

Analogies entre hydraulique et électricité

Claude Chevassu

22 juin 2019

En physique, trouver des analogies entre des phénomènes différents se révèle souvent très fécond. Un exemple qui me vient à l'esprit est l'analogie de HOPKINSON entre circuit électrique et circuit magnétique. Le magnétisme est passablement abstrait, totalement hors de portée de nos sens, c'est de la « magie pure » ! Mais, à la lumière de la compréhension de l'électrocinétique, on comprend mieux ce qui se passe dans un circuit magnétique, ce qui y « circule », le flux magnétique, ce qui en gêne l'écoulement, la réluctance, ce qui « pousse » le flux, la force magnétomotrice. L'analogie entre un phénomène que l'on comprend bien et un autre dont le fonctionnement est plus obscur, éclaircie les choses. De même, pouvoir établir une analogie entre un phénomène concret, dont nous pouvons faire l'expérience quotidiennement, et un phénomène passablement abstrait permet de mieux appréhender ce dernier.

Dans le domaine de l'électricité, BENJAMIN FRANKLIN est sans doute un des premiers à parler de « fluide électrique » introduisant ainsi l'analogie entre l'hydraulique et l'électricité. Mais c'est le physicien HENRI POINCARÉ qui développa cette analogie. Durant mes années d'enseignement, je me suis toujours servi de l'analogie entre l'électricité et un fluide qui circule dans un tuyau afin de mieux faire comprendre ce qu'est cette électricité qui échappe à nos sens, sauf lorsque l'on se fait électrisé, expérience passablement désagréable ! J'ai usé de cette analogie comme tant d'autres professeurs en la réinventant tout seul dans mon coin, sans savoir qu'un physicien comme le grand POINCARÉ l'avait développé à ce point. Au fil des années j'ai creusé, élargi, étendu cette analogie. Les paragraphes qui suivent détaillent les usages de cette analogie que j'ai développés au fil des ans, mais présentent aussi les réflexions d'autres professeurs ou du grand pionnier que fut POINCARÉ.

1 L'électricité est un liquide

Si nous considérons un liquide comme l'eau, si nous pouvions en grossir la vue jusqu'à ce que les molécules nous apparaissent comme des grains, notre interprétation de ce que nous voyions changerait. Nous ne considérerions plus l'eau comme un liquide « continu », mais plutôt comme du sable à cause de son aspect soudain devenu granulaire. Le passage d'une mole d'eau (18 g) correspond au passage de $6,022 \cdot 10^{23}$ molécules à travers la section du tuyau où circule l'eau.

L'électricité qui nous intéresse ici est « l'électricité de conduction », celle qui circule dans les fils, câbles et autres barres de cuivre ou d'aluminium. C'est un déplacement des plus petites charges électriques possibles, les grains élémentaires d'électricité : les électrons. Un ampère correspond au passage de $n = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 6,25 \cdot 10^{18}$ électrons à travers la section du conducteur où circule le courant. Cet aspect corpusculaire à l'échelle microscopique devient « continu » à notre échelle, tout comme l'eau. C'est ainsi que l'électricité est semblable à un fluide, un gaz ou un liquide. Mais certains effets de l'électricité passant dans une inductance incitent à considérer l'électricité non comme un gaz, compressible, mais comme un liquide, incompressible. Nous le verrons plus loin.

Naturellement, cette analogie possède une limite. Lorsque l'on perce un tuyau, le fluide qu'il faisait circuler s'écoule, fuit. On peut toujours gratter le vernis isolant recouvrant un fil électrique, enlever un morceau de plastique isolant autour d'un câble, il n'y aura aucune fuite d'électricité, tous les électrons resteront contenus dans le fil, le câble. Ils restent attirés par la force électrostatique exercée par les atomes ionisés d'où ils se sont échappés.

2 Les pompes à électricité

Afin de mettre en mouvement le fluide électrique dans les conducteurs, il faut créer l'analogue d'une différence de pression : une différence de potentiel. L'analogue de la pompe hydraulique est l'électromoteur. Il existe deux sortes de pompes en hydraulique : les pompes centrifuges et les pompes volumétriques. De même, il existe également deux types d'électromoteurs : les générateurs de tension et les générateurs de courant.

