est exactement compensée par celle des charges fixes. Pour conserver cette neutralité il est nécessaire que la charge entrant par la section S_1 d'un fil soit égale à la charge sortant par la section S_2 de ce même fil. En terme d'intensité cela se traduit par : $i_1 = i_2$.

Dans l'A.R.Q.S., l'intensité est la même en tout point d'un circuit sans dérivation.

1.6 Exercices

1.6.1 Courant dans un fil

Un fil de cuivre de section $s = 3 \text{ mm}^2$ est parcouru par un courant $I = 1 \text{ A}$.

- 1) Combien d'électrons vont traverser une section de ce fil pendant une seconde ?
- 2) Dans quelle longueur ℓ de fil ces électrons mobiles étaient-ils contenus si on admet que chaque atome de cuivre libère un électron ?

On donne :

- Charge de l'électron : $-e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Masse volumique du cuivre : $\rho = 9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Masse molaire du cuivre : $M_{Cu} = 63,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$

Voir la correction page [21](#)

1.7 Vrai ou faux ?

Étudier chacune des propositions ci-dessous afin de déterminer si elle est vraie ou si elle est fausse.

1. Un petit garçon dit à son père :
 - Papa, tu m'as bien dit que le courant électrique c'est des électrons qui circulent dans les fils ?
 - Oui !
 - Ces électrons, ils doivent aller très très vite ?
 - Beaucoup moins que tu ne le crois : comme ils passent leur temps à se cogner et à rebondir sur les atomes dans le fil, ils n'avancent finalement que très lentement, à moins d' $1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ en moyenne.
 - Bon alors si j'appuie sur le bouton de la sonnette à la porte du jardin, la sonnerie située dans la maison à 10 m de là sonnera quelques heures plus tard !
2. Un dipôle est dit linéaire si la tension à ses bornes et le courant qui le traverse sont proportionnels.
3. Le courant électrique circule positivement dans le sens opposé de celui des électrons.
4. La convention récepteur appliquée aux bornes d'un dipôle impose que tension et courant soient matérialisés par des flèches orientées dans le même sens.
5. Deux résistances placées en série sont toujours parcourues par le même courant.
6. La loi des nœuds résulte du fait qu'aucune charge électrique ne peut s'accumuler en un nœud d'un circuit.
7. La vitesse moyenne de progression des électrons dans un circuit électrique ordinaire parcouru par du courant continu d'intensité donnée est comparable à celle de la lumière.
8. Une petite fille s'amuse autour de la voiture près de laquelle son père s'affaire. Elle tripote la batterie de voiture que son père vient de recharger.
 - Ma fille ! N'y touche pas ! dit-il, tu vas prendre le jus !
 - M'en fiche ! répond-t-elle, c'est du 12 V, alors je ne risque rien !
 - Petite ignorante ! reprend son père, ça n'est pas la différence de potentiel qui compte, mais la quantité totale d'électricité accumulée ; plus de $100 \text{ A} \cdot \text{h}$, tu te rends compte, c'est pas comme une pile de lampe de poche !Elle hausse les épaules et lance à son père :
 - Je crois que tu n'as rien compris à l'électricité Papa. . .
9. Les oiseaux qui se posent sur une ligne à haute tension risquent l'électrocution.
10. Deux ampoules 110 V - 75 W en série alimentées en 220 V fournissent autant de lumière qu'une ampoule 220 V - 150 W de même rendement lumineux.
11. Un petit garçon dit à son grand-père : « Je viens de lire qu'Albert Einstein avait inventé la théorie de la relativité restreinte en imaginant ce qui se passerait

s'il était assis sur un photon. Eh bien en m'imaginant assis sur un électron en déplacement dans un fil, je vois le flot d'électrons immobile par rapport à moi et il n'y a plus de courant électrique. Je n'y comprend plus rien ! Tu m'avais dit qu'un courant électrique est un déplacement de charges, mais ça dépend du référentiel depuis lequel on observe les choses. Comment expliques-tu qu'il y a bel et bien un courant électrique pour un observateur extérieur au fil électrique, observateur pour lequel les électrons sont en mouvement, alors que pour moi le courant serait nul ? Tu m'as raconté n'importe quoi grand-père ! ».

Voir la correction [1.8.1 page ci-contre](#) page suivante

1.8 Correction des exercices

1.8.1 Corrigé de l'exercice 1.6.1 page 18

1) En une seconde une charge $q = I \cdot t = 1 \times 1 = 1$ C passe par la section du fil. Cela correspond à un nombre d'électrons donné par :

$$n = \frac{q}{e} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ électrons}$$

Cet énorme nombre est à comparé au nombre d'Avogadro

2) La quantité de cuivre ayant libéré ces électrons, en admettant que tous les atomes libèrent un électron : $\frac{6,25 \cdot 10^{18}}{6,02 \cdot 10^{23}} \approx 10,38 \cdot 10^{-6} \text{ mol}$

$10,38 \cdot 10^{-6} \text{ mol}$ correspond à une masse de cuivre de : $63,5 \times 10,38 \cdot 10^{-6} = 6,59 \cdot 10^{-4} \text{ g} = 6,59 \cdot 10^{-7} \text{ kg}$

Cette masse de cuivre correspond à un volume du cuivre de : $\frac{6,59 \cdot 10^{-7}}{9 \cdot 10^3} = 73,25 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3$.

Ce qui correspond à une longueur de fil de : $\frac{73,25 \cdot 10^{-12}}{3 \cdot 10^{-6}} = 24,4 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,00244 \text{ mm}$. Deux millièmes de millimètre !

RÉPONSES DE 1.7 PAGE 19

1. Faux : Les fils sont déjà plein d'électrons ! Lorsque le doigt appuiera sur le bouton de la sonnette, un champ électrique s'établira dans tout le circuit à la vitesse de la lumière et il mettra en mouvement les électrons en chaque point des fils, ceci dans un laps de temps extrêmement bref, indécélable pour un être humain. Ainsi, *tous* les électrons du fil se mettent en mouvement de manière quasi simultanée. Ceux dont le passage dans la sonnette la font sonner ne sont pas ceux qui sont passés dans le bouton poussoir actionnant la sonnette ; ces derniers arriveront des heures plus tard dans la sonnette, si le petit garçon garde le doigt sur le bouton aussi longtemps ! C'est comme lorsqu'on ouvre le robinet d'un tuyau d'arrosage. Si le tuyau est plein, l'eau sort presque tout de suite à l'extrémité du tuyau, même s'il est très long, l'onde de pression qui le parcourt à environ $1\,200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ met l'eau en mouvement presque immédiatement à notre échelle puisque le tuyau n'est pas très long. Mais c'est l'eau qui était déjà là, au bout du tuyau, qui sort tout de suite et pas celle qui vient de sortir du robinet et qui n'arrivera au bout du tuyau que bien plus tard.
2. Faux : Un dipôle est linéaire si son équation de fonctionnement est une équation différentielle linéaire à coefficients constants. Seule la résistance présente une proportionnalité entre courant et tension.
3. Vrai : Il s'agit là de la convention unanimement adoptée concernant le sens du courant.
4. Faux : C'est le contraire : tension et courant sont orientés en sens inverses.
5. Vrai : De toute évidence, c'est la définition du montage en série.
6. Vrai : Tous les électrons qui arrivent vers un nœud en repartent systématiquement et instantanément.

7. Faux : La vitesse de progression des électrons est de l'ordre de $1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ donc considérablement inférieure à celle de la lumière.
8. Vrai : Le père devrait rafraîchir ses connaissances en électricité avant de dire n'importe quoi à sa fille... C'est bien la différence de potentiel de la batterie et la résistance du corps humain qui déterminent l'intensité du courant éventuel qui circulerait à travers la jeune fille. Ici on aurait une intensité de l'ordre de
$$I = \frac{U}{R} = \frac{12}{2000} = 6 \text{ mA},$$
 trop faible pour être dangereuse. La quantité d'électricité accumulée dans la batterie n'a absolument rien à voir avec son éventuelle dangerosité.
9. Faux : L'oiseau ne se pose que sur un seul câble, il n'y a donc aucune différence de potentiel entre ses pattes, donc aucun courant qui circule dans l'oiseau, donc aucun danger. Les câbles d'une telle ligne sont beaucoup trop éloignés les uns des autres pour que les pattes d'un oiseau puisse entrer en contact avec deux câbles. De plus les pattes d'un oiseau sont très peu distantes l'une de l'autre, on ne peut même pas craindre une « tension de pas », tension qui apparaîtrait entre les pattes de l'oiseau posé sur un même câble et due à la circulation d'une très forte intensité (foudre).
10. Vrai : Chacune des deux ampoules est alimentée sous sa tension nominale de 110 V.
11. Faux : Le grand-père n'a pas raconté n'importe quoi à son petit-fils.

Le petit garçon oublie de prendre en compte une partie des charges. S'il y a des électrons libres, c'est parce que des atomes ont abandonné ces électrons. Ces atomes, qui perdent un électrons négatif, s'ionisent positivement et constituent autant de charges positives dans le fil.

Pour un observateur extérieur au fil, ces atomes ionisés sont immobiles, seuls les électrons sont en mouvement, il y a un courant électrique.

Mais si on s'imagine chevauchant un électrons, en admettant que ces électrons aillent bien sagement tous dans la même directions sans se déplacer en zig-zag et qu'ils aient tous la vitesse moyenne de déplacement, on verrait les atomes ionisés positivement se déplacer ! Leur mouvement s'effectuerait en sens inverse du mouvement des électrons quand ils sont observés de l'extérieur. Cela constitue un mouvement de charge et donc un courant électrique. La vitesse est la même au sens près, la valeur absolue de la charge en mouvement est la même, seul les signes changent. Et comme les deux signes, celui de la vitesse et celui de la charge, changent en même temps, rien ne change ! Les deux courants sont donc égaux. Et oui, un observateur à cheval sur un électron en déplacement percevrait bien un courant identique à celui observé par un observateur extérieur au fil.

Chapitre 2

Loi des mailles, loi des nœuds

2.1 Vocabulaire de l'électrocinétique

2.1.1 Fil, câble de connexion

Un fil de connexion est un fil conducteur dont la faible résistance est négligeable devant les autres résistances du montage. En utilisation normale, aux bornes d'un fil de connexion, la d.d.p. est négligeable devant les autres d.d.p. qui se manifestent dans le montage. Entre deux points quelconques d'un fil ou d'un câble, la d.d.p. est nulle.

Les fils et les câbles sont représentés par de simples traits sur les schémas, voir la figure 1.8.

2.1.2 Masse

En électrocinétique, la masse est le point ou la portion de fil à laquelle on attribue arbitrairement le potentiel 0. Le symbole de la masse est situé sous le point *M* de la figure 1.8.

Il ne faut pas confondre la *masse* avec la *terre* dont le symbole est représenté ci-dessous :



FIGURE 2.1 – Représentation d'une prise de terre

Lorsqu'on utilise le symbole d'une prise de terre, cela signifie qu'il y a une liaison physique avec la terre : un fil de cuivre recouvert d'isolant de couleur vert-jaune relie une partie d'un appareil à une prise de terre. Une prise de terre est constituée au moins d'un piquet en acier galvanisé enfoncé d'un bon mètre dans la terre. Une prise de terre est généralement constituée d'un grillage en acier inoxydable profondément

enfoui dans la terre. On a pris soin en rebouchant de mêler du charbon pulvérisé à la terre pour diminuer la résistance entre la terre et le grillage. On attribue généralement le potentiel 0 à la terre, mais ce n'est pas systématique.

Une masse n'est pas obligatoirement reliée à la terre, c'est juste un point auquel on a attribué le potentiel 0. Il ne faut donc pas confondre masse et prise de terre.

Attention : Sur certains schémas, en électronique notamment, on peut représenter plusieurs masses qui en réalité n'en font qu'une, toutes les masses sont connectées électriquement. Cette représentation de plusieurs masses distincte permet de ne pas surcharger les schémas par de longs fils disgracieux. Ainsi dans la figure 2.2 (a) pour éviter de représenter le long fil horizontal du bas du schéma on préférera représenter plusieurs masses (b), mais encore une fois, ces masses n'en forment qu'une !

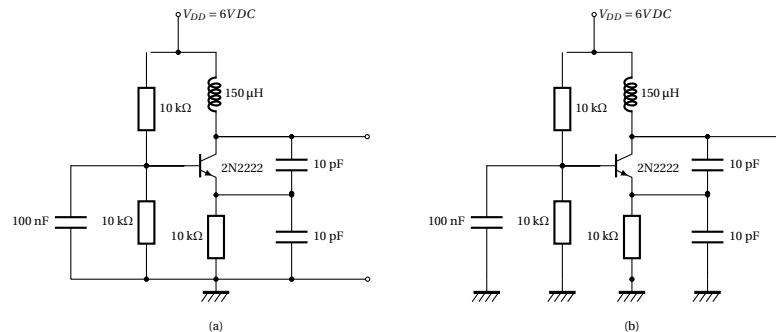


FIGURE 2.2 – Plusieurs masses qui n'en font qu'une

2.1.2.1 Masse d'une automobile

Pour une automobile, la carrosserie métallique sert de masse pour tous ses circuits électriques. Cela n'est plus vrai dès que l'on a affaire à des carrosseries réalisées en matériaux non-conducteurs (plastique, matériaux composites, etc.).

La borne – de la batterie ainsi qu'une des bornes de l'alternateur et de chaque récepteur (ampoule, autoradio, etc.) sont reliées à cette masse. L'autre borne de chacun de ces composants est reliée par un fil de connexion, isolé de la masse, à la borne + de la batterie. On utilise ainsi moitié moins de fil de cuivre et l'installation peut également être grandement facilitée. Cette masse est un potentiel nul, du moins défini comme tel, et son potentiel n'est pas obligatoirement constant dans le temps. Par temps sec, la carrosserie d'une automobile s'électrise par frottements dans l'air. Son potentiel prend alors une valeur différente de celle du potentiel constant de la Terre, puisque les pneumatiques, dans ces conditions, isolent la voiture du sol. Cela explique la secousse électrique ressentie parfois lorsque nous descendons d'une automobile dont le potentiel de la carrosserie est différent de celui du sol.



FIGURE 2.3 – La borne moins de la batterie est reliée à la carrosserie de la voiture, la carrosserie est la masse et fait office de conducteur de retour pour l'intensité.

2.1.3 Composant

En électrocinétique, la connaissance du fonctionnement interne des composants n'est pas nécessaire. Chacun d'eux est considéré comme une boîte noire dont l'accès se fait par des bornes. Nous distinguerons essentiellement deux familles de composants.

2.1.3.1 Les dipôles

La connexion s'effectue par une paire de bornes ou de pôles. Leur représentation générale est le rectangle :

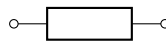


FIGURE 2.4 – Représentation d'un dipôle

2.1.3.2 Les multipôles

L'accès se fait par plus d'une paire de bornes. En électronique on rencontre, par exemple, les transistors qui sont des composants qui possèdent trois bornes de connexion. En particulier de nombreux composants peuvent être représentés par des quadripôles avec une paire de bornes d'entrée et une paire de bornes de sortie (transformateur). Dans un quadripôle, le courant qui entre par une des bornes d'un accès est égal au courant qui sort par l'autre borne de ce même accès.

2.1.4 Nœud

Un nœud est un point de jonction entre au moins trois fils de connexion. Attention, un nœud électrique peut être graphiquement séparé, « éclaté » comme le montre la figure 2.5, page 26.



FIGURE 2.5 – Différentes représentation d'un nœud, nœud « éclaté » en (b)

Physiquement, un nœud correspond à plusieurs fils liés entre eux par une soudure, une épissure ou encore par un « domino » ou un « sucre » d'électriciens.

Sur les schémas, deux fils qui se croisent sans « pastille » noire ne sont pas reliés électriquement entre eux, ce que montre la figure 2.6 de la présente page (a). Pour symboliser la liaison électrique entre deux fils, leur soudure, on place sur le schéma une « pastille » noire, comme le montre la même figure en (b).

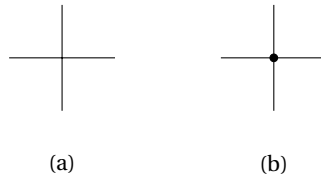


FIGURE 2.6 – Représentation conventionnelle de fils sans liaison entre eux (a) ou reliés électriquement entre eux (b)

2.1.5 Branche

Une branche est constituée par un ensemble de dipôles montés en série entre deux nœuds. Une branche contient obligatoirement un dipôle.



FIGURE 2.7 – Fausse branche entre le nœud A et le nœud B

La figure 2.7 montre une « fausse branche » entre les nœuds A et B , en effet les nœuds sont reliés par un fil sans résistance, une liaison équipotentielle, et ne forment qu'un seul nœud A confondu avec B . Ces deux nœuds, qui en fait n'en forment qu'un, ne sont pas aux extrémités d'une branche !

2.1.6 Maille

Une maille est un ensemble de branches formant un contour fermé que l'on peut parcourir en ne passant qu'une fois par chaque nœud intermédiaire. Une maille peut être orientée (arbitrairement) comme le montre la figure 2.8 page 28.

Attention : une maille n'est pas nécessairement un contour sur des éléments physique tels que des fils ou des dipôles. Ainsi la maille $ABCD$ de la figure 2.9 page suivante passe-t-elle « en l'air » entre les points C et D .

2.1.7 Montage série

Définition : des dipôles sont montés en série lorsqu'ils sont traversés par le même courant, comme le montre la figure 2.10 page suivante.

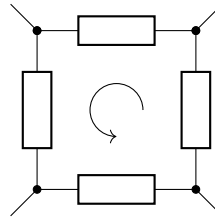


FIGURE 2.8 – Exemple de maille orientée

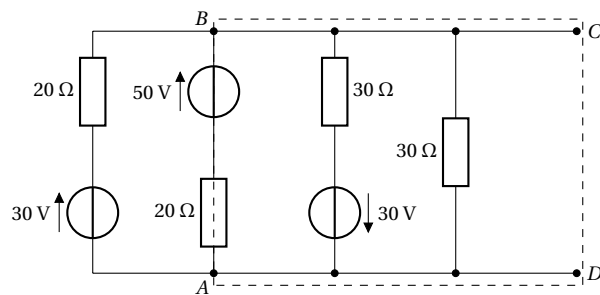


FIGURE 2.9 – ABCD : une maille dont le trajet est en partie en l'air

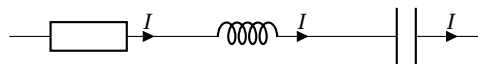


FIGURE 2.10 – Dipôles en série

2.1.8 Montage parallèle ou en dérivation

Définition : des dipôles sont montés en parallèle ou en dérivation lorsqu'ils ont la même d.d.p. à leurs bornes, comme le montre la figure 2.11 de la présente page.

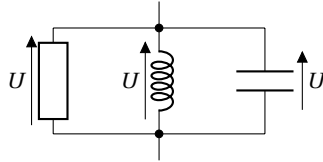


FIGURE 2.11 – Dipôles en dérivation ou en parallèle

2.1.9 Réseau

Un réseau, ou circuit, est un ensemble de composants reliés par des fils de connexion qui peut être analysé en termes de nœuds, branches et mailles.

2.2 Lois de Kirchhoff

En 1845 le physicien allemand Gustav Robert Kirchhoff a établi deux lois sur lesquelles se fondent tous les calculs de réseaux électriques :

- la loi des mailles ;
- la loi des nœuds.