Pompe centrifuge	Générateur de tension
le refoulement peut demeurer fermé, pompe en fonctionnement qui crée une différence de pression entre aspiration et refoulement sans que cela n'occasionne de dommage.	les pôles peuvent rester « ouverts » : une pile, une batterie non utilisée ont leurs pôles « ouverts » au repos alors que la différence de potentiel entre ceux-ci est présente.
Pompe volumétrique	Générateur de courant
le volume débité est constant quelle que soit la différence de pression aspiration/refoulement. le refoulement ne doit pas être fermé sous peine de surpression destructrices, l'huile doit toujours pouvoir circuler.	l'intensité débitée est constante quelle que soit la différence de potentiel entre les pôles. la circulation du courant ne doit pas interrompue sous peine de surtension destructrice, le courant doit toujours pouvoir circuler.

Le courant débité par un générateur de courant idéal est constant, quelle que soit la différence de potentiel aux bornes. Au repos, à vide, lorsque le courant débité n'est pas absorbé par des récepteurs, il faut munir le générateur de courant d'un court-circuit sinon de dangereuses surtensions peuvent apparaître. De la même façon, dans un système hydraulique, lorsque ni moteur hydraulique, ni vérin ne consomme de l'huile, la pompe continue pourtant de fournir de l'huile sous haute pression et il faut qu'il y ait un dispositif pour empêcher l'apparition non pas d'une surtension, mais d'une pression trop élevée. C'est une soupape de sécurité que l'on appelle « limiteur de pression » qui s'ouvre si la pression dépasse une valeur donnée, de deux cents à six cents bars selon les systèmes. Le limiteur de pression by-passe ou « court-circuite » refoulement et aspiration, jouant le rôle du court-circuit pour le générateur de courant.

La différence de potentiel entre les bornes d'un générateur de tension idéal est constante, quelle que soit l'intensité débitée. Une pompe centrifuge est l'analogue d'un générateur de tension. Un camion de pompiers est équipé d'une telle pompe. Une fois le feu maîtrisé, le pompier peut couper sa lance, la pompe restant en fonction, sans dommage.

3 Résistance

Pour un liquide, c'est le frottement contre la paroi qui limite sa vitesse d'écoulement. Pour l'intensité du courant électrique dans un conducteur, le déplacement des électrons libres est freiné par les très nombreuses collisions avec les atomes du réseau cristallin métallique. Ainsi le fluide d'électrons libre subit un frottement qui ne découle pas de l'interaction avec les parois, mais qui

s'effectue dans la masse du métal. Mais le résultat est identique. Dans un tuyau, les forces de frottement s'opposent au déplacement du fluide. Dans un conducteur électrique on appelle ce phénomène la *résistance électrique*.

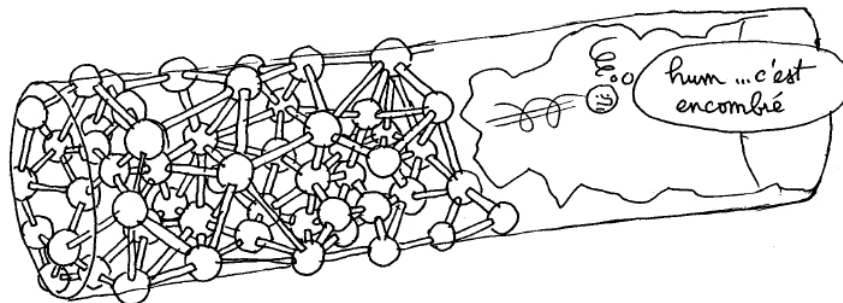


FIGURE 1: La raison pour laquelle les électrons ont du mal à circuler. Image extraite de la bande dessinée de Jean-Pierre Petit « L'électricité autrement ».

3.1 Utilité des résistances dans la mesure de débit

Dans un circuit hydraulique, on est amené à introduire une « résistance », un rétrécissement de la section du tuyau, afin de mesurer un débit qui sera proportionnel à la différence des pressions en amont et en aval du rétrécissement. De même dans un circuit électrique ou électronique, pour obtenir « l'image » de l'intensité qui y circule à l'aide d'un oscilloscope, on introduit un rétrécissement de la section, c'est-à-dire une résistance, de faible valeur pour ne pas trop perturber le montage. Selon la loi d'OHM, l'intensité qui passe dans le circuit varie comme la différence de potentiel aux bornes de la résistance, cela permet de représenter l'évolution temporel d'un courant. Il est intéressant de rapprocher ces deux techniques, l'une dans l'hydraulique, l'autre dans l'électricité, qui permettent d'obtenir le débit du fluide qui circule par un même procédé : on gêne l'écoulement et la différence de pression, de tension, est proportionnelle au débit.

4 Vitesse d'écoulement

On pourrait croire que puisque ce sont des électrons qui circulent dans les conducteurs, ceux-ci vont très vite. Il n'en est rien, comme ils passent leur temps à se cogner et à rebondir sur les atomes dans le conducteur, ils n'avancent finalement que très lentement, à moins d' 1 mm s^{-1} en moyenne. Il ne faut pas en conclure non plus que si on appuie sur le bouton de la sonnette électrique à la porte du jardin la sonnerie située dans la maison à 10 m de là sonnera quelques heures plus tard ! Les fils sont déjà pleins d'électrons libres et lorsque l'on appuiera sur la bouton de la sonnette, un champ électrique s'établira dans tout le circuit à la vitesse de la lumière¹ et il mettra les électrons en mouvement en chaque point du fil, ceci dans un laps de temps extrêmement bref, indécélable pour un être humain. Bien sûr si l'on effectue une expérience de pensée en envisageant un circuit électrique de longueur n fois 200 000 km, alors il faudra attendre n secondes avant d'observer les effets du courant. Mais pour revenir à la sonnette éloignée de son bouton de 10 m, à l'échelle humaine *tous* les électrons du fil se mettent en mouvement simultanément. Ceux dont le passage dans la sonnette la font sonner ne sont pas ceux qui sont

1. En fait cette vitesse est inférieure à la vitesse de la lumière dans le vide, pour les conducteurs elle est d'environ $200\,000 \text{ km s}^{-1}$

passés dans le bouton poussoir actionnant la sonnette ; ces derniers arriveront des heures plus tard dans la sonnette, si l'on garde le doigt sur le bouton aussi longtemps !

C'est comme lorsqu'on ouvre le robinet d'un tuyau d'arrosage. Si le tuyau est plein, l'eau sort presque tout de suite à l'extrémité du tuyau, même s'il est très long, l'onde de pression qui le parcourt à environ 1200 m s^{-1} met l'eau en mouvement presque immédiatement à notre échelle puisque le tuyau n'est pas très long. Mais c'est l'eau qui était déjà là, au bout du tuyau, qui sort tout de suite et pas celle qui vient de sortir du robinet et qui, elle, n'arrivera au bout du tuyau que bien plus tard.

Dans un circuit électrique alimenté par une tension alternative, les électrons sont sollicités dans un sens pendant une alternance et dans l'autre pendant l'alternance suivante, leur déplacement est nul.

Le texte de ce paragraphe est très fortement inspiré de l'ouvrage « La physique en question » de Jean-Marc Lévy-Leblond et André Butoli, ouvrage publié en 1983.

5 Réservoirs d'énergie électrique

De la même manière que l'on peut stocker de l'eau en hauteur dans un réservoir afin d'emmagasiner de l'énergie potentielle réutilisable par la suite, on peut stocker de l'énergie électrique dans un condensateur qui est l'analogue du réservoir d'eau. L'aspect formule et calcul est développé plus loin dans le paragraphe consacré à ce qu'a développé HENRI POINCARÉ.

Un modèle hydraulique de condensateur, figure 2, page 5 consiste en un tube contenant un piston avec deux ressorts de part et d'autre. Le liquide arrivant par une extrémité pousse le ressort et chasse une quantité identique de liquide par l'autre orifice (égalité des charges en valeur absolue de chacune des armatures d'un condensateur). Le tube contient donc un certain volume de liquide maintenu sous pression par les ressorts (énergie potentielle élastique).