2.2.1 Loi des mailles

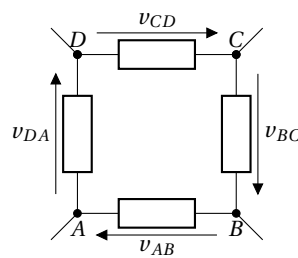


FIGURE 2.12 – Exemple de maille orientée

Considérons la figure 2.12 de la présente page. La d.d.p. entre le point A et lui-même, par exemple, est nulle, mais par la relation de Chasles on peut écrire :

$$(v_A - v_A) = 0 = (v_A - v_B) + (v_B - v_C) + (v_C - v_D) + (v_D - v_A)$$

soit encore :

$$v_{AB} + v_{BC} + v_{CD} + v_{DA} = 0$$

Cette dernière relation ne préjuge en rien de la nature des dipôles constituant la maille. Ainsi, pour une maille orientée on peut écrire :

$$\sum_k \epsilon_k \cdot v_k = 0$$

ϵ_k vaut 1 si la tension v_k est orientée dans le sens de parcours positif de la maille et -1 dans le cas contraire. Le sens de parcours de la maille est choisi arbitrairement, sens des aiguilles d'une montre ou sens trigonométrique, peu importe, tout comme le point de départ (A dans les égalités ci-dessus).

2.2.1.1 La manière de faire en pratique

Pratiquement, pour écrire une équation de maille, on procède de la manière suivante :

1. On choisit un point sur la maille, n'importe où, cela n'a aucune importance.
2. On choisit un sens de progression le long de la maille, trigonométrique ou horaire, là encore, ce choix purement arbitraire n'a aucune importance.
3. On part du point choisi, toutes les flèches de tension qui sont dans notre sens de progression sont comptées positivement, négativement sinon.
4. lorsqu'on revient au point de départ on inscrit : $= 0$.

Sur la figure 2.12 page précédente, si on choisit le point A et comme sens positif de parcours le sens horaire, on écrira :

$$v_{DA} + v_{CD} + v_{BC} + v_{AB} = 0$$

2.2.2 Loi des nœuds

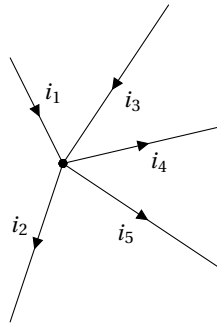
La charge électrique ne peut pas s'accumuler au niveau des nœuds. Pour un nœud donné, la somme des courants qui y arrivent est égale à la somme des courants qui en repartent :

$$\sum_j i_j = \sum_k i_k$$

ou encore :

$$\sum_k \epsilon_k i_k = 0$$

ϵ_k vaut 1 si le courant i_k arrive au nœud et -1 sinon.

FIGURE 2.13 – Illustration de la loi des nœuds : $i_1 + i_3 = i_2 + i_4 + i_5$

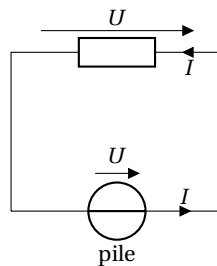
2.3 Comportement énergétique d'un dipôle

2.3.1 Conventions d'orientation

Considérons le circuit élémentaire constitué d'un générateur, une pile par exemple, et d'un autre dipôle appelé récepteur. Le même courant I parcourt tout le circuit représenté à la figure 2.14 de la présente page.

Convention générateur Du point de vue du générateur, les flèches représentant U et I sont dans le même sens.

Convention récepteur Du point de vue du récepteur, les flèches représentant U et I sont dans le sens inverse.

FIGURE 2.14 – Les flèches représentant u et i sont dans le même sens du point de vue du générateur, et en sens inverses du point de vue du récepteur.

2.3.2 Puissance échangée par un dipôle, générateur, récepteur

Pendant la durée élémentaire dt , le générateur transfère une charge mobile $dq = i dt$ de la borne $-$ à la borne $+$, ce qui élève le potentiel de cette charge de U ; le générateur cède aux porteurs de charge l'énergie $dw = u i dt$ à laquelle correspond la puissance $p = ui$.

Pendant ce temps, une charge de même valeur $dq = idt$ passe dans le récepteur, ce qui diminue son potentiel de U ; l'énergie électrique perdue par les charges mobiles dans le récepteur y est convertie en une autre forme d'énergie (thermique, magnétique ou encore chimique par exemple) ; le récepteur reçoit l'énergie $dw = uidt$ à laquelle correspond la puissance $p = ui$.

La même quantité $p = ui$ représente donc la puissance cédée par le générateur ou bien la puissance reçue par le récepteur.

Par convention :

- pour un générateur, les flèches représentant la tension et le courant sont dans le même sens. La puissance cédée au reste du circuit sera comptée *négativement*.
- pour un récepteur, les flèches représentant la tension et le courant sont en sens inverses. La puissance reçue sera comptée *positivement*.

Ainsi, pour la figure 2.14 page précédente, soit on écrira en toutes lettres : le générateur fournit la puissance $P = UI$ et on ne se préoccupera pas de son signe puisque l'on a bien spécifié que cette puissance était fournie. Soit on n'écrit rien de particulier, mais on le précise en mettant le signe $-$: $P = -UI$, ici le signe $-$ signifie très clairement que la puissance est fournie par le dipôle. De même, pour le récepteur on écrira en toutes lettres : la puissance reçue par le récepteur est : $P = UI$ et il n'y a pas besoin de préciser le signe, ou bien on écrit : $P_{\text{récepteur}} = +UI = UI$.

Pour résumé, par convention :

- $P = ui > 0 \Rightarrow$ le dipôle se comporte en récepteur, il reçoit de l'énergie électrique qu'il convertit en une autre forme d'énergie (thermique, magnétique, chimique) ;
- $P = ui < 0 \Rightarrow$ le dipôle se comporte en générateur, il reçoit de l'énergie qu'il convertit en énergie électrique fournie au reste du circuit.

Un dipôle peut avoir se comporter comme un récepteur à certains moments et adopter un comportement générateur à d'autres instants. Ainsi la batterie d'une automobile qui alimente le démarreur se comporte comme un générateur, mais si plus tard cette batterie est rechargée, elle se comportera comme un récepteur. Une résistance électrique est toujours un récepteur, elle convertit toujours de l'énergie électrique en énergie thermique par effet Joule et ne peut en aucun cas devenir générateur.

2.4 Exercices

2.4.1 Un premier exercice sur la loi des mailles

Soit le circuit de la figure 2.15 page ci-contre pour lequel on donne :

- $U = V_A - V_B = 240 \text{ V}$;
- $U_2 = V_F - V_B = 184 \text{ V}$;
- $U_3 = U_{AD} = 46 \text{ V}$;
- $U_4 = V_E - V_D = -110 \text{ V}$;

1. Placer les points A, B, D, E et F sur la figure.
2. Calculer la valeur des tensions inconnues, en précisant si la flèche pointe vers le potentiel le plus haut ou le plus bas.

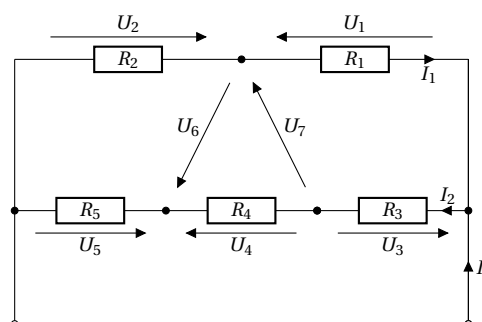


FIGURE 2.15 – Exercice sur la loi des mailles

3. Calculer les intensités des courants représentés pour $R_1 = R_3 = 100 \, \Omega$. Que dire des sens choisis pour les flèches ?

Voir la correction page [37](#)

2.4.2 Loi des mailles

Dans la figure 2.16 de la présente page, calculer les tensions U_1 , U_2 et U_3 .

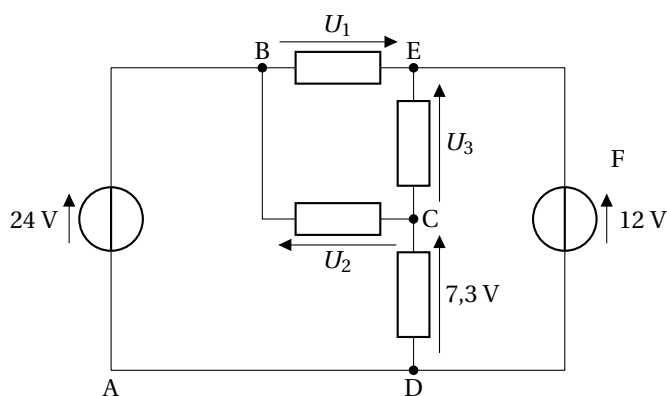


FIGURE 2.16 – Exercice sur la loi des mailles

Voir la correction page [38](#)

2.4.3 Troisième exercice sur la loi des mailles

On considère le circuit de la figure 2.17 page suivante. Le générateur fournit une tension $U = 6 \, \text{V}$. On donne les valeurs numériques, mais pas les flèches, des grandeurs suivantes :

— $U_1 = -0,25 \, \text{V}$;

- $U_3 = 1,7 \text{ V}$;
- $U_4 = 2,3 \text{ V}$;
- $I_1 = 1,2 \text{ mA}$;
- $I_3 = -4 \text{ mA}$;
- $I_4 = 90 \text{ mA}$;

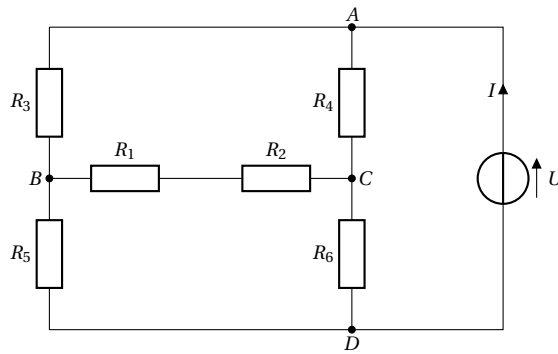


FIGURE 2.17 – Exercice sur la loi des mailles

1. Indiquer les flèches correspondant aux tensions et aux courants dont les valeurs sont données dans l'énoncé, et déterminer les autres tensions et courants du circuit.
2. Calculer la résistance équivalente du circuit vu du générateur.

Voir la correction page [38](#)

2.4.4 Loi des nœuds

Dans la figure 2.18 de la présente page, calculer I_1 , I_3 et I_4 .

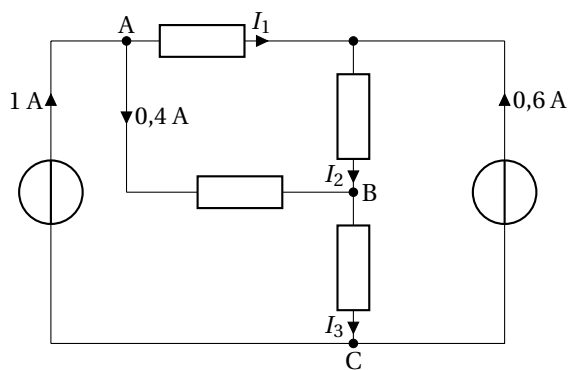


FIGURE 2.18 – Exercice sur la loi des nœuds

Voir la correction page [40](#)

2.4.5 Encore et toujours la loi des mailles

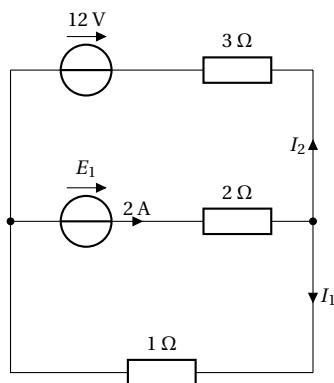


FIGURE 2.19 – Exercice sur la loi des mailles

Calculer la valeur de E_1 sur le circuit de la figure 2.19.

Voir la correction page 40

2.4.6 Loi des mailles et loi des nœuds

- 1) Dans la figure 2.20 de la présente page, déterminer U_1 , U_2 et U_3 .
- 2) Calculer les intensités I_1 , I_2 et I_3 .

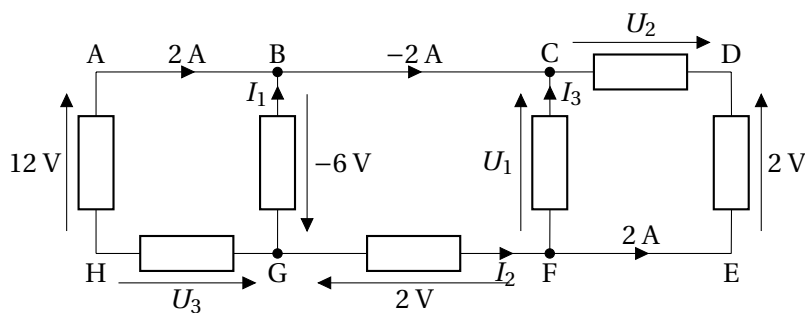


FIGURE 2.20 – Exercice sur la loi des mailles et la loi des nœuds

Voir la correction page 41

2.4.7 Loi des mailles et loi des nœuds, encore !

Déterminer les courants et les tensions inconnus dans le réseau représenté sur la figure 2.21 page suivante. Les rectangles figurent des dipôles quelconques (avec ou sans source) dont il n'est pas nécessaire de connaître la nature.

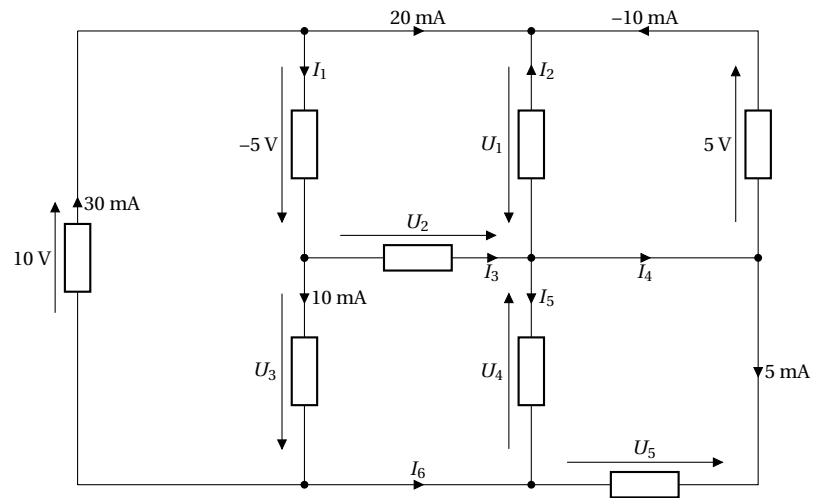


FIGURE 2.21 – Loi des mailles et loi des nœuds

Voir la correction page [41](#)

2.4.8 Distribution de courants sur les arêtes d'un cube

À l'aide d'un fil homogène de section constante, on réalise les arêtes du cube de la figure 2.22 de la présente page. Le courant d'intensité I arrive en A ressort par le sommet opposé H.

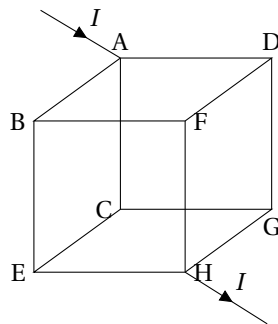


FIGURE 2.22 – Distribution de courants sur les arêtes d'un cube

Calculer les intensités dans chaque branche du cube. Voir la correction page [42](#)

2.5 Correction des exercices

2.5.1 Corrigé de l'exercice 2.4.1 page 32

Puisque $U = V_A - V_B$ alors la flèche représentant U pointe vers le point A, ce qui permet de placer A et B. Le point F est repéré à l'aide de $U_2 = V_F - V_B$ dont la flèche pointe vers F. De même le point D est repéré à l'aide de $U_3 = V_A - V_D$ et dont la flèche pointe vers A. Le point E est placé grâce à $U_4 = V_E - V_D$ qui est dirigée de D vers E. On obtient donc le schéma de la figure 2.23.

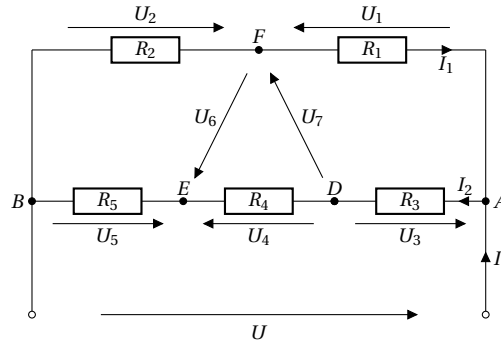


FIGURE 2.23 – Correction de l'exercice sur la loi des mailles

Nous devons calculer les tensions U_1 , U_5 , U_6 et U_7 . Nous appliquons la loi des mailles en n'utilisant que des grandeurs dont les valeurs sont données par l'énoncé pour ne pas accumuler d'éventuelles erreurs.

- Dans la maille $BAFB$, on établit que $U + U_1 - U_2 = 0$, de sorte que :

$$U_1 = U_2 - U = 184 - 240 = -56 \text{ V}$$

Dans ces conditions $V_F < V_A$.

- En parcourant le chemin $BADEB$, on obtient la relation $U - U_3 + U_4 - U_5 = 0$ et l'on a :

$$U_5 = U - U_3 + U_4 = 240 - 46 - 110 = 84 \text{ V}$$

Ainsi, $V_E > V_B$.

- Le parcours $BFEDAB$ donne $U_2 + U_6 - U_4 + U_3 - U = 0$ et donc :

$$U_6 = U - U_3 + U_4 - U_2 = 240 - 46 - 110 - 184 = -100 \text{ V}$$

On remarque que $V_E < V_F$.

- On établit en parcourant $BFDAB$ que $U_2 - U_7 + U_3 - U = 0$, ce qui permet de calculer :

$$U_7 = U_2 + U_3 - U = 184 + 46 - 240 = -10 \text{ V}$$

Par conséquent : $V_F < V_D$.

Pour déterminer le courant I_1 , on se place aux bornes de la résistance R_1 soumise à la tension U_1 . Celle-ci étant en convention récepteur, on applique directement la loi d'Ohm :

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{-56}{100} = -0,56 \text{ A}$$

La valeur de I_1 est négative, cela implique que la flèche de courant représentée à la figure 2.15 page 33 a été placée dans le sens opposé du sens réel de circulation du courant : celui-ci circule donc dans le sens opposé à celui indiqué sur le schéma 2.15 page 33 par I_1 .

Pour déterminer le courant I_2 , on se place aux bornes de la résistance R_3 soumise à la tension U_3 . Celle-ci est aussi en convention récepteur, et on applique là encore la loi d'Ohm sans se soucier du signe :

$$I_2 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{46}{100} = 0,46 \text{ A}$$

La valeur de I_2 étant positive, la flèche de courant représentée sur la figure 2.15 page 33 a été placée dans le « bon » sens, celui-ci circule donc dans le sens de la flèche qui représente I_2 .

Le courant I se calcule en appliquant la loi des nœuds :

$$I + I_1 = I_2 \Rightarrow I = I_2 - I_1 = 0,46 - (-0,56) = 1,02 \text{ A}$$

La flèche de I étant associée à une valeur numérique positive, elle est orientée dans le sens de circulation du courant qui s'écoule (courant conventionnel) vers le point A.

2.5.2 Corrigé de l'exercice 2.4.2 page 33

L'équation de la maille ABEFD donne : $24 \text{ V} + U_1 - 12 \text{ V} = 0 \Rightarrow U_1 = -12 \text{ V}$

L'équation de la maille ABCD donne : $24 \text{ V} - U_2 - 7,3 \text{ V} = 0 \Rightarrow U_2 = 16,7 \text{ V}$

L'équation de la maille EFDC donne : $7,3 \text{ V} + U_3 - 12 \text{ V} = 0 \Rightarrow U_3 = 4,7 \text{ V}$

2.5.3 Corrigé du troisième exercice sur la loi des mailles 2.4.3 page 33

Pour faciliter la résolution de l'exercice, on commence par placer la masse, c'est-à-dire le point de *potentiel zéro volt*. Nous la plaçons au point D qui correspond à la borne « - » du générateur de tension. Ainsi, $V_D = 0$ et par conséquent, $V_A = 6 \text{ V}$.