De la même manière, un liquide de densité ρ circulant dans une canalisation de section S et de longueur L , à la vitesse V possède une énergie cinétique : $W_c = \frac{1}{2} (\rho \cdot S \cdot L) \cdot V^2$. Cela est à mettre en parallèle avec l'énergie stockée dans une inductance L parcourue par un courant d'intensité I : $W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$, formule analogue à celle de l'énergie cinétique.

Un modèle hydraulique de l'inductance, figure 3, page 5 consiste en une turbine entraînée par le liquide qui passe dans le tuyau qui le véhicule, turbine reliée à un volant d'inertie de moment d'inertie J proportionnel à la valeur de l'inductance. Ce volant d'inertie emmagasine une énergie égale à $\frac{1}{2} J \Omega^2$.

Le condensateur contiendrait de l'énergie électrique plutôt sous forme d'énergie potentielle : l'énergie électrostatique contenue dans le diélectrique. L'inductance contiendrait plutôt de l'énergie sous forme d'énergie cinétique : celle contenue dans le champ magnétique dans et hors de l'inductance (beaucoup moins localisée que celle contenue par le condensateur).

6 Détermination du condensateur équivalent à n condensateurs en série

Si la démonstration de la formule donnant le condensateur équivalent à n condensateurs en parallèle est facile, celle de la formule donnant le condensateur équivalent à n condensateurs en série, figure 4 de la page 6, est plus délicate, d'autant plus si l'on n'a pas étudié l'électrostatique

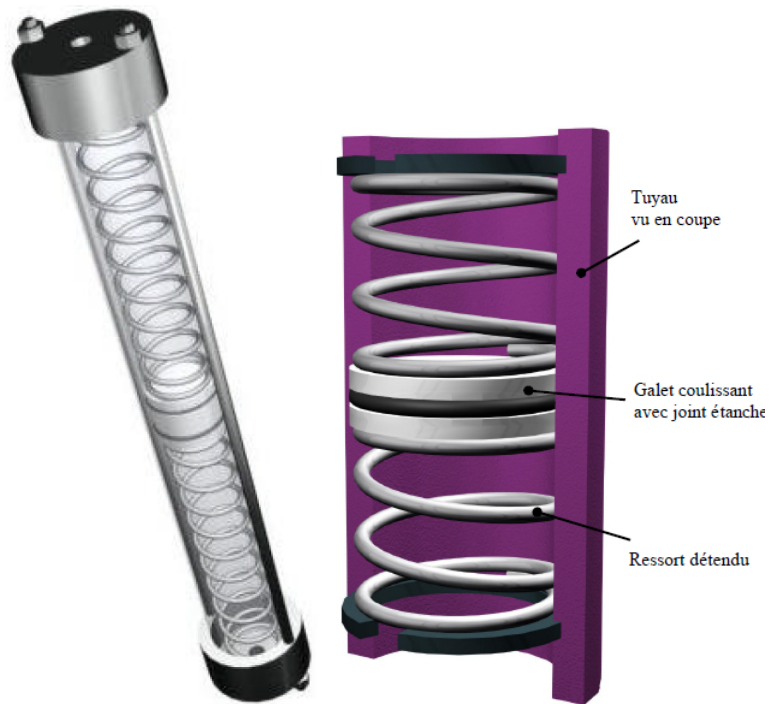


FIGURE 2: Modèle hydraulique d'un condensateur.