Nous rappelons qu'une flèche de tension associée à une valeur positive pointe vers le potentiel le plus haut, qu'une flèche de courant associée à une valeur positive

pointe dans le sens conventionnel du courant, et que ce dernier va, dans un récepteur, du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas. Dans notre cas, le sens conventionnel du courant est de A vers D . On établit que :

- Les flèches de tension U_3 et U_4 pointent vers le potentiel le plus haut, c'est-à-dire vers le point A ;
- la flèche de courant I_3 associée à une valeur négative s'oppose au sens conventionnel du courant, et est donc dirigée de B vers A ;
- la flèche de courant I_4 associée à une valeur positive est dans le sens conventionnel du courant, c'est-à-dire dirigée de A vers C .

Nous allons maintenant chercher à orienter I_1 et U_1 . Pour cela, il nous faut comparer les potentiels des points B et C . Or,

$$V_B = V_A - U_3 = 6 - 1,7 = 4,3 \text{ V}$$

et

$$V_C = V_A - U_4 = 6 - 2,3 = 3,7 \text{ V}$$

de sorte que $V_B > V_A$. La flèche de courant I_1 étant associée à une valeur positive, elle est orientée de B vers C , et U_1 , qui est associée à une valeur négative, est dans le même sens.

Nous avons reporté en gris sur la figure [2.24 page suivante](#) les grandeurs qu'il reste à déterminer. Les tensions U_5 et U_6 se calculent en évaluant les différences de potentiels. Il vient :

$$U_5 = V_B - V_D = 4,3 \text{ V et } U_6 = V_C - V_D = 3,7 \text{ V}$$

Nous pouvons alors orienter les courants I_5 et I_6 et les calculer à l'aide de la loi des nœuds. Il vient :

$$I_6 = I_1 + I_4 = 91,2 \text{ mA}$$

et

$$I_8 = -I_1 - I_3 = 2,8 \text{ mA}$$

La tension U_2 se calcule par

$$U_2 = U_{BC} + U_1 = V_B - V_C - U_1 = 4,3 - 3,7 + 0,25 = 0,85 \text{ V}$$

Enfin, le courant 1 se calcule de deux façons différentes, avec

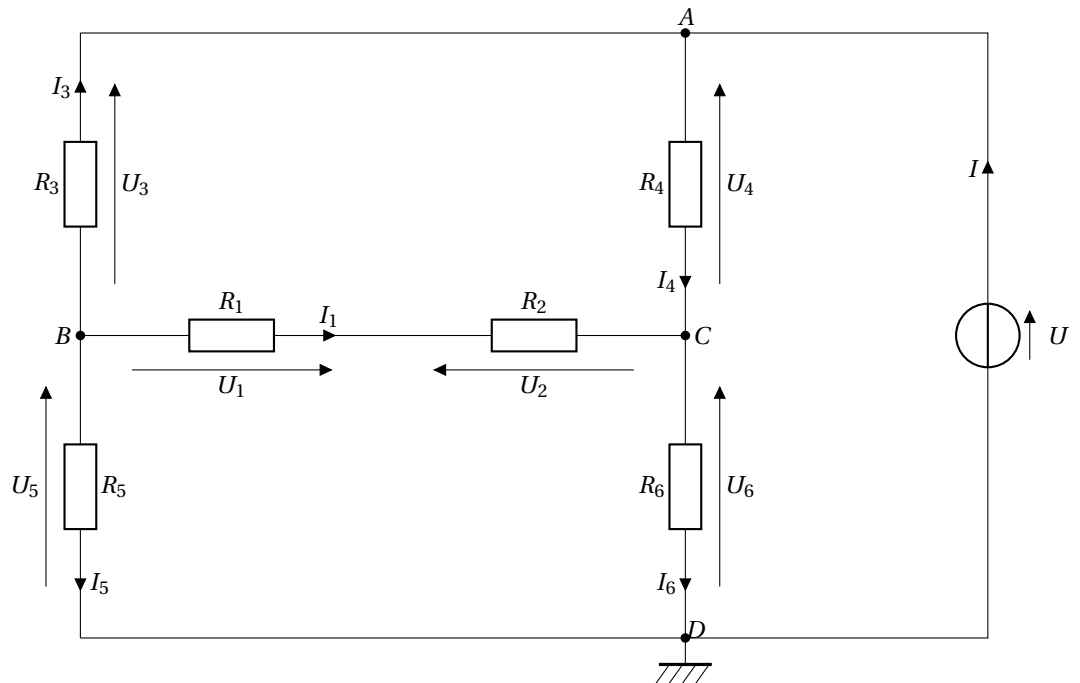


FIGURE 2.24 – Correction de l'exercice sur la loi des mailles

$$I = I_4 - I_3 = I_5 + I_6 = 94 \text{ mA}$$

La résistance équivalente R du circuit vue du générateur est telle que

$$R = \frac{U}{I} = \frac{6}{0,094} = 63,8 \, \Omega$$

2.5.4 Corrigé de l'exercice 2.4.4 page 34

La figure 2.18 page 34 permet d'écrire les équations de nœuds suivantes :

- équation des nœuds en A donne : $1 \text{ A} = 0,4 \text{ A} + I_1 \Rightarrow I_1 = 0,6 \text{ A}$
- équation des nœuds en C donne : $I_3 = 0,6 \text{ A} + 1 \text{ A} \Rightarrow I_3 = 1,6 \text{ A}$
- équation des nœuds en B donne : $I_2 + 0,4 \text{ A} = I_3 \Rightarrow I_2 = 1,2 \text{ A}$

2.5.5 Corrigé de l'exercice 2.4.5 page 35

On peut écrire une équation de nœuds :

$$I_1 + I_2 = 2$$

on peut écrire les équations de maille suivantes :

$$\begin{aligned}12 + 1I_1 - 3I_2 &= 0 \\12 - E_1 - 2 \times 2 - 3I_2 &= 0\end{aligned}$$

La résolution de ce système d'équation à trois inconnus donne :

$$\begin{aligned}\text{— } I_1 &= -1,5 \text{ A ;} \\ \text{— } I_2 &= 3,5 \text{ A ;} \\ \text{— } E_1 &= -2,5 \text{ V}\end{aligned}$$

2.5.6 Corrigé de l'exercice 2.4.6 page 35

$$1) \text{ Maille ABGH : } 12 \text{ V} + -6 \text{ V} - U_3 = 0 \Rightarrow U_3 = 6 \text{ V}$$

$$\text{Maille BCFG : } - -6 \text{ V} - U_1 + 2 \text{ V} = 0 \Rightarrow U_1 = 8 \text{ V}$$

$$\text{Maille CDEF : } U_1 + U_2 - 2 \text{ V} = 0 \Rightarrow U_2 = -6 \text{ V}$$

On peut également considérer d'autres mailles ; ainsi la maille BDEG donne :

$$U_2 - 2 \text{ V} + 2 \text{ V} - -6 \text{ V} = 0 \Rightarrow U_2 = -6 \text{ V}$$

$$2) \text{ Nœud B : } 2 \text{ A} + I_1 = -2 \text{ A} \Rightarrow I_1 = -4 \text{ A}$$

$$\text{Nœud C : } -2 \text{ A} + 2 \text{ A} + I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = 0 \text{ A}$$

$$\text{Nœud F : } I_2 = I_3 + 2 \text{ A} \Rightarrow I_2 = 2 \text{ A}$$

En écrivant une loi de nœud en G, nous aurions obtenu :

$$0 = 2 \text{ A} + I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = -2 \text{ A} - (-4 \text{ A}) = 2 \text{ A}$$

2.5.7 Correction de l'exercice 2.4.7 page 35

On obtient les courants inconnus en appliquant la loi des nœuds et on trouve les tensions avec la loi des mailles.

$$\begin{aligned}\text{— } U_1 &= -5 \text{ V ;} \\ \text{— } U_2 &= 0 \text{ V ;} \\ \text{— } U_3 &= -5 \text{ V ;} \\ \text{— } U_4 &= 5 \text{ V ;} \\ \text{— } U_5 &= 5 \text{ V ;} \\ \text{— } I_1 &= 10 \text{ mA ;} \\ \text{— } I_2 &= -10 \text{ mA ;} \\ \text{— } I_3 &= 0 \text{ mA ;} \\ \text{— } I_4 &= -5 \text{ mA ;} \\ \text{— } I_5 &= 15 \text{ mA ;} \\ \text{— } I_6 &= -20 \text{ mA.}\end{aligned}$$

2.5.8 Corrigé de l'exercice 2.4.8 page 36

Les trois chemins AB, AC et AD sont équivalents, ainsi la loi des nœuds appliquée en A indique que l'intensité qui arrive en A va se diviser en trois parties égales $\frac{I}{3}$ dans chacune de ces trois branches. Comme le montre la figure 2.25 de la présente page, arrivé au nœud A, le courant se subdivise en trois dans les branches AD, AB et AC. Arrivé en B, le courant $\frac{I}{3}$ se subdivise en deux dans les branches BF et BE qui seront parcourues par des courants $\frac{I}{6}$. Ensuite le courant va s'additionner pour reformer des courants $\frac{I}{3}$ puis I .

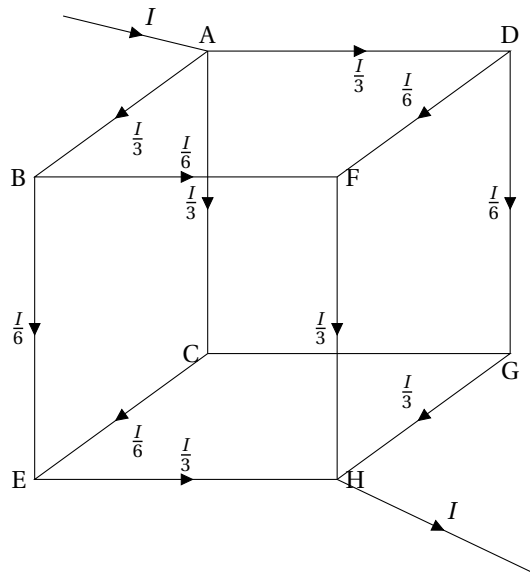


FIGURE 2.25 – Solution : distribution de courants sur les arêtes d'un cube

Chapitre 3

Résistance

*You know my temperature's risin'
And the jukebox's blows a fuse ...
My heart's beatin' rhythm
And my soul keeps singing the blues
Roll over Beethoven
And tell Tchaikovsky the news*

Chuck Berry
(Roll over Beethoven)

3.1 Résistance

La résistance est représentée à la figure 5.1. Une résistance est *toujours* un récepteur, elle transforme l'énergie électrique en chaleur, c'est l'effet Joule..

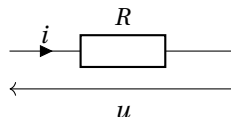


FIGURE 3.1 – Représentation de la résistance.

Si l'on fait varier l'intensité du courant électrique qui traverse une résistance R , la différence de potentiel à ses bornes est strictement proportionnelle à l'intensité :

$$u = R \cdot i$$

R est appelé résistance, elle est positive et s'exprime en ohms, de symbole Ω . La relation $u = Ri$ constitue la *loi d'Ohm* que vérifient tous les conducteurs *ohmiques*.

Les charges positives (courant conventionnel) ont du mal à circuler dans la résistance et il s'établit un gradient de potentiel de la sortie de la résistance à son point d'entrée. Le potentiel croît linéairement de du point de sortie du courant au point

d'entrée. Imaginons un tuyau rempli de sable et dans lequel nous ferions circuler un liquide, un phénomène analogue aurait lieu. Les charges électriques qui traversent la résistance n'arrêtent pas de se cogner aux atomes constituant celle-ci, ce faisant ils communiquent de l'énergie à ces atomes dont l'amplitude de vibration autour de leur position de repos augmente, il y a échauffement : c'est ce que l'on nomme l'*effet Joule*. La puissance dissipée par effet Joule dans une résistance, puissance électrique transformée en chaleur, s'exprime par la formule :

$$P = R \cdot i^2$$

On peut également définir la conductance G comme l'inverse de la résistance :

$$G = \frac{1}{R}$$

G s'exprime en Ω^{-1} ou en siemens, de symbole S. On peut représenter cette relation en traçant l'intensité i traversant la résistance en fonction de la tension à ses bornes (on dit qu'on trace la caractéristique courant-tension de la résistance) :

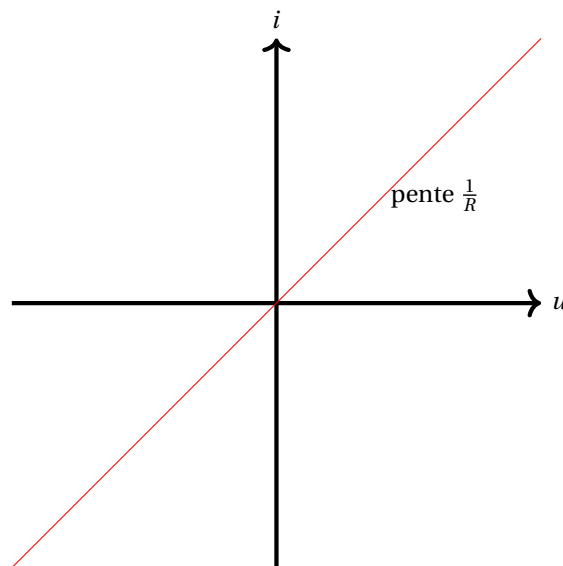


FIGURE 3.2 – Caractéristique électrique de la résistance.

REMARQUE : Une résistance est un dipôle uniquement passif. Elle peut seulement transformer de l'énergie électrique en chaleur et ne peut en aucun cas être générateur, fournir de l'énergie électrique.

3.1.1 Association de résistances en série

Les résistances sont toutes traversées par la même intensité i :

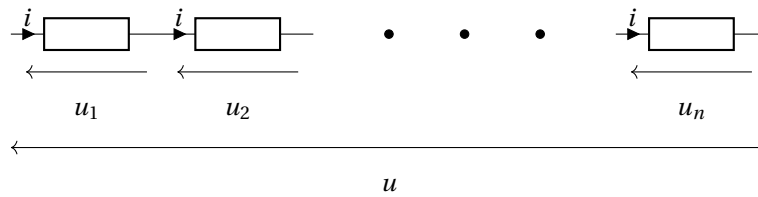


FIGURE 3.3 – Résistances en série.

La différence de potentiel aux bornes de l'ensemble est la somme des différences de potentiel aux bornes de chaque résistance :

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

en appliquant la loi d'Ohm, il vient :

$$u = R_1 i + R_2 i + \dots + R_n i = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) i = R_{\text{eq}} i$$

Il en résulte :

$$R_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n R_j$$

3.1.2 Association de résistances en parallèle

Les résistances ont toutes la même différence de potentiel à leurs bornes :

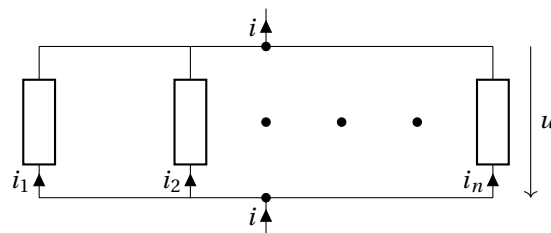


FIGURE 3.4 – Résistances en parallèle.

D'après la loi des nœuds, l'intensité entrant ou sortant de l'association parallèle est la somme des intensités traversant chaque dipôle :

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

La loi d'Ohm appliquée à chaque résistance permet d'exprimer l'intensité qui la traverse en fonction de la différence de potentiel à ses bornes : $i_n = \frac{U}{R_n}$, on a donc :

$$i = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \cdots + \frac{u}{R_n} = \frac{u}{R_{\text{eq}}} \Rightarrow \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

ou

$$\boxed{\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

3.1.3 Résistance d'un fil de section constante

On constate, et on montre théoriquement, que la résistance d'un fil est proportionnelle à sa longueur ℓ et inversement proportionnelle à sa section S .

$$\boxed{R = \rho \times \frac{\ell}{S}}$$

où ρ est la *résistivité* en $\Omega \cdot \text{m}$ du matériau. Cette grandeur dépend de la température. ℓ est en m et S en m^2 .

On pourra lire des compléments sur la résistance électrique au chapitre ?? page ?? page ??.

3.2 Exercices

3.2.1 Variation de la résistance d'un matériau en fonction de la température

Vrai ou faux ? La résistance d'un conducteur est toujours une fonction croissante de la température.

Voir le corrigé [3.2.4 page 48](#) page 48

3.2.2 Résistance d'un réseau de résistance

On branche un générateur de tension $U = 100 \text{ V}$ aux bornes du réseau de résistances représenté sur la figure [3.5 page suivante](#) et dans lequel toutes les résistances sont identiques et égales à 100Ω .

Calculer la résistance équivalente et le courant débité par le générateur de tension lorsqu'il est connecté :

1. aux nœuds A et B ;
2. aux nœuds C et D ;
3. aux nœuds E et D ;

Voir le corrigé [3.2.5 page 48](#) page 48

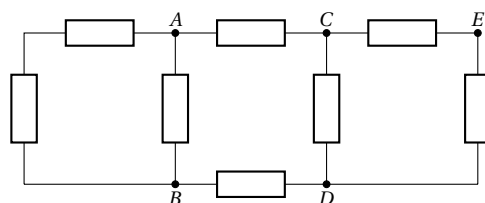


FIGURE 3.5 – Réseau de résistances

3.2.3 Résistance d'un octaèdre

On considère le circuit de la figure 3.6 de la présente page, chaque fil de liaison possède une résistance R . Déterminer la résistance totale entre les points A et B puis entre les points B et E.

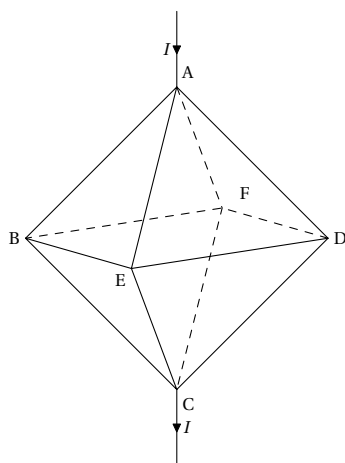


FIGURE 3.6 – Résistance d'un octaèdre.

Voir le corrigé [3.2.6 page 51](#) page 51

3.2.4 Corrigé de la question 3.2.1 page 46

Faux : Une augmentation de température correspond à une augmentation de l'agitation thermique des atomes, ions ou molécules, constituant un matériau. Cette agitation, dans les métaux, accroît l'importance des collisions subies par les électrons et donc de la résistivité. Avec la température, l'amplitude des oscillations des atomes autour de leur position de repos croît, tout se passe comme si leur volume apparent augmentait. Mais l'augmentation de la température accroît aussi en général le nombre des porteurs de charges et peut donc accroître la conductibilité du corps. Il en est ainsi, par exemple, des électrolytes (solides ou liquides) dont les porteurs de charge sont les ions qui les constituent. C'est ainsi que certains accumulateurs à électrolyte solide (alumine β) doivent d'abord être préalablement chauffés pour être assez conducteur et pouvoir fonctionner.

Pour les semi-conducteurs (carbone, germanium, silicium) l'augmentation de température augmente le nombre de porteur de charges (les électrons et les trous), cet effet est prépondérant sur l'accroissement de la gêne du passage des électrons et la résistance d'un semi-conducteur diminue à mesure que la température augmente.

3.2.5 Corrigé de l'exercice 3.2.2 page 46

1. le problème se simplifie en redessinant en ligne le réseau de résistances, comme montré sur la figure 3.7. Pour ce faire, on recense tous les chemins que le courant peut emprunter pour se rendre du point A au point B, en ne perdant pas de vue que le courant ne peut pas revenir en arrière. On considère par exemple que le point A est le point haut, le courant se dirigeant alors de A vers B. Dans notre cas, il y a trois chemins qui partent de A, et trois chemins qui arrivent en B. Le troisième chemin se subdivise en C, d'où deux chemins sont possibles pour arriver en D.

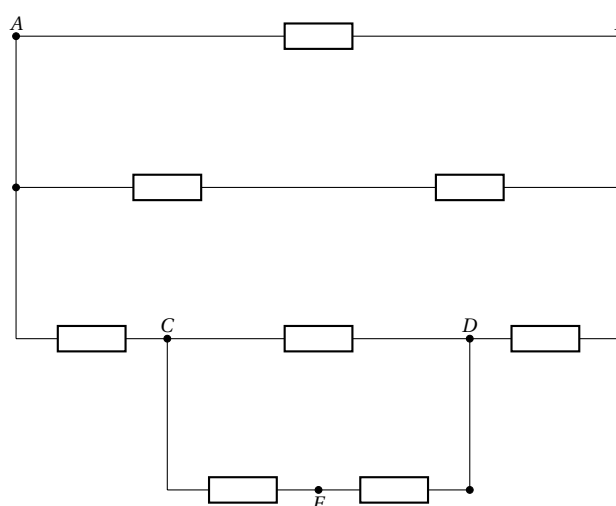


FIGURE 3.7 – Correction de l'exercice sur le réseau de résistances

Par la suite, il s'agit de déterminer la résistance de chaque branche, en

remontant progressivement vers les points A et B pour évaluer la résistance équivalente des trois chemins. On commence alors par regarder ce qui se passe entre les points C et D . On calcule :

$$R_{CD} = 100 \, \Omega // 200 \, \Omega = \frac{200 \times 100}{200 + 100} \approx 66,7 \, \Omega$$

Le troisième chemin est divisé entre C et D en un chemin via le point E et en un autre empruntant l'unique résistance de $100 \, \Omega$; ce troisième chemin a donc une résistance :

$$R_3 = 100 + 66,7 + 100 \approx 267 \, \Omega$$

Les chemins 1 et 2 ont des résistances respectives $R_1 = 100 \, \Omega$ et $R_2 = 200 \, \Omega$. Finalement, la résistance entre A et B vaut :

$$R_{AB} = 100 \, \Omega // 200 \, \Omega // 267 \, \Omega = \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{200} + \frac{1}{267}} = 53,3 \, \Omega$$

Ainsi, le générateur connecté aux bornes A et B voit une résistance de $53,3 \, \Omega$. Il délivre alors un courant :

$$I = \frac{100}{53,3} = 1,88 \, \text{A}$$

2. On peut gagner beaucoup de temps en utilisant pour cette seconde partie le principe de symétrie. En effet, si l'on fait subir au circuit une rotation de 180° autour de son axe vertical en pointillé sur la figure 3.8, cela transforme les points A et B en C et D . La figure 3.8 montre que le circuit reste inchangé.

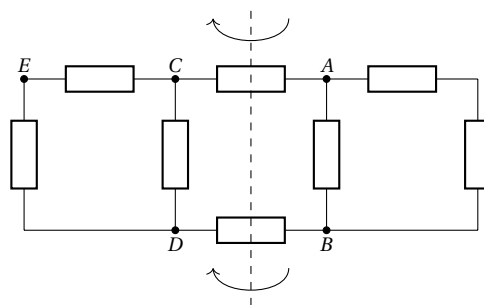
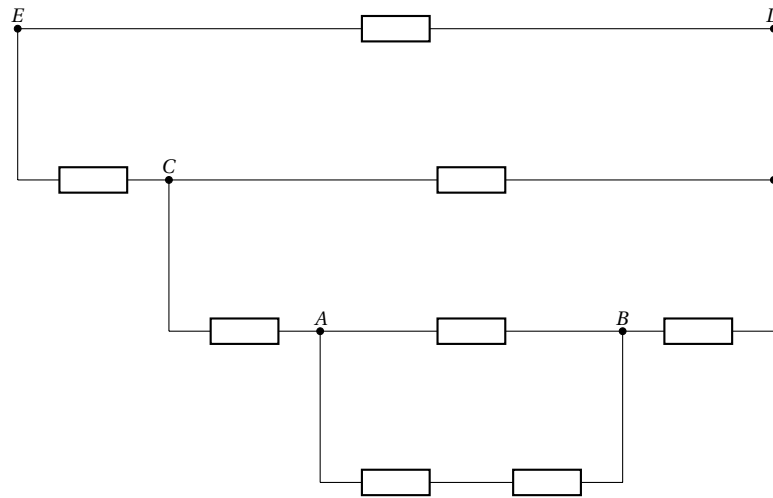


FIGURE 3.8 – Réseau de résistances

Ainsi, la résistance du circuit vu des bornes C et D est la même que celle du circuit vu des bornes A et B , que nous avons traitée dans la question précédente. On a donc $R_{CD} = 53,3 \, \Omega$ et un courant délivré par le générateur $I = 1,88 \, \text{A}$.



3. Supposons que le courant aille de E à D . Il y a au départ de E deux chemins, et trois qui se rejoignent en D . Comme le montre la figure 3.9, le second chemin se subdivise en effet au niveau du point C .

$$R_{AB} = 100 \, \Omega // 200 \, \Omega = 66,7 \, \Omega$$
$$R_{CD} = 100 \, \Omega // 267 \, \Omega = 72,7 \, \Omega$$
$$R_2 = 100 + 72,7 \simeq 173 \, \Omega$$
$$R_{ED} = 100 \, \Omega // 173 \, \Omega = 63,4 \, \Omega$$

Le générateur, connecté aux bornes E et D du circuit, voit cette fois une résistance de $6,34 \, \Omega$ et fournit donc un courant $I = \frac{100}{63,4} = 1,58 \text{ A}$.

3.2.6 Corrigé de l'exercice 3.2.3 page 47

La droite AB est un axe de symétrie donc les points C, D, E et F sont au même potentiel. Par conséquent, on peut relier ces points sans changer le comportement du circuit. Cela revient à court-circuiter les résistances CD, DE, EF et FC. On obtient le circuit de la figure 3.10 de la présente page. On a alors une résistance $R/4$ équivalente aux 4 résistances en parallèle entre A et le point central ; de même entre le point central et B. Finalement le circuit est équivalent à deux résistances $R/4$ en série soit une résistance totale égale à $R/2$.

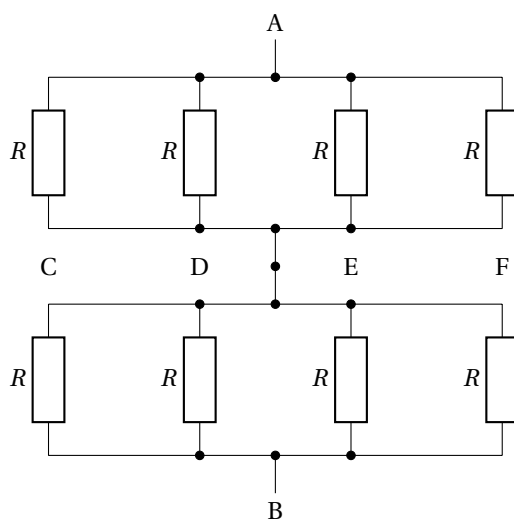


FIGURE 3.10 – Résistance d'un octaèdre.

Chapitre 4

Dipôles actifs linéaires

4.1 Caractéristiques d'un dipôle

4.1.1 Caractéristique d'un dipôle

4.1.1.1 Point de fonctionnement

Le comportement d'un dipôle est décrit par les valeurs de la tension u à ses bornes et du courant i qui le traverse : la dépendance, le lien entre ces deux valeurs est la conséquence des propriétés physiques du composant.

Le point de fonctionnement est le point M de coordonnées (u, i) dans un plan où la tension et le courant sont portés sur les axes du repère.

4.1.1.2 Caractéristique électrique

L'ensemble de tous les points de fonctionnements possibles, une infinité, constitue la caractéristique électrique du dipôle, c'est la fonction $u = f(i)$ ou bien $i = f^{-1}(u)$

4.2 Dipôles linéaires

Un dipôle est linéaire si la relation entre u , la tension entre les bornes du dipôle, et i , l'intensité qui le traverse, est décrit par une équation différentielle linéaire à coefficients constants de la forme :

$$a_0 u(t) + a_1 \frac{du(t)}{dt} + a_2 \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \dots + b_0 i(t) + b_1 \frac{di(t)}{dt} + b_2 \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \dots = F(t)$$

avec $F(t)$ indépendante de u et de i et $\forall(k, l)$, a_k et b_l constants.

Dans la suite de ce cours, nous nous limiterons à des dipôles pour lesquels interviendront au plus des dérivées premières par rapport au temps, dans l'équation

différentielle ci-dessus, a_n et b_n seront nuls pour $n > 1$. Ainsi, nous n'aurons affaire qu'à de simples relations affines entre l'intensité i et la tension u :

$$u = ai + b$$

Nous verrons que c'est le cas des résistances R . Ou bien à des équations différentielles du premier ordre :

$$a_1 \frac{du}{dt} + a_0 u + b_1 \frac{di}{dt} + b_0 i = f(t)$$

où $f(t)$ est une fonction du temps indépendante de la tension u et de l'intensité i et a_1 , a_0 , b_1 et b_0 des constantes. On verra au cours des paragraphes suivants que c'est le cas des bobines d'inductance L et des condensateurs de capacité C .

4.3 Dipôle de tension idéal

On appelle dipôle de tension *idéal* un dispositif qui impose une différence de potentiel constante aux bornes du circuit auquel il est relié, *quelle que soit l'intensité du courant qui le traverse*.

La caractéristique électrique d'un dipôle idéal de tension est montrée à la figure 4.1. On notera que la caractéristique située au-dessus de l'axe des abscisses correspond à un fonctionnement du dipôle en générateur, le courant sort par la borne +, alors que la partie de la caractéristique située sous l'axe des abscisses correspond à un fonctionnement en récepteur, le courant entre par la borne +.

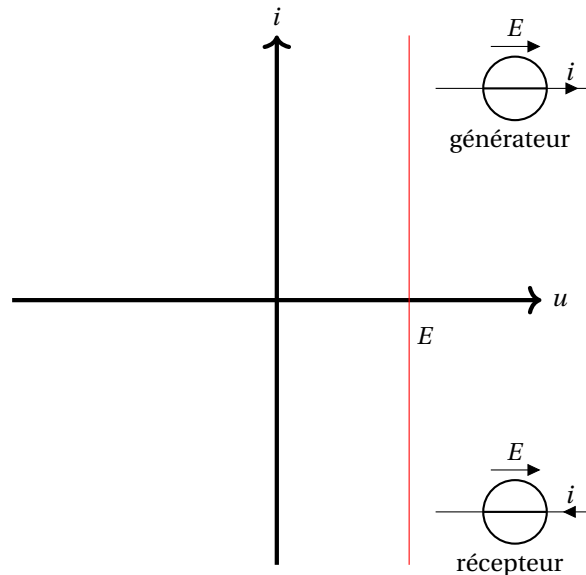


FIGURE 4.1 – Caractéristique électrique d'un dipôle de tension idéal.

Par définition même du composant, la tension u est indépendante de l'intensité du courant parcourant le circuit. $u = E$ est la *force électromotrice* de la source, soit

f.é.m. en abrégé, ou la *tension à vide* (la tension étant la même pour toute intensité, c'est notamment celle correspondant au cas $i = 0$ qui est la tension à vide par définition).

4.3.1 Fonctionnement en générateur

Lorsqu'un dipôle de tension idéal fonctionne en *générateur* il est analogue à une pompe centrifuge dans un circuit hydraulique. Dans une pompe centrifuge, il n'y a pas étanchéité parfaite entre les aubes du rouet et le corps de la pompe, ainsi le refoulement peut être hermétiquement fermé sans dommage pour la pompe, si cette situation ne dure pas trop longtemps tout de même. Une pompe centrifuge impose une différence de pression entre deux points d'un circuit hydraulique.

4.4 Dipôle de courant idéal

On appelle dipôle de courant *idéal* un dispositif traversé par un courant d'intensité constante *quelle que soit la tension à ses bornes et ce indépendamment du circuit*.

Le symbole ainsi que la caractéristique électrique d'un dipôle idéal de courant est montrée à la figure 4.2. On notera que la caractéristique située à droite de l'axe des ordonnées correspond à un fonctionnement du dipôle en générateur, le courant sort par la borne +, alors que la partie de la caractéristique située à gauche de l'axe des ordonnées correspond à un fonctionnement en récepteur, le courant entre par la borne +.

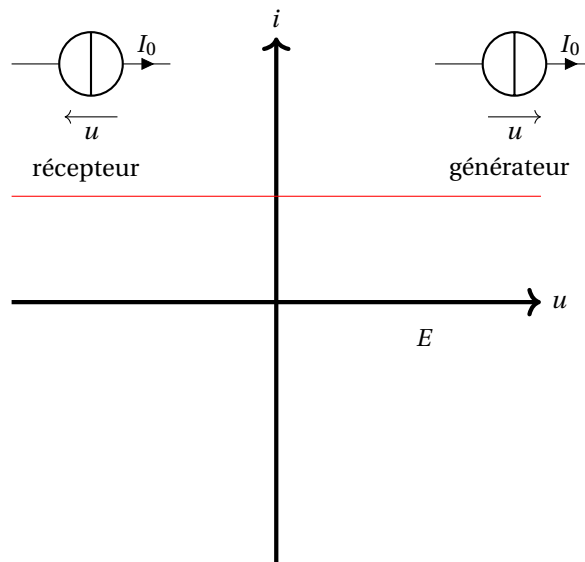


FIGURE 4.2 – Caractéristique électrique d'un dipôle de courant idéal.

La grandeur I_0 est appelée courant de court-circuit : elle est indépendante du circuit qui peut être n'importe quel dispositif et en particulier un fil de connexion

créant un court-circuit.

4.4.1 Fonctionnement en générateur

Lorsqu'un dipôle de courant idéal fonctionne en *générateur* il est analogue à une pompe volumétrique dans un circuit hydraulique. À la différence de la pompe centrifuge, il y a une étanchéité parfaite entre les parties qui mettent le fluide en mouvement et le corps de la pompe. Boucher le refoulement conduit à une élévation de pression généralement destructrice pour la pompe, il y a un clapet de décharge qui met en communication le refoulement et l'aspiration de la pompe en cas de forte surpression. La pompe volumétrique impose un débit constant dans le circuit hydraulique.

Chapitre 5

Dipôles passifs linéaires

On dit qu'un dipôle est linéaire si la tension à ses bornes $u(t)$ et l'intensité qui le traverse $i(t)$ sont liées, soit par une relation affine entre l'intensité i et la tension u :

$$u = \alpha i + \beta$$

On verra que c'est le cas des résistances de résistance R .

Soit par une équation différentielle linéaire à coefficients constants où l'intensité et/ou la tension varie en fonction des dérivées de l'une ou l'autre de ces grandeurs. Nous n'étudierons que le cas où il s'agit d'une équation différentielle du premier ordre :

$$a_1 \frac{du}{dt} + a_0 u + b_1 \frac{di}{dt} + b_0 i = f(t)$$

en notant $f(t)$ une fonction du temps indépendante de la tension u et de l'intensité i et a_1 , a_0 , b_1 et b_0 des constantes. Nous verrons dans la suite de ce cours que c'est le cas des bobines d'inductance L et des condensateurs de capacité C .

5.1 Caractéristique électrique

On appelle *caractéristique électrique* la relation entre la différence de potentiel aux bornes d'un dipôle et l'intensité du courant qui le traverse. La caractéristique électrique est indifféremment :

$$u = f(i) \quad \text{ou bien} \quad i = f^{-1}(u)$$

5.2 Résistance

La résistance est représentée à la figure 5.1. Une résistance est *toujours* un récepteur, elle transforme de l'énergie électrique en chaleur.

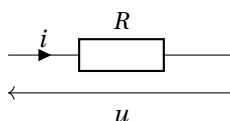


FIGURE 5.1 – Représentation de la résistance.

Si l'on fait varier l'intensité du courant électrique qui traverse une résistance R , la différence de potentiel à ses bornes est strictement proportionnelle à l'intensité :

$$u = R \cdot i$$

R est appelé résistance, elle est positive et s'exprime en ohms, de symbole Ω . La relation $u = Ri$ constitue la *loi d'Ohm* que vérifient tous les conducteurs *ohmiques*.

Les charges positives (courant conventionnel) ont du mal à circuler dans la résistance et il s'établit un gradient de potentiel de la sortie de la résistance à son point d'entrée. Le potentiel croît linéairement de du point de sortie du courant au point d'entrée. Imaginons un tuyau rempli de sable et dans lequel nous ferions circuler un liquide, un phénomène analogue aurait lieu. Les charges électriques qui traversent la résistance n'arrêtent pas de se cogner aux atomes constituant celle-ci, ce faisant ils communiquent de l'énergie à ces atomes dont l'amplitude de vibration autour de leur position de repos augmente, il y a échauffement : c'est ce que l'on nomme l'*effet Joule*. La puissance dissipée par effet Joule dans une résistance, puissance électrique transformée en chaleur, s'exprime par la formule :

$$P = R \cdot i^2$$

On peut également définir la conductance G comme l'inverse de la résistance :

$$G = \frac{1}{R}$$

G s'exprime en Ω^{-1} ou en siemens, de symbole S . On peut représenter cette relation en traçant l'intensité i traversant la résistance en fonction de la tension à ses bornes (on dit qu'on trace la caractéristique courant-tension de la résistance) :

REMARQUE : Une résistance est un dipôle uniquement passif. Elle peut seulement transformer de l'énergie électrique en chaleur et ne peut en aucun cas être générateur, fournir de l'énergie électrique.

5.2.1 Association de résistances en série

Les résistances sont toutes traversées par la même intensité i :

La différence de potentiel aux bornes de l'ensemble est la somme des différences de potentiel aux bornes de chaque résistance :

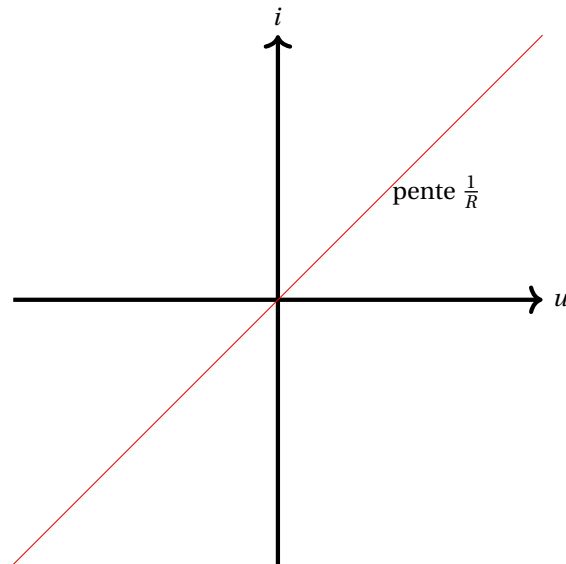


FIGURE 5.2 – Caractéristique électrique de la résistance.