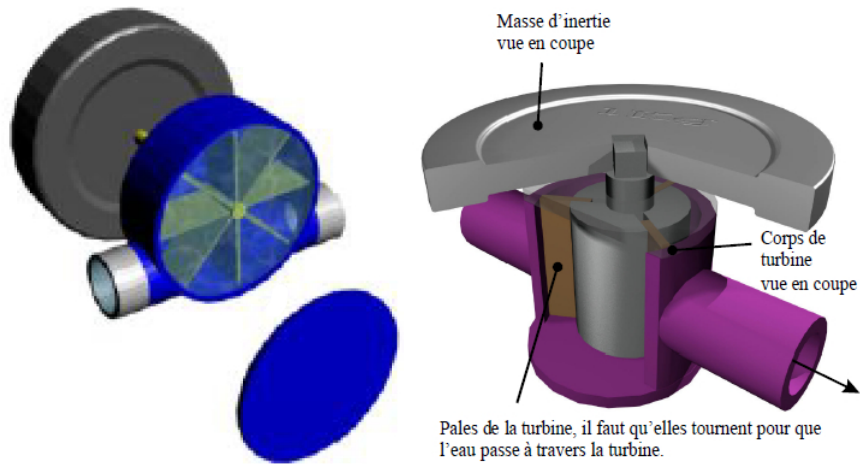


FIGURE 3: Modèle hydraulique d'une inductance.

auparavant. Cette démonstration consiste à écrire l'égalité entre la d.d.p. aux bornes du condensateur équivalent et celle aux bornes des n condensateurs en série qui est la somme des d.d.p. aux bornes de chacun des condensateurs :

$$V_{eq} = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

Comme $Q = C \cdot V$, on en déduit :

$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} + \dots + \frac{Q_n}{C_n}$$

Le « truc » de cette démonstration c'est que $Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n = Q$. On peut alors simplifier dans les deux membres par Q et le tour est joué !

La difficulté réside dans le fait de bien faire comprendre aux élèves que la charge Q est la même pour tous les condensateurs. Si les élèves ont fait de l'électrostatique, ils savent que les armatures vont se charger « par influence » et porter la même charge. Mais comment convaincre un élève n'ayant pas fait d'électrostatique ? En ayant recours au modèle hydraulique du condensateur comme celui de la figure 2 page 5. En considérant l'analogie de la charge, un volume de liquide, on conçoit bien que si un volume de liquide V_0 rentre d'un côté du condensateur hydraulique, cela va repousser la paroi étanche mobile et chasser un même volume V_0 de l'autre compartiment. Si ce compartiment est relié à un autre condensateur hydraulique, montage en série, ce volume de liquide V_0 va lui aussi déplacer la paroi mobile de ce condensateur, ce qui va entraîner la sortie d'un même volume V_0 de liquide et ainsi de suite... On comprend que tous les condensateurs portent la même charge, le même volume V_0 de liquide sous pression.

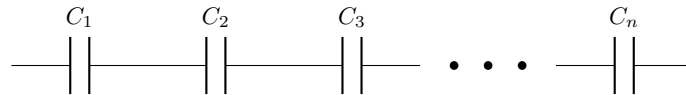


FIGURE 4: n condensateurs en série

7 L'électricité est un fluide incompressible

Dans un circuit hydraulique, si une vanne est fermée très rapidement, un « coup de bélier » se produit. La veine de liquide en mouvement de masse m de vitesse v et donc d'énergie cinétique $\frac{1}{2}mv^2$ vient s'écraser sur la vanne fermée comme une voiture qui s'écraserait contre un mur en le heurtant frontalement. L'énergie cinétique est convertie en énergie potentielle et la pression augmente brutalement, cela peut endommager la tuyauterie juste en amont de la vanne, voire la faire exploser. Ce phénomène apparaît seulement lorsque le liquide est incompressible, cela n'a pas lieu dans le cas d'un gaz.

Un phénomène analogue se produit lorsque l'on coupe rapidement le courant qui circule dans un circuit inductif. Il apparaît non pas une surpression, mais une surtension $L \cdot \frac{di}{dt}$, en amont là aussi du dispositif qui interrompt le passage du fluide. Ce « coup de bélier électrique » incline à penser que le fluide électrique se comporte comme un liquide incompressible et certainement pas comme un gaz d'électrons.

7.1 bélier hydraulique et hacheur survolteur

J'avais plus de vingt ans lorsque j'ai étudié le hacheur survolteur. J'ai eu très vite le sentiment que cela me rappelait quelque chose. La solution m'est apparu en rêve : j'avais déjà vu un hacheur survolteur à douze ans, tout au moins sa version hydraulique. À l'époque, personne n'avait réussi à m'expliquer le fonctionnement à l'époque de cette merveilleuse pompe qui produisait un bruit si caractéristique. Il m'aura fallu attendre plus d'une dizaine d'année pour enfin en comprendre le mystère. Comme nous allons le voir, les deux dispositifs fonctionnent suivant le

même principe : accumulation d'énergie du type cinétique, interruption du fluide et conversion de l'énergie cinétique en énergie potentielle afin d'élever la pression, la tension.