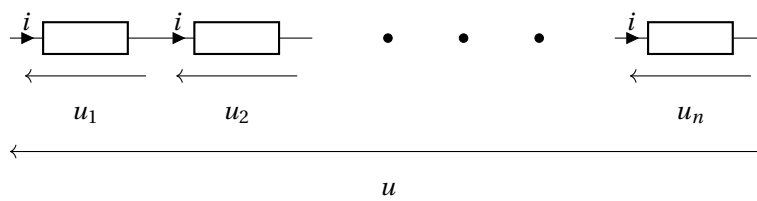


FIGURE 5.3 – Résistances en série.

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

en appliquant la loi d'Ohm, il vient :

$$u = R_1 i + R_2 i + \dots + R_n i = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) i = R_{\text{eq}} i \Rightarrow R_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n R_j$$

5.2.2 Association de résistances en parallèle

Les résistances ont toutes la même différence de potentiel à leurs bornes :

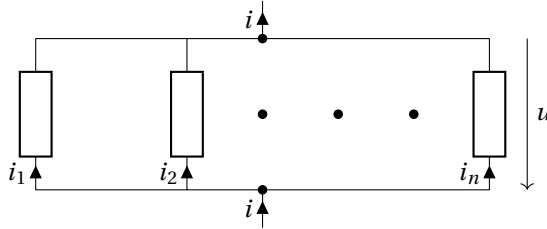


FIGURE 5.4 – Résistances en parallèle.

D'après la loi des nœuds, l'intensité entrant ou sortant de l'association parallèle est la somme des intensités traversant chaque dipôle :

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

La loi d'Ohm appliquée à chaque résistance permet d'exprimer l'intensité qui la traverse en fonction de la différence de potentiel à ses bornes : $i_n = \frac{U}{R_n}$, on a donc :

$$i = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \dots + \frac{u}{R_n} = \frac{u}{R_{\text{eq}}} \Rightarrow \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

ou

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

5.3 Bobine d'inductance L

5.3.1 Bobine et auto-induction

Une bobine est constituée d'un enroulement de spires conductrices. Le phénomène dit d'*auto-induction* crée aux bornes d'une bobine une tension u lorsque

le courant d'intensité i qui la traverse varie au cours du temps. La traduction mathématique de ce phénomène est la relation suivante entre u et i en convention récepteur :

$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

L est appelée inductance et s'exprime en henry, de symbole H. On la représente en convention récepteur par :

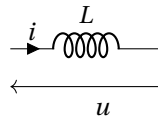


FIGURE 5.5 – Résistances en parallèle.

En régime continu, i est une constante et la relation précédente implique que $u = 0$: la bobine constitue alors un *court-circuit*, elle se comporte comme un simple fil. Mais la modélisation d'une bobine réelle nécessite de tenir compte d'une résistance interne due à la résistance du fil que constitue les enroulements.

5.3.2 Énergie emmagasinée dans une bobine d'inductance L

la relation tension - courant s'écrit pour une bobine d'inductance L : $u = L \cdot \frac{di}{dt}$. La puissance reçue se met alors sous la forme :

$$p = u(t) \cdot i(t) = L \cdot \frac{di}{dt} \cdot i(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right)$$

Sachant que la puissance est la dérivée de l'énergie par rapport au temps, l'expression précédente fait apparaître l'énergie instantanée d'une bobine d'inductance L , c'est-à-dire présente dans la bobine à un instant donné :

$$E = \frac{1}{2} Li^2$$

L'énergie est une fonction continue du temps c'est-à-dire qu'elle ne peut pas apparaître subitement. On déduit de la relation précédente que *l'intensité parcourant une bobine est une fonction continue du temps*.

La puissance reçue par une bobine peut changer de signe au cours du temps. Si E l'énergie stockée diminue (donc si $|i|$ diminue), p est négative : la bobine cède effectivement de l'énergie à l'extérieur et se comporte comme un générateur. En revanche, si l'énergie stockée augmente, p est positive : la bobine reçoit effectivement de l'énergie de l'extérieur et se comporte comme un récepteur.

5.3.3 Association de bobines

5.3.3.1 association en série

On a vu que l'association en série de dipôles vérifiait :

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

les dipôles étant parcourus par la même intensité i . Pour le cas où les dipôles sont des bobines d'inductances $L_1, L_2, \dots, L_n$:

$$u = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + \dots + L_n \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2 + \dots + L_n) \frac{di}{dt} \Rightarrow L_{eq} = \sum_{i=1}^n L_i$$

On retrouve la même loi d'association que pour les résistances.

5.3.3.2 association en parallèle

On a vu que l'association en parallèle vérifiait :

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

les dipôles ayant la même tension u à leurs bornes. Pour le cas où les dipôles sont des bobines d'inductances $L_1, L_2, \dots, L_n$:

$$u = L_1 \frac{di_1}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} = \dots = L_n \frac{di_n}{dt}$$

or $i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$, donc :

$$\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \dots + \frac{di_n}{dt}$$

soit l'inductance équivalente L_{eq} :

$$\frac{di}{dt} = \frac{u}{L_1} + \frac{u}{L_2} + \dots + \frac{u}{L_n} = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} \right) \cdot u \Rightarrow \frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$$

5.4 Condensateur de capacité C

5.4.1 Condensateur

Les condensateurs sont des composants constitués de :

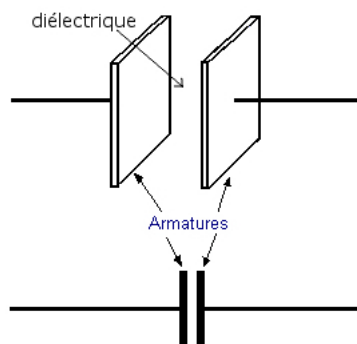


FIGURE 5.6 – Condensateur plan et symbole du condensateur

- deux conducteurs qui se font face et sont appelés armatures ;
- un matériau isolant, le diélectrique, situé entre les deux armatures.

Ils peuvent être de plusieurs formes : plan, cylindrique, etc.

Lorsqu'il est chargé, une des armatures du condensateur porte une charge $+q$ tandis que l'autre porte une charge $-q$. La modélisation la plus simple des condensateurs est celle d'une capacité C .

En électricité, on utilise la plupart du temps des condensateurs plans enroulés pour des raisons de gain de place, la structure d'un tel condensateur est représentée à la figure 8.2 :

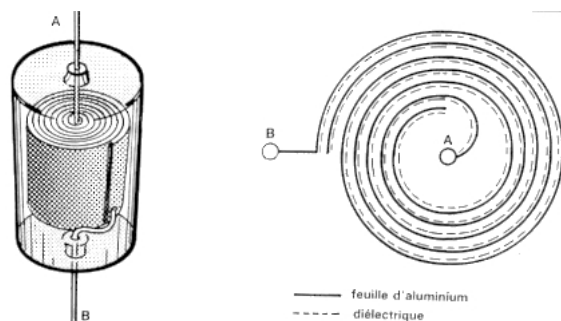


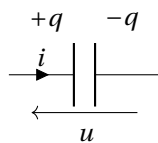
FIGURE 5.7 – Condensateur plan enroulé

5.4.2 Définition et représentation de la capacité

La capacité C est caractérisée par la relation entre la charge q et la tension appliquée aux bornes du condensateur u :

$$q = C \cdot u$$

On la représente comme montré à la figure 8.3 :

FIGURE 5.8 – Condensateur chargé par un courant i .

On notera l'importance du sens choisi pour l'intensité i par rapport à la position des charges $+q$ et $-q$: l'intensité i arrive sur l'armature de charge $+q$. Les capacités sont exprimées en farads, de symbole F.

5.4.3 Relation tension - intensité

L'arrivée d'un courant i sur une armature provoque une variation dq de la charge de l'armature et donc une variation $-dq$ sur l'autre pour assurer la conservation de la charge au niveau du composant. Un courant d'intensité i partira de la seconde armature même si les charges ne traversent pas physiquement l'isolant. On obtient bien un dipôle au sens où cela a été introduit. Ce mouvement de charge est relié à l'intensité qui « traverse »¹ le condensateur par la relation :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

où q est la charge de l'armature qui voit arriver le courant d'intensité i . Comme $q = C \cdot u$, on peut en déduire la relation :

$$i = C \frac{du}{dt}$$

entre l'intensité i parcourant le condensateur et la tension u à ses bornes.

REMARQUE : En régime continu, la tension aux bornes du condensateur est constante et l'intensité du courant est donc nulle : $i = 0$. Par conséquent, en régime continu, un condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.

5.4.4 Énergie emmagasinée dans un condensateur de capacité C

La puissance reçue par le condensateur se met sous la forme :

$$p = u(t) \cdot i(t) = u(t) \cdot C \cdot \frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C u^2 \right)$$

1. L'emploi du mot « traverse » est un abus de langage très utilisé, bien sûr le courant ne peut pas traverser l'isolant placé entre les deux armatures, par la simplification qu'il procure cet abus de langage est très utilisé

Comme dans le cas de la bobine, l'expression précédente fait apparaître l'énergie instantanée d'un condensateur de capacité C , c'est-à-dire présente dans le condensateur à un instant donné :

$$E = \frac{1}{2} C u^2$$

L'énergie est une grandeur continue dans le temps. De l'expression de l'énergie instantanée, on déduit que la tension aux bornes d'un condensateur de capacité C est une fonction continue du temps ainsi que la charge qui lui est proportionnelle. Il s'agit du même raisonnement que celui qui a permis d'établir que l'intensité traversant une bobine d'inductance L est continue. La puissance reçue par un condensateur peut changer de signe au cours du temps. Si E l'énergie diminue (donc si $|u|$ diminue), p est négative : le condensateur cède effectivement de l'énergie à l'extérieur et se comporte comme un générateur. En revanche, si l'énergie stockée augmente, p est positive : le condensateur reçoit effectivement de l'énergie de l'extérieur et se comporte comme un récepteur.

5.4.5 Association de condensateurs

5.4.5.1 association en série

On a vu que l'association en série de dipôles vérifiait :

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

les dipôles étant parcourus par la même intensité i . Pour le cas où les dipôles sont des condensateurs de capacité $C_1, C_2, \dots, C_n$:

$$\begin{cases} i = C_1 \frac{du_1}{dt} \\ i = C_2 \frac{du_2}{dt} \\ \vdots \\ i = C_n \frac{du_n}{dt} \end{cases}$$

Or

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n \Rightarrow \frac{du}{dt} = \frac{du_1}{dt} + \frac{du_2}{dt} + \dots + \frac{du_n}{dt}$$

d'où :

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \frac{i}{C_1} + \frac{i}{C_2} + \dots + \frac{i}{C_n} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) \cdot i \\ &\Rightarrow \frac{1}{C_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \end{aligned}$$

5.4.5.2 association en parallèle

On a vu que l'association en parallèle vérifiait :

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

les dipôles ayant la même tension u à leurs bornes. Pour le cas où les dipôles sont des condensateurs de capacité $C_1, C_2, \dots, C_n$:

$$\begin{aligned} i &= C_1 \cdot \frac{du}{dt} + C_2 \cdot \frac{du}{dt} + \dots + C_n \cdot \frac{du}{dt} = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \cdot \frac{du}{dt} \\ &\Rightarrow C_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n C_i \end{aligned}$$

Chapitre 6

Exercices

1. Un générateur de tension idéal $E = 10 \text{ V}$ alimente une résistance $R = 100 \Omega$.
Le courant I sortant par la borne positive du générateur a pour valeur :
(a) $I = -100 \text{ mA}$ (c) $I = 100 \text{ mA}$
(b) $I = -10 \text{ A}$ (d) $I = 10 \text{ A}$
2. Lorsque deux résistances sont associées en parallèle, la résistance équivalente à cette association est toujours :
(a) supérieure à la valeur la plus élevée des deux résistances ;
(b) inférieure à la valeur la plus faible des deux résistances ;
(c) inférieure à la valeur la plus élevée des deux résistances ;
(d) supérieure à la valeur la plus faible des deux résistances.
3. Un générateur de tension parfait $E = 10 \text{ V}$ alimente une résistance R réglable.
On veut que le courant débité par le générateur soit égal à $I = 50 \text{ mA}$. À quelle valeur faut-il régler la résistance ?
(a) $R = 200 \Omega$ (c) $R = 20 \Omega$
(b) $R = 50 \Omega$ (d) $R = 500 \Omega$
4. Un générateur de tension parfait $E = 10 \text{ V}$ est placé aux bornes d'un condensateur de capacité $C = 10 \mu\text{F}$. Soit U la tension aux bornes du condensateur et I le courant qui le traverse. On a :
(a) $U = 10 \text{ V}$ et $I = 0 \text{ A}$ (c) $U = 0 \text{ V}$ et $I = 0 \text{ A}$
(b) $U = 10 \text{ V}$ et $I = 0,1 \text{ mA}$ (d) $U = 0 \text{ V}$ et $I = 0,1 \text{ mA}$
5. Un générateur de tension parfait $E = 10 \text{ V}$ est placé aux bornes d'une bobine d'auto-inductance $L = 5 \text{ mH}$. Soit U la tension aux bornes de la bobine et I le courant qui la traverse. On a :

- (a) $U = 10 \text{ V}$ et $I \rightarrow +\infty$ (c) $U = 0 \text{ V}$ et $I \rightarrow +\infty$
 (b) $U = 10 \text{ V}$ et $I = 0 \text{ A}$ (d) $U = 0 \text{ V}$ et $I = 0 \text{ A}$
6. Un générateur de tension parfait $E = 10 \text{ V}$ est placé aux bornes de l'association série d'une résistance $R = 100 \Omega$ et d'une bobine d'auto-inductance $L = 5 \text{ mH}$. Soit U_L la tension aux bornes de la bobine, U_R la tension aux bornes de la résistance et I le courant qui traverse l'ensemble. On a :
- (a) $U_R = 10 \text{ V}$, $U_L = 0 \text{ V}$ et $I = 0 \text{ A}$ (c) $U_R = 0 \text{ V}$, $U_L = 10 \text{ V}$ et $I = 0 \text{ A}$
 (b) $U_R = 0 \text{ V}$, $U_L = 10 \text{ V}$ et $I = 100 \text{ mA}$ (d) $U_R = 10 \text{ V}$, $U_L = 10 \text{ V}$ et $I = 100 \text{ mA}$
7. Un générateur de tension parfait $E = 10 \text{ V}$ est placé aux bornes de l'association parallèle d'une résistance $R = 100 \Omega$ et d'une bobine d'auto-inductance $L = 5 \text{ mH}$. Soit U_L la tension aux bornes de la bobine et I le courant débité par le générateur. On a :
- (a) $U_L = 0 \text{ V}$ et $I \rightarrow +\infty$ (c) $U_L = 10 \text{ V}$ et $I \rightarrow +\infty$
 (b) $U_L = 0 \text{ V}$ et $I = 100 \text{ mA}$ (d) $U_L = 10 \text{ V}$ et $I = 100 \text{ mA}$
8. Un générateur de tension réel $E = 10 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$ est placé aux bornes d'une résistance R variable. Soit U la tension aux bornes du générateur réel, c'est-à-dire de l'ensemble (E, r) . Laquelle de ces propositions est vraie ?
- (a) Plus la valeur de R est faible plus la valeur de U augmente ;
 (b) plus la valeur de R est faible plus la valeur de U diminue ;
 (c) lorsque la valeur de R est voisine de celle de r , on a $U = 0 \text{ V}$;
 (d) lorsque $R \rightarrow +\infty$, on a $U = 0 \text{ V}$.
9. Un générateur de tension réel $E = 10 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$ est placé aux bornes d'une résistance $R = 9 \Omega$. Soit U la tension aux bornes de R . On a :
- (a) $U = 1 \text{ V}$ (c) $U = 9 \text{ V}$
 (b) $U = 8 \text{ V}$ (d) $U = 10 \text{ V}$
10. Un générateur de courant parfait alimente une résistance R quelconque. Une des propositions suivantes est fausse :
- (a) La tension U aux bornes du générateur de courant est nulle ;
 (b) la tension U aux bornes du générateur de courant dépend du courant qu'il débite ;
 (c) la tension U aux bornes du générateur de courant dépend de la valeur de la résistance ;
 (d) le courant dans la résistance est indépendant de la valeur de R .
11. Un générateur de courant parfait alimente deux résistances $R_1 = 10 \Omega$ et $R_2 = 10 \Omega$ placées en parallèle :
- (a) Les deux résistances sont parcourues par le même courant et ce courant vaut I ;

- (b) les deux résistances sont parcourues par le même courant et ce courant vaut $I/2$;
 (c) la tension aux bornes du générateur de courant est nulle ;
 (d) la tension aux bornes du générateur de courant est indéterminée.
12. Un ensemble de résistances $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$ et $R_3 = 20 \Omega$ est construit comme suit : R_2 et R_3 sont associées en parallèle et R_1 est placé en série avec cette association. Le tout est alimenté par un générateur de tension parfait $E = 10 \text{ V}$. Quelle est la valeur du courant I délivré par le générateur ?
- (a) $I = 350 \text{ mA}$ (c) $I = 860 \text{ mA}$
 (b) $I = 670 \text{ mA}$ (d) $I = 290 \text{ mA}$

Réponses :

- c. La résistance est traversée par un courant $I = \frac{E}{R} = \frac{10}{100} = 100 \text{ mA}$. Le courant est bien positif si on respecte la convention générateur : il est compté positivement si on l'oriente par une flèche qui sort de la borne positive du générateur.
- b. On a : $\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Supposons que R_1 soit la plus faible des résistances. L'expression $\frac{1}{R_{\text{eq}}}$ est bien toujours supérieure à $\frac{1}{R_1}$ puisqu'elle est la somme de $\frac{1}{R_1}$ et de $\frac{1}{R_2}$. Donc R_{eq} est bien inférieure à R_1 .
- a. On a $I = \frac{E}{R} \Rightarrow \frac{E}{I} = \frac{10}{50 \times 10^{-3}} = 200 \Omega$
- a. Aucun courant continu ne peut traverser le condensateur. Par conséquent, $I = 0$. Quant à la tension aux bornes du condensateur, elle est la même que celle aux bornes du générateur puisque les deux éléments sont connectés l'un à l'autre.
- c. En régime continu, la bobine, supposée parfaite, est équivalente à un court-circuit. Elle présentera à ses bornes la différence de potentiels imposée par le générateur mais se comportera comme une résistance infinie donc, en théorie, sera traversée par un courant infini. Dans la pratique, une bobine réelle présente toujours une résistance interne, ne serait-ce que celle des fils dont elle est constituée. Cela dit, l'intensité du courant peut être en l'occurrence très élevée.
- d. La bobine se comporte comme un simple court-circuit puisque l'on est en régime continu. Tout se passe comme si le circuit n'était composé que du générateur et de la résistance. On a donc :

$$I = \frac{E}{R} = \frac{10}{100} = 100 \text{ mA}; \text{quadet } U_R = 10 \text{ V}$$

La tension aux bornes de la bobine est bien évidemment nulle.

- c. Le générateur impose sa tension aux bornes de la résistance comme aux bornes de la bobine. On a donc $U_L = 10 \text{ V}$. Comme la bobine, en régime continu, est équivalente à un court-circuit, elle sera traversée par un courant théoriquement infini, que devra délivrer, toujours en théorie, le générateur.
- b. Plus la résistance est faible, plus l'intensité I du courant dans le circuit est élevée et plus la chute de tension aux bornes de r est importante. Cette chute

de potentiel est à retrancher de E et on a $U = E - rI$ qui diminue donc d'autant plus que I est élevé.

9. c. Le générateur alimente la résistance $R + r$ et le courant qui traverse le circuit a donc pour expression : $I = \frac{E}{R+r} = \frac{10}{1+9} = 1 \text{ A}$. On a donc : $U = RI = 9 \text{ V}$.
10. a. La proposition d est évidemment vraie puisque là se trouve l'intérêt de la source de courant : délivrer un courant constant quel que soit le dipôle qui lui est relié. Les trois autres propositions concernant la tension aux bornes du générateur, calculons son expression. Il s'agit de la même tension que celle qui se trouve aux bornes de la résistance puisque les deux éléments sont connectés l'un à l'autre. On a donc $U = RI$. Cela démontre que la tension U dépend à la fois de la résistance et de la source de courant, ce qui valide les propositions b et c et invalide la proposition a.
11. b. Il est évident que le courant I se sépare en deux courants égaux dans les deux résistances identiques et la loi des nœuds ne peut s'écrire autrement que $I = \frac{I}{2} + \frac{I}{2}$. La proposition a est donc manifestement fausse. Quant à la tension U aux bornes du générateur, elle n'est ni nulle, ni indéterminée. Elle est imposée par la tension qui apparaît aux bornes des résistances : $U = R \times \frac{I}{2}$.
12. c. La résistance équivalente au montage des 3 résistances a pour expression :

$$R_{\text{eq}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 5 + \frac{10 \times 20}{10 + 20} = 11,67 \text{ C}\Omega \quad \text{d'où} \quad I = \frac{E}{R_{\text{eq}}} = \frac{10}{11,67} \simeq 860 \text{ mA}$$

6.1 Vrai ou faux ?

Étudier chacune des propositions ci-dessous afin de déterminer si elle est vraie ou si elle est fausse.

1. Zazie à son père : « Tu m'as bien dit que le courant électrique c'est des électrons qui circulent dans les fils ? — Oui. — Ces électrons, ils doivent aller très, très vite ? — Beaucoup moins que tu ne le crois : comme ils passent leur temps à se cogner et à rebondir sur les atomes dans le fil, ils n'avancent finalement que très lentement, à moins d' $1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ en moyenne. — Bon alors si j'appuie sur le bouton de la sonnette à la porte du jardin, la sonnerie située dans la maison à 10 m de là sonnera quelques heures plus tard ! »
2. Un dipôle est dit linéaire si la tension à ses bornes et le courant qui le traverse sont proportionnels.
3. Le courant électrique circule positivement dans le sens opposé de celui des électrons.
4. La convention récepteur appliquée aux bornes d'un dipôle impose que tension et courant soient matérialisés par des flèches orientées dans le même sens.
5. En régime continu, une bobine est sans effet quelle que soit sa place dans le circuit.
6. En régime continu, un condensateur présente toujours une tension nulle à ses bornes.
7. Un générateur de tension parfait possède une résistance interne infinie.
8. Un générateur de courant parfait possède une résistance interne infinie.

9. Un condensateur chargé présente obligatoirement une tension non nulle à ses bornes.
10. Dans un circuit en régime sinusoïdal, tous les courants et tensions sont sinusoïdaux.
11. Dans un circuit alimenté par un générateur de tension, il ne peut y avoir que des tensions et des courants continus.
12. Deux résistances placées en série sont toujours parcourues par le même courant.
13. Deux condensateurs placés en parallèle sont toujours parcourus par le même courant.
14. Une bobine réelle possède toujours une résistance interne.
15. Un condensateur chargé ne peut perdre sa charge que si on le place aux bornes d'un circuit résistif.
16. La loi des nœuds résulte du fait qu'aucune charge électrique ne peut s'accumuler en un nœud d'un circuit.
17. Dans un circuit possédant 2 nœuds et 3 mailles, l'application des lois de Kirchhoff fournit un système de 5 équations distinctes.
18. La vitesse moyenne de progression des électrons dans un circuit électrique ordinaire parcouru par du courant continu d'intensité donnée est comparable à celle de la lumière.
19. Zazie tripote la batterie de voiture que son père vient de recharger. « N'y touche pas dit-il, tu vas prendre le jus. — M'en fiche, répond Zazie, c'est du 12 V, je ne risque rien ! — Petite ignorante, reprend son père, ça n'est pas la différence de potentiel qui compte, mais la quantité totale d'électricité accumulée ; plus de $100 \text{ A} \cdot \text{h}$, tu te rends compte, c'est pas comme une pile de lampe de poche ! ». Zazie hausse les épaules et lance à son père : « Je crois que tu n'as rien compris à l'électricité Papa... ».
20. Les oiseaux qui se posent sur une ligne à haute tension risquent l'électrocution.
21. Deux ampoules 110 V - 75 W en série alimentées en 220 V fournissent autant de lumière qu'une ampoule 220 V - 150 W de même rendement lumineux.
22. La résistance d'un conducteur est toujours une fonction croissante de la température.

RÉPONSES :

1. Faux : Les fils sont déjà plein d'électrons ! Lorsque Zazie appuiera sur le bouton de la sonnette, un champ électrique s'établira dans tout le circuit à la vitesse de la lumière et il mettra en mouvement les électrons en chaque point des fils, ceci dans un laps de temps extrêmement bref, indécélable pour un être humain. Ainsi, *tous* les électrons du fil se mettent en mouvement de manière quasi simultanée. Ceux dont le passage dans la sonnette la font sonner ne sont pas ceux qui sont passés dans le bouton poussoir actionnant la sonnette ; ces derniers arriveront des heures plus tard dans la sonnette, si Zazie garde le doigt sur le bouton aussi longtemps ! C'est comme lorsqu'on ouvre le robinet d'un tuyau d'arrosage. Si le tuyau est plein, l'eau sort presque tout de suite à l'extrémité du tuyau, même s'il est très long, l'onde de pression qui le parcourt à environ $1\,200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ met l'eau en mouvement presque immédiatement à notre échelle puisque le tuyau n'est pas très long. Mais c'est l'eau qui était

déjà là, au bout du tuyau, qui sort tout de suite et pas celle qui vient de sortir du robinet et qui n'arrivera au bout du tuyau que bien plus tard.

2. Faux : Un dipôle est linéaire si son équation de fonctionnement est une équation différentielle linéaire. Seule la résistance présente une proportionnalité entre courant et tension.
3. Vrai : Il s'agit là de la convention unanimement adoptée concernant le sens du courant.
4. Faux : C'est le contraire : tension et courant sont orientés en sens inverses.
5. Faux : En considérant qu'une bobine est équivalente à un court-circuit, autrement dit, un simple fil, elle peut néanmoins causer les dommages afférents généralement aux courts-circuits selon l'endroit où elle est placée. On ne peut donc pas dire qu'elle soit sans effet.
6. Faux : Un condensateur présente à ses bornes la tension que lui impose le reste du circuit.
7. Faux : C'est le contraire, plus la résistance interne est faible, meilleur est le générateur et il est considéré comme parfait si sa résistance interne est nulle.
8. Vrai : Ne pas oublier que l'imperfection d'un générateur de courant est modélisée par une résistance en parallèle qui doit être en théorie infinie pour ne pas perturber le courant issu du générateur.
9. Vrai : Charge du condensateur et tension à ses bornes sont proportionnelles. Pour avoir une tension nulle à ses bornes, le condensateur doit être déchargé.
10. Vrai : Même s'il existe des exemples de circuits qui transforment des signaux sinusoïdaux en signaux continus. Il s'agit de montages redresseurs qui seront étudiés en électronique dans le chapitre consacré aux diodes.
11. Faux : En fait c'est quand même vrai si l'on a affaire à un circuit fonctionnant réellement en régime continu. Mais il y a des exceptions, en particulier les montages oscillateurs qui, à partir de signaux continus, peuvent générer des signaux sinusoïdaux mais dans ce cas, on ne peut plus vraiment parler de régime continu.
12. Vrai : De toute évidence, c'est la définition du montage en série.
13. Faux : La loi des nœuds s'applique à tous les types de dipôles.
14. Vrai : Il s'agit de la résistance des fils qui constituent la bobine. On représente alors une bobine réelle comme un dipôle constitué de l'association en série de son auto-inductance et de sa résistance interne.
15. Faux : Un condensateur, même isolé, finit par perdre sa charge à cause des courants de fuite dont il est le siège. Mais cela peut prendre beaucoup de temps.
16. Vrai : Tous les électrons qui arrivent vers un nœud en repartent systématiquement et instantanément.
17. Faux : S'il existe uniquement deux nœuds, l'application de la loi des nœuds sur chacun d'entre eux donnera la même équation. De même, si un circuit possède trois mailles, une de ces mailles sera en fait une combinaison des deux autres et une des trois équations sera obligatoirement une combinaison des deux autres. En l'occurrence, l'application des lois de Kirchhoff fournit trois équations indépendantes.
18. Faux : La vitesse de progression des électrons est de l'ordre de $1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ donc considérablement inférieure à celle de la lumière.

19. Vrai : Le père de Zazie devrait rafraîchir ses connaissances en électricité... C'est bien la différence de potentiel de la batterie et la résistance du corps humain qui déterminent l'intensité du courant éventuel qui circulerait à travers Zazie. Ici on aurait une intensité de l'ordre de $I = \frac{U}{R} = \frac{12}{2000} = 6 \text{ mA}$, trop faible pour être dangereuse. La quantité d'électricité accumulée dans la batterie n'a absolument rien à voir avec son éventuelle dangerosité.
20. Faux : L'oiseau ne se pose que sur un seul câble, il n'y a donc aucune différence de potentiel entre ses pattes, donc aucun courant qui circule dans l'oiseau, donc aucun danger. Les câbles d'une telle ligne sont beaucoup trop éloignés les uns des autres pour que les pattes d'un oiseau puisse entrer en contact avec deux câbles. De plus les pattes d'un oiseau sont très peu distantes l'une de l'autre, on ne peut même pas craindre une « tension de pas », tension qui apparaîtrait entre les pattes de l'oiseau posé sur un même câble et due à la circulation d'une très forte intensité (foudre).
21. Vrai : Chacune des deux ampoules est alimentée sous sa tension nominale de 110 V.
22. Faux : Une augmentation de température correspond à une augmentation de l'agitation thermique des atomes, ions ou molécules, constituant un matériau. Cette agitation, dans les métaux, accroît l'importance des collisions subies par les électrons et donc de la résistivité. Mais elle accroît aussi en général la mobilité des porteurs de charges et peut donc accroître la conductibilité du corps. Il en est ainsi, par exemple, des électrolytes (solides ou liquides) dont les porteurs de charge sont les ions qui les constituent. C'est ainsi que certains accumulateurs à électrolyte solide (alumine β doivent d'abord être préalablement chauffé pour être assez conducteur et pouvoir fonctionner. Pour les semi-conducteurs (carbone, germanium, silicium) l'augmentation de température augmente le nombre de porteur de charges (les électrons et les trous), cet effet est prépondérant sur l'accroissement de la gêne du passage des électrons et la résistance d'un semi-conducteur diminue à mesure que la température augmente.

Chapitre 7

Les grands théorèmes

7.1 Introduction

7.2 Théorème de Thévenin

En 1883, LÉON CHARLES THÉVENIN énonça le théorème suivant :

Vu de deux points quelconques, un réseau électrique ne contenant que des dipôles linéaires est équivalent à un générateur de tension parfait E_{Th} en série avec une résistance R_{Th} .

La f.é.m. E_{Th} du générateur de tension est égale à la différence de potentiels à vide entre les deux points depuis lesquels on considère le réseau électrique.

La résistance R_{Th} est égale à celle que l'on mesure entre les deux points depuis lesquels on considère le réseau électrique lorsque les générateurs indépendants sont éteints, c'est-à-dire rendus passifs.

7.2.1 Théorème de Thévenin original

La formulation du théorème de THÉVENIN s'est améliorée, simplifiée et affinée avec le temps. Le lecteur pourra en juger en lisant la forme originelle du théorème de THÉVENIN telle qu'elle a été publiée dans les extraits des comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences publiés par Messieurs les secrétaires perpétuels dans le tome quatre-vingt-dix-septième de juillet - décembre 1883. Le texte en italique reproduit l'original.

ÉLECTRICITÉ. - Sur un nouveau théorème d'électricité dynamique. Note de M. L. THÉVENIN. (page 159)

Théorème. Étant donné un système quelconque de conducteurs linéaires reliés¹, et renfermant des forces électromotrices quelconques $E_1, E_2, \dots, E_n$ réparties d'une manière quelconque, on considère deux points A et A' appartenant au système et

1. De façon qu'aux extrémités de chacun d'eux aboutisse au moins un second conducteur.

possédant actuellement des potentiels V et V' . Si l'on vient à réunir les points A et A' par un fil ABA' de résistance r , ne contenant pas de force électromotrice, les potentiels des points A et A' prennent des valeurs différentes de V et V' , mais le courant i qui circule dans ce fil est donné par la formule $i = \frac{V - V'}{r + R}$, dans laquelle R représente la *résistance du système primitif, mesurée entre les points A et A' considérés comme électrodes.* »

Ainsi, la formule d'Ohm est applicable, non seulement aux circuits électromoteurs simples et présentant des pôles bien définis, comme une pile ou une machine à courant constant, mais à un réseau quelconque de conducteurs, que l'on peut dès lors considérer comme un électromoteur à pôles arbitraires, dont la force électromotrice est, dans chaque cas, égale à la différence des potentiels *préexistant* aux deux points choisis pour pôles.

Cette règle, qui ne semble pas avoir été indiquée jusqu'à ce jour, est d'un usage très commode dans certains calculs de théorie. Au point de vue pratique, elle permet d'évaluer immédiatement, au moyen de deux données faciles à obtenir expérimentalement, l'intensité du courant qui traversera un branchement que l'on viendrait à greffer sur un réseau quelconque de conducteurs, sans que l'on ait à se préoccuper autrement de la constitution intime de ce réseau.

Pour démontrer le théorème, supposons qu'on introduise dans le conducteur ABA' une force électromotrice $-E$, égale et opposée à la différence de potentiel $V - V'$. Il est clair qu'aucun courant ne traversera le conducteur ABA' . Ainsi, le système des forces électromotrices $-E, E_1, E_2, \dots, E_n$ donne lieu à une distribution de courants, parmi lesquels celui qui traverse le conducteur ABA' est nul.

Supposons maintenant que, dans ce même conducteur, on introduise, conjointement avec la première, une seconde force électromotrice $+E$, égale à la différence de potentiel $V - V'$, et de même sens. En vertu du principe de l'indépendance des forces électromotrices simultanées, la force $+E$ donne naissance à une nouvelle distribution de courants, qui se superpose simplement à la précédente. Parmi ces nouveaux courants, celui qui traverse le conducteur ABA' est précisément le courant cherché i , puisque les effets des forces $+E$ et $-E$, égales et opposées, s'annulent.

Le courant i étant dû à la seule force $+E = V - V'$, dont le siège est dans la branche r , on peut, en appelant R une certaine résistance, écrire, d'après la formule d'Ohm, $i = \frac{V - V'}{r + R}$. D'ailleurs, la signification de la quantité R apparaît immédiatement ; c'est la résistance d'un fil pouvant remplacer entre les points A et A' le réseau primitif de conducteurs, sans que le débit propre d'une source constante d'électricité qui existerait dans la branche r en soit modifié. La quantité R a donc une signification physique précise, et on peut l'appeler la résistance du réseau primitif mesurée entre les points A et A' considérés comme électrodes. L'énoncé du théorème résulte immédiatement de cette définition.

7.3 Théorème de Norton

En 1926, soit 43 ans après l'énoncé du théorème de THÉVENIN, EDWARD LAWRY NORTON énonça le théorème de NORTON qui établit que tout circuit linéaire est équivalent à une source de courant idéale I_N , en parallèle avec une simple résistance R_N . Ce théorème est le dual du théorème de THÉVENIN. Les sources de courant

étaient moins faciles à produire que les sources de tension. En effet, pour constituer une source de courant il faut soit une dynamo entraînée à couple constant (dynamo inventée en 1880), soit un dispositif électronique (naissance de l'électronique en 1907), cela peut expliquer le retard de l'apparition du théorème de NORTON sur celui de THÉVENIN.

7.4 Exercices

7.4.1 Exercice n°1 sur le théorème de Millman

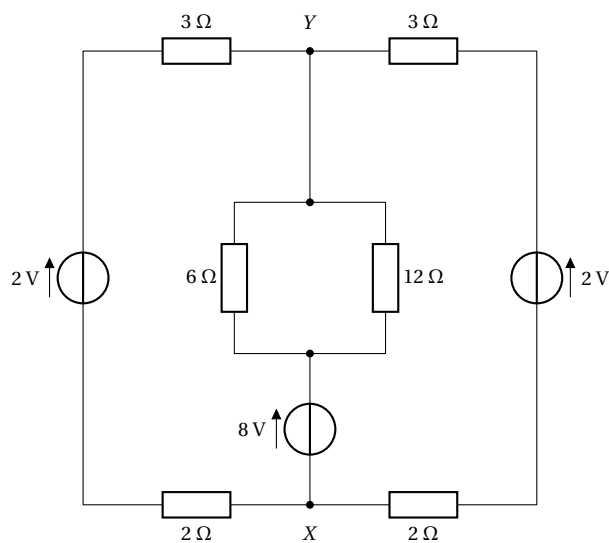


FIGURE 7.1 – Exercice n°2

Calculer la différence de potentiel entre les nœuds Y et X du circuit de la figure 7.1.

Voir la correction page suivante

7.5 Correction des exercices

7.5.1 Corrigés de l'exercice 7.4.1 page précédente

La première chose à faire est de réduire les deux résistances de 6 Ω et 12 Ω en parallèle à leur résistance équivalente. Soit $6 // 12 = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4 \Omega$.

En attribuant au point X le potentiel 0, le théorème de Millman permet d'écrire :

$$V_Y = \frac{\frac{2}{2+3} + \frac{8}{4} + \frac{2}{2+3}}{\frac{1}{2+3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2+3}} = 4,3 \text{ V}$$

Donc : $V_{XY} = 4,3 \text{ V}$

Chapitre 8

Condensateurs

Les condensateurs sont des composants constitués de :

- deux conducteurs qui se font face et sont appelés armatures ;
- un matériau isolant, le diélectrique, situé entre les deux armatures.

Ils peuvent être de plusieurs formes : plan, cylindrique, etc.

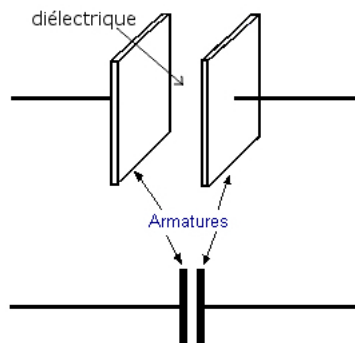


FIGURE 8.1 – Condensateur plan et symbole du condensateur

Lorsqu'il est chargé, une des armatures du condensateur porte une charge $+q$ tandis que l'autre porte une charge $-q$. La modélisation la plus simple des condensateurs est celle d'une capacité C .

En électricité, on utilise la plupart du temps des condensateurs plans enroulés pour des raisons de gain de place, la structure d'un tel condensateur est représentée à la figure 8.2 :

8.1 Définition et représentation de la capacité

La capacité C est caractérisée par la relation entre la charge q et la tension appliquée aux bornes du condensateur u :

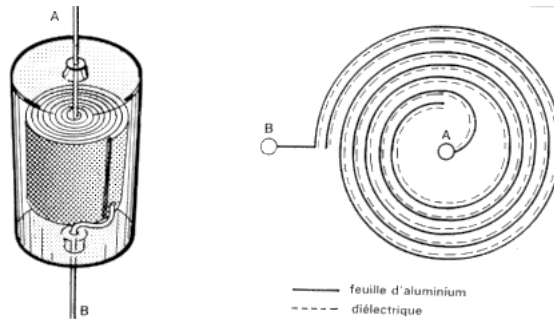
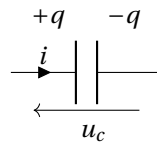


FIGURE 8.2 – Condensateur plan enroulé

$$q = C \cdot u_c$$

On la représente comme montré à la figure 8.3 :

FIGURE 8.3 – Condensateur chargé par un courant i .