Le béliet hydraulique est une pompe qui tire son énergie de l'énergie cinétique de l'eau qui coule. Il fut inventé en 1796 par Joseph Montgolfier, l'ainé des frères inventeurs du célèbre ballon et par son fils Pierre.

7.1.1 Fonctionnement du béliet hydraulique

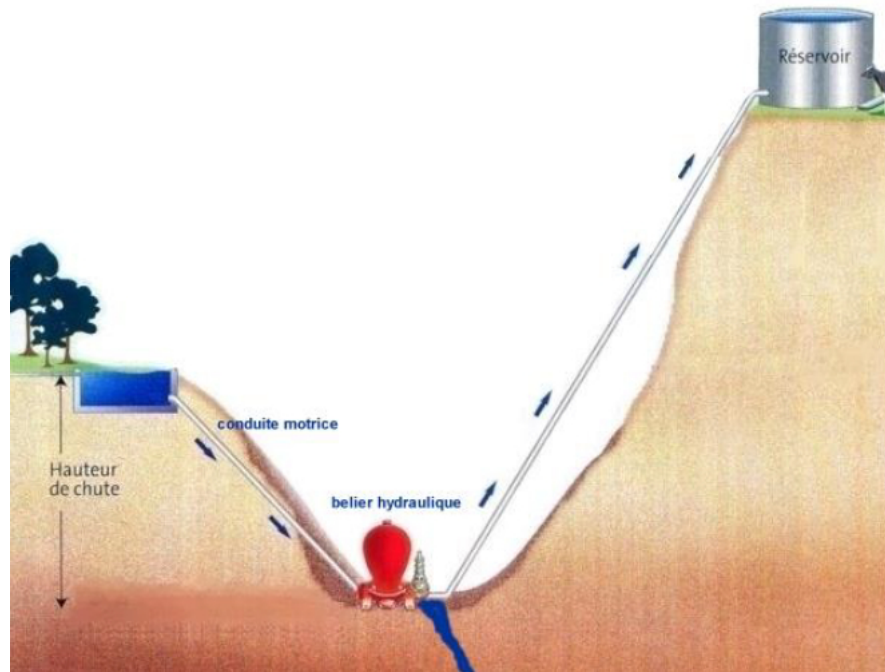


FIGURE 5: Le béliet hydraulique.

Un béliet hydraulique est constitué d'une conduite aux parois rigides dite « conduite motrice », dont l'une des extrémités débouche dans un réservoir d'eau via un clapet anti-retour et dont l'autre extrémité est munie d'un « clapet à impulsion ».

L'eau s'écoule dans la « conduite motrice ». L'eau, présente dans la conduite, possède une masse égale au volume de la conduite par la masse volumique de l'eau. Le volume de la conduite est égal à la longueur de la conduite par la section du tuyau. La veine liquide possède une énergie cinétique égale au demi produit de la masse de l'eau par la vitesse de cette eau au carré.

L'eau sort par le clapet d'impulsion jusqu'à ce qu'elle atteigne une vitesse critique pour laquelle le clapet se ferme brutalement grâce à la « pression dynamique ». En effet, au-delà d'une certaine vitesse, la force exercée par l'eau sur le dessous du clapet devient supérieure au poids du clapet ou à la pression exercée par un ressort de rappel taré. Cette force est proportionnelle au produit de la surface du clapet par la vitesse de l'eau.

La brutale fermeture du clapet produit une brusque augmentation de pression dans la conduite motrice. Cela est dû au fait que la veine liquide est stoppée brusquement, son énergie cinétique est alors convertie en énergie potentielle, la pression augmente instantanément et énormément. Il faut que les parois de la conduite motrice soient rigides afin que la pression puisse augmenter, sinon c'est la déformation des parois qui absorbera l'énergie.