On notera l'importance du sens choisi pour l'intensité i par rapport à la position des charges $+q$ et $-q$: l'intensité i arrive sur l'armature de charge $+q$. Les capacités sont exprimées en farads, de symbole F.

8.2 Relation tension - intensité

L'arrivée d'un courant i sur une armature provoque une variation dq de la charge de l'armature et donc une variation $-dq$ sur l'autre pour assurer la conservation de la charge au niveau du composant. Un courant d'intensité i partira de la seconde armature même si les charges ne traversent pas physiquement l'isolant. On obtient bien un dipôle au sens où cela a été introduit. Ce mouvement de charge est relié à l'intensité qui « traverse »¹ le condensateur par la relation :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

où q est la charge de l'armature qui voit arriver le courant d'intensité i . Comme $q = C \cdot u$, on peut en déduire la relation :

1. L'emploi du mot « traverse » est un abus de langage très utilisé, bien sûr le courant ne peut pas traverser l'isolant placé entre les deux armatures, par la simplification qu'il procure cet abus de langage est très utilisé

$$i = C \frac{du}{dt}$$

entre l'intensité i parcourant le condensateur et la tension u à ses bornes.

REMARQUE : En régime continu, la tension aux bornes du condensateur est constante et l'intensité du courant est donc nulle : $i = 0$. Par conséquent, en régime continu, un condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.

8.3 Énergie emmagasinée dans un condensateur de capacité C

La puissance reçue par le condensateur se met sous la forme :

$$p = u(t) \cdot i(t) = u(t) \cdot C \cdot \frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C u^2 \right)$$

Comme dans le cas de la bobine, l'expression précédente fait apparaître l'énergie instantanée d'un condensateur de capacité C , c'est-à-dire présente dans le condensateur à un instant donné :

$$E = \frac{1}{2} C u^2$$

L'énergie est une grandeur continue dans le temps. De l'expression de l'énergie instantanée, on déduit que la tension aux bornes d'un condensateur de capacité C est une fonction continue du temps ainsi que la charge qui lui est proportionnelle. Il s'agit du même raisonnement que celui qui a permis d'établir que l'intensité traversant une bobine d'inductance L est continue. La puissance reçue par un condensateur peut changer de signe au cours du temps. Si E l'énergie diminue (donc si $|u|$ diminue), p est négative : le condensateur cède effectivement de l'énergie à l'extérieur et se comporte comme un générateur. En revanche, si l'énergie stockée augmente, p est positive : le condensateur reçoit effectivement de l'énergie de l'extérieur et se comporte comme un récepteur.

8.4 Association de condensateurs

8.4.1 Association en série

On a vu que l'association en série de dipôles vérifiait :

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

les dipôles étant parcourus par la même intensité i . Pour le cas où les dipôles sont des condensateurs de capacité $C_1, C_2, \dots, C_n$:

$$\begin{cases} i = C_1 \frac{du_1}{dt} \\ i = C_2 \frac{du_2}{dt} \\ \vdots \\ i = C_n \frac{du_n}{dt} \end{cases}$$

Or

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n \Rightarrow \frac{du}{dt} = \frac{du_1}{dt} + \frac{du_2}{dt} + \dots + \frac{du_n}{dt}$$

d'où :

$$\frac{du}{dt} = \frac{i}{C_1} + \frac{i}{C_2} + \dots + \frac{i}{C_n} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) \cdot i$$

d'où :

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}}$$

8.4.2 Association en parallèle

On a vu que l'association en parallèle vérifiait :

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

les dipôles ayant la même tension u à leurs bornes. Pour le cas où les dipôles sont des condensateurs de capacité $C_1, C_2, \dots, C_n$:

$$i = C_1 \cdot \frac{du}{dt} + C_2 \cdot \frac{du}{dt} + \dots + C_n \cdot \frac{du}{dt} = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \cdot \frac{du}{dt}$$

d'où :

$$\boxed{C_{eq} = \sum_{i=1}^n C_i}$$



FIGURE 8.4 – Batterie de condensateurs dans un réseau de distribution de l'énergie électrique

8.5 Charge du condensateur

On considère le circuit de la figure 8.5 constitué d'une résistance R en série avec un condensateur de capacité C , l'ensemble étant soumis à une tension U_0 . À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

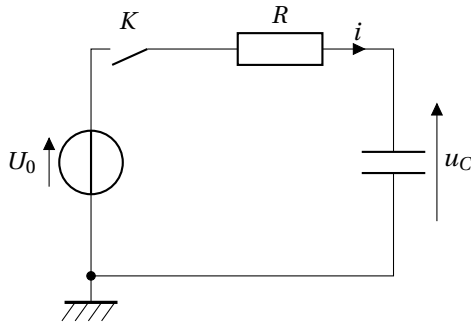


FIGURE 8.5 – Circuit de charge d'un condensateur à tension constante.

On cherche à déterminer l'expression de l'intensité $i(t)$ et de la tension $u_C(t)$. En considérant un condensateur initialement déchargé, avant la fermeture de K on a : $i = 0$ et $u_C = 0$. Si on attend suffisamment longtemps, on constate expérimentalement que $u_C = U_0$ et que i est redevenu nul. Mais comment évoluent ces grandeurs i et u_C au cours du temps ?

Pour le savoir, il faut écrire et résoudre une équation différentielle. La loi des mailles donne :

$$U_0 = Ri + u_C$$

Or la relation entre l'intensité traversant un condensateur et la tension à ses bornes s'écrit :

$$q = Cu_C \Rightarrow \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \Rightarrow i = C \frac{du_C}{dt}$$

On obtient alors l'équation différentielle suivante :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{1}{RC} U_0$$

Soit, en posant $\tau = RC$:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = \frac{U_0}{\tau}$$

Il s'agit d'une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants, dont le second membre est une constante : $\frac{U_0}{\tau}$. Le cours de mathématiques nous indique que la fonction solution d'une telle équation est une exponentielle :

$$u_C(t) = ae^{-\frac{t}{\tau}} + b$$

où a et b sont des constantes.

Nous pouvons déterminer les constantes a et b à l'aide des conditions aux limites, c'est à dire ce qui se passe lorsque $t = 0^+$, juste après la fermeture de l'interrupteur K et ce qui se passe lorsqu'on attend suffisamment longtemps, c'est-à-dire lorsque $t \rightarrow +\infty$.

Pour $t = 0^+$, un oscilloscope nous permettrait de constater que $u_C = 0$, nous avons donc une première égalité :

$$0 = ae^{-\frac{0}{\tau}} + b \implies a + b = 0 \implies a = -b$$

Pour $t \rightarrow +\infty$, on constate que $u_C = U_0$. Sachant que $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$, nous obtenons la deuxième égalité :

$$U_0 = b$$

Il vient $a = -b = -U_0$ et donc :

$$u_C = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Si on représente u_C en fonction du temps, on obtient le tracé [8.6 page suivante](#).

L'intensité peut s'en déduire :

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \frac{CU_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

L'intensité en fonction du temps est représenté sur la figure [8.7 page suivante](#). On constate que l'intensité est maximum ($\frac{U_0}{R}$) pour $t = 0^+$, juste après la fermeture de l'interrupteur K . À cet instant le condensateur se comporte comme un court-circuit, comme un fil sans résistance. Ensuite, au fur et à mesure que le condensateur se charge, il acquiert une force contre électromotrice qui provoque la diminution de l'intensité, jusqu'au moment où la f.c.é.m. devient égale à U_0 et où le courant s'annule.

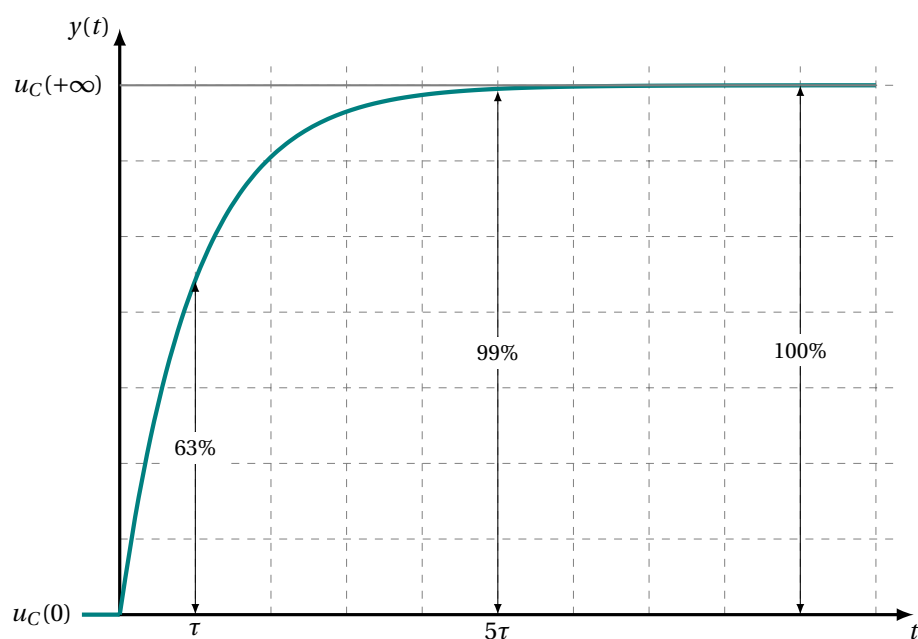


FIGURE 8.6 – Évolution de la tension aux bornes d'un condensateur chargé à tension constante à travers une résistance

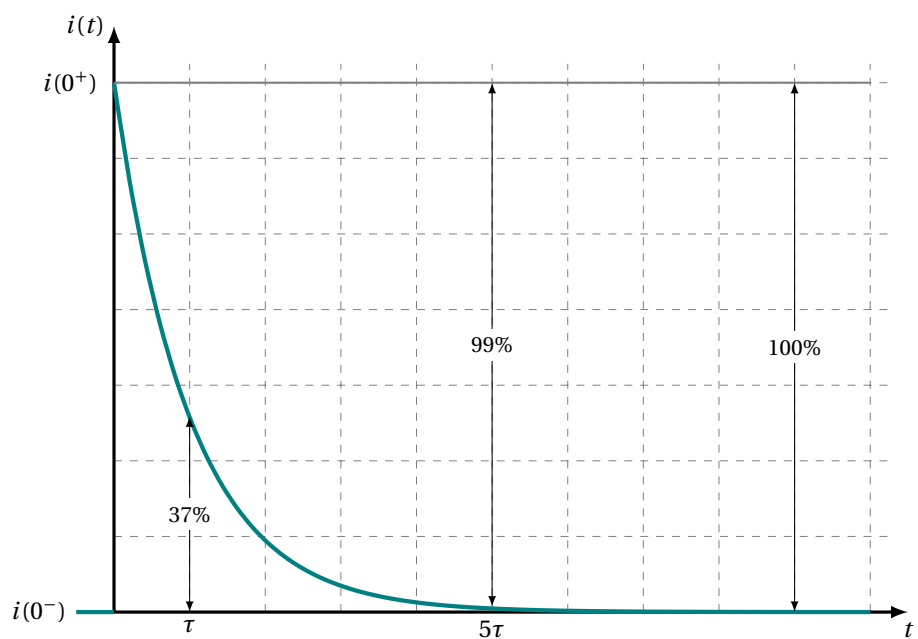


FIGURE 8.7 – Évolution de l'intensité lors de la charge d'un condensateur à tension constante à travers une résistance

8.6 Décharge du condensateur

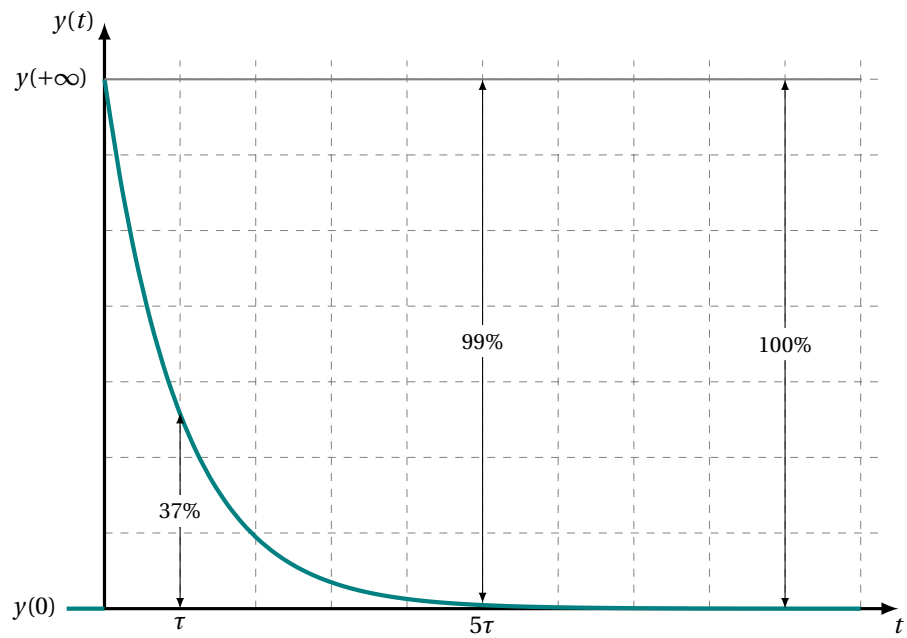


FIGURE 8.8 – Charge d'un condensateur à tension constante à travers une résistance

8.7 Exercices

8.7.1 Charge prise par un condensateur

On charge un condensateur de $400\ \mu\text{F}$ sous $500\ \text{V}$. Calculer la charge Q prise par chacune des armatures ainsi que l'énergie emmagasinée par le condensateur.

Voir corrigé page suivante

8.7.2 Capacité équivalente

Calculer la capacité équivalente de l'ensemble de condensateurs de la figure 8.9 de la présente page. Quelle est la charge prise par chaque condensateur ? Quelle est la d.d.p. aux bornes de chacun ?

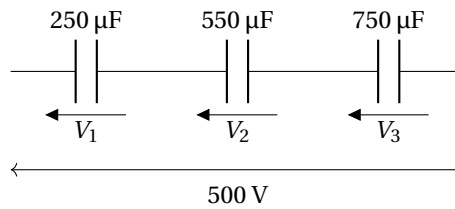


FIGURE 8.9 – Condensateurs en série.

Voir corrigé page ci-contre

8.8 Correction des exercices

8.8.1 Corrigé de l'exercice 8.7.1 page précédente

La charge est égale à $Q = c \cdot V = 400 \cdot 10^{-6} \times 500 = 200 \text{ mC}$.

L'énergie emmagasinée est : $W = \frac{1}{2} V \cdot V^2 = \frac{1}{2} Q \cdot V = 0,5 \times 200 \cdot 10^{-3} \times 500 = 50 \text{ J}$.

8.8.2 Corrigé de l'exercice 8.7.2 page ci-contre

Les trois condensateurs sont en série, on a donc :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{250 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{550 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{750 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow C_{eq} = 139,83 \mu\text{F}$$

Chaque condensateur acquiert la d.d.p. : $V_i = \frac{Q}{C_i} \frac{C_{eq} \cdot V}{C_i}$

$$\text{Soit : } V_1 = \frac{C_{eq} \cdot V}{C_1} = \frac{139,83 \cdot 10^{-6} \times 500}{250 \cdot 10^{-6}} = 279,66 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{C_{eq} \cdot V}{C_2} = \frac{139,83 \cdot 10^{-6} \times 500}{550 \cdot 10^{-6}} = 127,12 \text{ V}$$

$$V_3 = \frac{C_{eq} \cdot V}{C_3} = \frac{139,83 \cdot 10^{-6} \times 500}{750 \cdot 10^{-6}} = 93,22 \text{ V}$$

Chapitre 9

Inductances

9.1 Bobine d'inductance L

Une inductance est un composant qui accumule de l'énergie électrique dans un champ magnétique, ce faisant, elle s'oppose aux variations de l'intensité du courant électrique.

Une inductance est constituée par un conducteur électrique enroulé de manière à former un certain nombre de spires comme le montre la figure 9.1. Celles-ci peuvent être enroulées sur un noyau de matériau ferromagnétique comme le montre la figure 9.2 [page suivante](#)

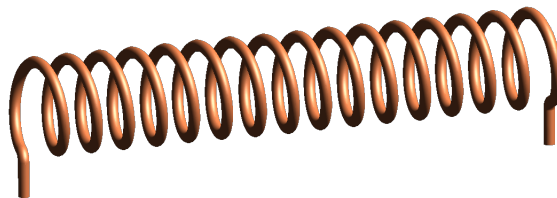


FIGURE 9.1 – Inductance

Une bobine est constituée de fil de cuivre ou d'aluminium, isolé, enroulé autour d'un noyau dont la section est généralement circulaire. À dimensions égales, si le noyau est à base de fer, l'inductance sera plus élevée.

Le phénomène dit d'*auto-induction* crée aux bornes d'une bobine une tension u_L lorsque le courant d'intensité i qui la traverse varie au cours du temps. La traduction mathématique de ce phénomène est la relation suivante entre u_L et i en convention récepteur :

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$$

L est appelée inductance et s'exprime en Henry , de symbole H. On la représente en convention récepteur par les symboles suivant :

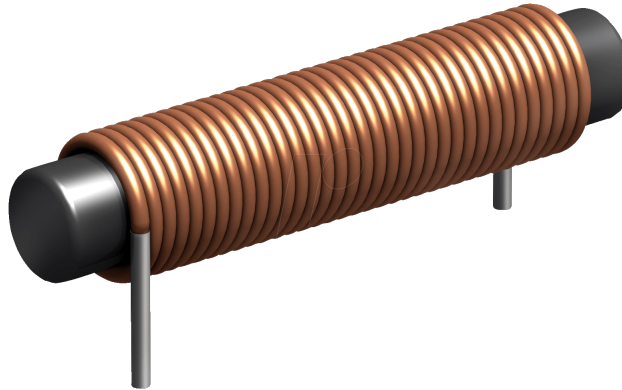


FIGURE 9.2 – Inductance à noyau

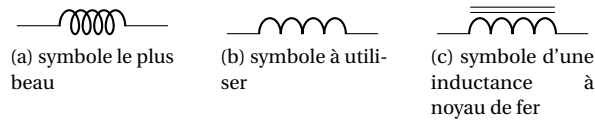


FIGURE 9.3 – Symboles d'une inductance

En régime continu, i est une constante et la relation précédente implique que $u = 0$, la bobine constitue alors un *court-circuit*, elle se comporte comme un simple fil. Mais la modélisation d'une bobine réelle nécessite de tenir compte d'une résistance interne due à la résistance du fil que constitue les enroulements ($r = \rho \frac{\ell}{s}$).

9.2 Énergie emmagasinée dans une inductance L

Une inductance est un composant qui accumule de l'énergie électrique dans un champ magnétique, ce faisant, elle s'oppose aux variations de l'intensité du courant électrique.

la relation tension-courant s'écrit pour une inductance L : $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$. La puissance reçue se met alors sous la forme :

$$p = u(t) \cdot i(t) = L \cdot \frac{di}{dt} \cdot i(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 \right)$$

Sachant que la puissance est la dérivée de l'énergie par rapport au temps, l'expression précédente fait apparaître l'énergie instantanée d'une inductance L , c'est-à-dire l'énergie présente dans la bobine à un instant donné :

$$W_L = \frac{1}{2} L i^2$$

L'énergie est une fonction continue du temps c'est-à-dire qu'elle ne peut pas

apparaître subitement. On déduit de la relation précédente que *l'intensité parcourant une bobine est une fonction continue du temps*.

La puissance reçue par une bobine peut changer de signe au cours du temps. Si l'énergie stockée W_L diminue, donc si $|i|$ diminue, alors p est négative : la bobine cède effectivement de l'énergie à l'extérieur et se comporte comme un générateur. Pour cela, de l'énergie magnétique est retransformée en énergie électrocinétique. En revanche, si l'énergie stockée augmente, p est positive : la bobine reçoit effectivement de l'énergie de l'extérieur et se comporte comme un récepteur, de l'énergie électrocinétique est transformée en énergie magnétique stockée dans le champ magnétique dans et en-dehors de la bobine.

9.3 Charge d'une inductance

9.3.1 Évolution de l'intensité en fonction du temps

Considérons le schéma 9.4. Il s'agit d'un circuit permettant de charger une inductance en énergie magnétique.

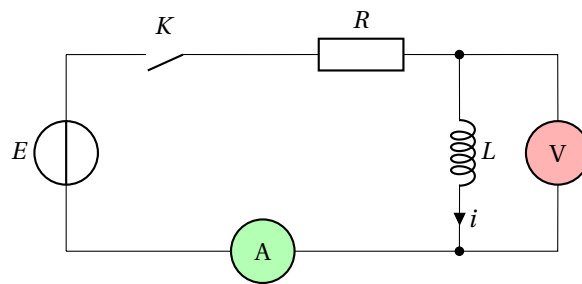


FIGURE 9.4 – Charge d'une inductance à tension constante à travers une résistance

Nous pouvons effectuer les observations expérimentales suivantes :

Avant la fermeture de l'interrupteur K , l'ampèremètre indique 0 ainsi que le voltmètre.

On ferme l'interrupteur K à $t = 0$. Juste après la fermeture de K , à $t = 0^+$, l'indication du voltmètre fait un bond et indique une valeur de E volts, tandis que l'ampèremètre continue d'indiquer 0 A.

Au fur et à mesure que le temps passe, l'indication du voltmètre décroît pour arriver à 0, tandis que celle de l'ampèremètre croît pour arriver à une intensité de $\frac{E}{R}$ ampères.

Quelles sont les lois d'évolution temporelles de l'intensité dans le circuit et de la d.d.p. aux bornes de l'inductance ? Pour établir ces relations, nous écrivons l'équation de maille du circuit 9.5 page suivante.

Nous obtenons :

$$E = Ri + L \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{E}{L} \iff \frac{di}{dt} + \frac{1}{\frac{L}{R}} i = \frac{E}{L}$$

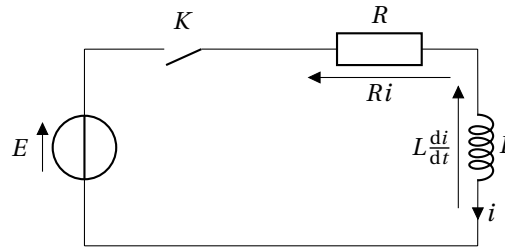


FIGURE 9.5 – Charge d’une inductance à tension constante à travers une résistance

$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$ est une équation différentielle du premier ordre par rapport au temps, à coefficients constants. Le coefficient du terme $\frac{di}{dt}$ étant 1, l’équation est sous forme canonique. Les cours de mathématiques nous enseignent que la fonction solution d’une telle équation différentielle est une exponentielle de la forme $i = a \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + b$ où τ est égal au dénominateur de la fraction multipliant i , soit $\tau = \frac{L}{R}$.

La détermination des coefficients a et b s’effectue à l’aide des conditions aux limites, c’est à dire ce qui se passe juste après la fermeture de l’interrupteur K à $t = 0^+$ et lorsqu’on attend suffisamment longtemps pour que l’intensité dans le circuit et la tension aux bornes de l’inductance n’évoluent plus, quand $t \rightarrow +\infty$.

$$t = 0^+ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i = 0 \\ a \cdot \exp\left(-\left(\frac{t}{\tau}\right)\right) + b = a + b \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = 0$$

$$t \rightarrow +\infty \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i = \frac{E}{R} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} a \cdot \exp\left(-\left(\frac{t}{\tau}\right)\right) + b = b \end{array} \right\} \Rightarrow b = \frac{E}{R}$$

Par conséquent :

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 0 \\ b = \frac{E}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = -\frac{E}{R} \\ b = \frac{E}{R} \end{array} \right.$$

d’où la variation de l’intensité au cours du temps :

$$i = \frac{E}{R} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right)$$

$$\text{avec } \tau = \frac{L}{R}$$

Il est important de noter que c’est une fonction continue du temps. La courbe représentant l’établissement de l’intensité en fonction du temps est montrée à la figure 9.6 page suivante

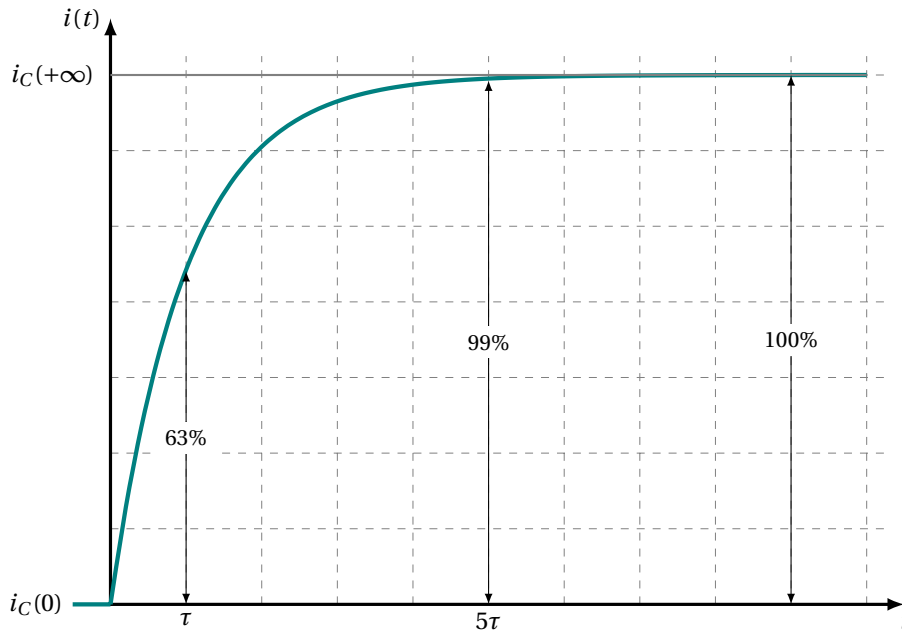


FIGURE 9.6 – Évolution de l'intensité dans une inductance chargée à tension constante à travers une résistance

9.3.2 Évolution de la tension en fonction du temps

Aux bornes de l'inductance nous avons :

$$u = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} \left[\frac{E}{R} \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{\frac{L}{R}} \right) \right) \right] = E \times \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right)$$

L'évolution de la tension aux bornes de l'inductance est montrée à la figure 9.7 page suivante. Cette courbe présente une discontinuité en $t = 0$ au moment de l'ouverture de K et de la fermeture de K' . Il est à noter que les oscilloscopes montrent un trait vertical en $t = 0$ ce qui ne correspond pas à une fonction qui n'a qu'une image par abscisse.

9.4 Décharge d'une inductance

Munissons le circuit de la figure 9.4 page 93 d'un interrupteur K' comme indiqué à la figure 9.8 page suivante. Le circuit est tel que K est fermé et K' ouvert depuis suffisamment longtemps pour que l'inductance se soit complètement chargée en énergie magnétique, l'intensité est alors constante et vaut : $\frac{E}{R}$.

À l'instant $t = 0$, K est ouvert simultanément à la fermeture de K' . En observant le voltmètre, on peut constater que juste après la fermeture de K' et l'ouverture de K , la tension qui était nulle s'établit brusquement à une valeur E avec la borne + vers le

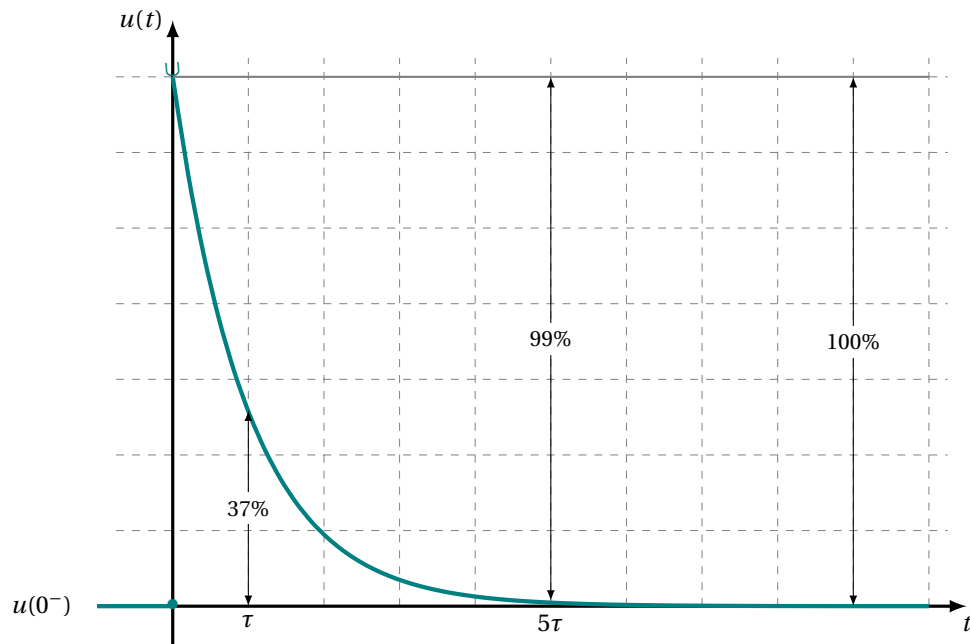


FIGURE 9.7 – Évolution de la tension aux bornes d'une inductance chargée à travers une résistance

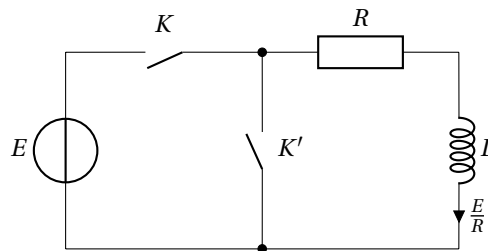


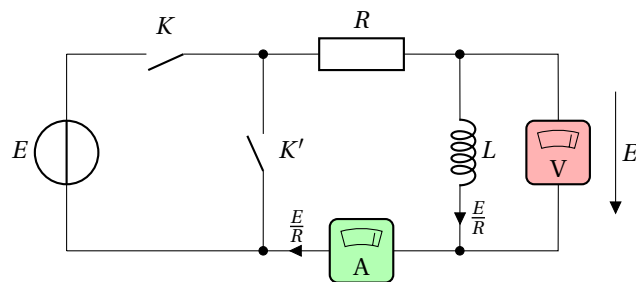
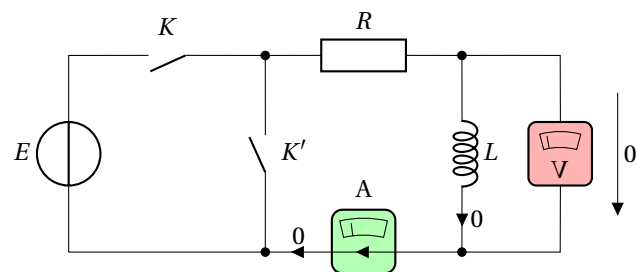
FIGURE 9.8 – Décharge d'une inductance à travers une résistance

bas, comme le montre la figure 9.9 page suivante. Toujours pour $t = 0^+$, l'intensité ne change pas, ni en valeur, ni en sens.

Au fur et à mesure que le temps passe, la d.d.p. diminue pour devenir nulle, tout comme l'intensité qui diminue et finit par s'annuler, comme le montre la figure 9.10 page ci-contre.

Comme pour la charge de l'inductance, nous cherchons à établir la manière dont évoluent en fonction du temps la d.d.p. aux bornes de l'inductance, ainsi que l'intensité dans le circuit. Lorsque courant et tension aux bornes de l'inductance évoluent, on obtient le circuit de la figure 9.11 page suivante. Une équation de maille permet d'écrire :

$$Ri + L \frac{di}{dt} = 0$$

FIGURE 9.9 – Décharge d'une inductance à travers une résistance, $t = 0^+$ FIGURE 9.10 – Décharge d'une inductance à travers une résistance, $t \rightarrow +\infty$

on reconnaît une équation différentielle du premier ordre à coefficients constant dont la solution est, elle aussi, une exponentielle de la forme : $i = a' \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + b'$

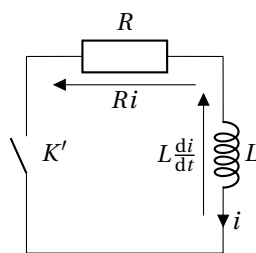


FIGURE 9.11 – Charge d'une inductance à tension constante à travers une résistance

Là aussi on détermine les coefficients a' et b' à l'aide des conditions aux limites, c'est à dire ce qui se passe juste après l'ouverture de K et la fermeture simultanée de l'interrupteur K' à $t = 0^+$ et lorsqu'on attend suffisamment longtemps pour que l'intensité dans le circuit et la tension aux bornes de l'inductance n'évoluent plus, s'annulent quand $t \rightarrow +\infty$.

$$t = 0^+ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i = \frac{E}{R} \\ a' \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + b' = a' + b' \end{array} \right\} \Rightarrow a' + b' = \frac{E}{R}$$

$$t \rightarrow +\infty \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} a' \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + b' = b' \end{array} \right\} \Rightarrow b' = 0$$

Par conséquent :

$$\left. \begin{array}{l} a' + b' = \frac{E}{R} \\ b' = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a' = \frac{E}{R} \\ b' = 0 \end{array} \right.$$

d'où la variation de l'intensité au cours du temps :

$$i = \frac{E}{R} \times \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$\text{avec } \tau = \frac{L}{R}$$

Il est important de noter que c'est une fonction continue du temps. La courbe représentant l'établissement de l'intensité en fonction du temps est montrée à la figure ?? page ??.

9.5 Association de bobines

9.5.1 Association en série

Nous avons vu que l'association de dipôles placés en série vérifiait :

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

les dipôles étant parcourus par la même intensité i . Pour le cas où les dipôles sont des bobines d'inductances $L_1, L_2, \dots, L_n$:

$$u = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + \dots + L_n \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2 + \dots + L_n) \frac{di}{dt}$$

d'où :

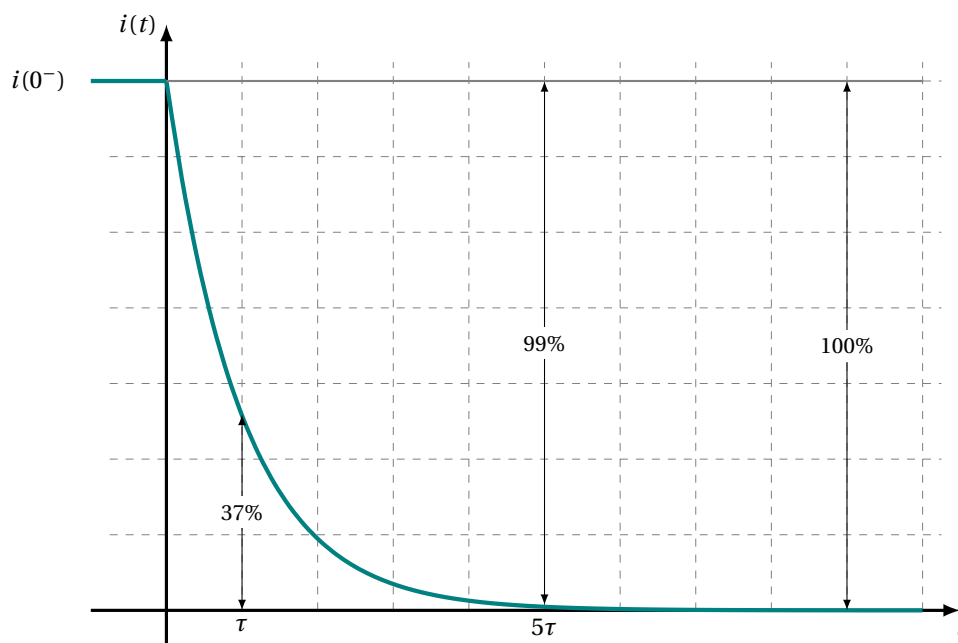


FIGURE 9.12 – Évolution de l'intensité dans une inductance déchargée à travers une résistance

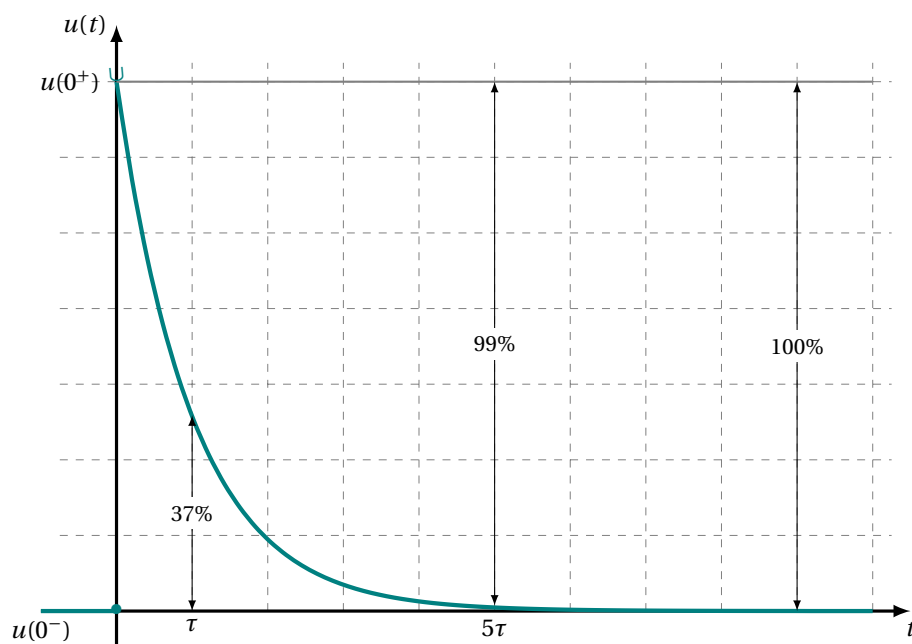


FIGURE 9.13 – Évolution de la tension aux bornes d'une inductance lors de sa décharge à travers une résistance

$$L_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n L_i$$

On retrouve la même loi d'association que pour les résistances.

9.5.2 Association en parallèle

On a vu que l'association en parallèle vérifiait :

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

les dipôles ayant la même tension u à leurs bornes. Pour le cas où les dipôles sont des bobines d'inductances $L_1, L_2, \dots, L_n$:

$$u = L_1 \frac{di_1}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} = \dots = L_n \frac{di_n}{dt}$$

or $i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$, donc :

$$\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \dots + \frac{di_n}{dt}$$

soit l'inductance équivalente L_{eq} :

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{u}{L_{\text{eq}}} \\ \frac{di}{dt} &= \frac{u}{L_1} + \frac{u}{L_2} + \dots + \frac{u}{L_n} = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} \right) \cdot u \end{aligned}$$

d'où :

$$\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$$



FIGURE 9.14 – Inductances dans un réseau de distribution de l'énergie électrique