Cela permet à une partie de l'eau de la conduite de repousser un clapet anti-retour et d'admettre dans un réservoir d'air fermé (une cloche en fonte) un peu d'eau. Dès que la pression dans la conduite d'entraînement diminue, le clapet anti-retour se referme et le clapet d'impulsion s'ouvre de nouveau. La veine liquide, qui peut s'écouler à nouveau, reprend de la vitesse et le cycle se répète. La longueur de la conduite motrice et la course des clapets sont en général réglées de façon à ce qu'il y ait de 20 à 60 cycles par minute. L'eau entrant dans le réservoir d'air, la pression d'air augmente et chasse l'eau dans une conduite de refoulement, alimentant un réservoir qui est situé à un niveau plus élevé que celui du réservoir d'alimentation.

Afin d'augmenter l'énergie cinétique de l'eau, la conduite motrice est la plus droite possible et ses parois sont le plus rigide possible pour ne pas absorber la surpression lors de la fermeture du clapet à impulsion. Les béliers hydrauliques peuvent fonctionner avec une très faible hauteur de chute, ne dépassant pas parfois 30 cm, et peuvent élever de l'eau à des hauteurs allant jusqu'à 100 m. Ils fonctionnent sans source extérieure d'énergie et ne nécessitent qu'un très faible entretien. La durée de vie des clapets est couramment de 10 à 30 ans, et certains béliers hydrauliques ont fonctionné pendant plus de 100 ans. Pour donner un ordre d'idée du rendement, rapport entre l'eau « gaspillée », qui coule par le « clapet d'impulsion » et l'eau pompée qui rentre dans le réservoir, disons qu'il faut environ 100 litres d'eau qui coule pour élever 20 litres d'eau.

7.1.2 Le hacheur survolteur

Le hacheur survolteur est un dispositif qui permet d'obtenir des différences de potentiel plus élevées que celle fournie par le générateur qui fournit l'énergie, cela sans transformateur. La tension est continue, même si elle est « hachée » par l'interrupteur électronique. Ce montage est utilisé pour le freinage des véhicules électriques propulsés par machine à courant continu. Lorsque la f.é.m. fournie par la machine électrique est inférieure à la force contre-électromotrice opposée par la batterie à recharger, il faut alors utiliser un hacheur survolteur afin d'augmenter suffisamment la tension.

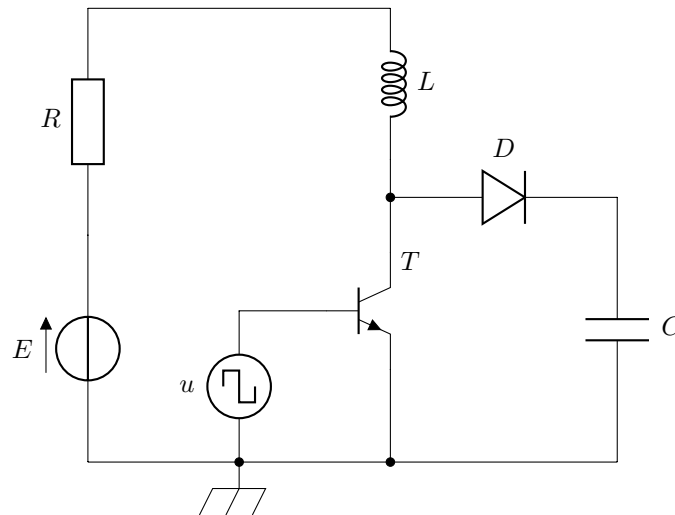
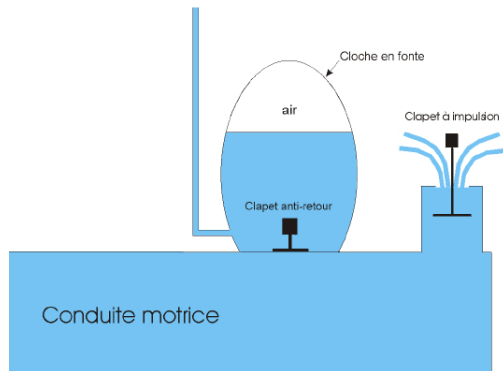


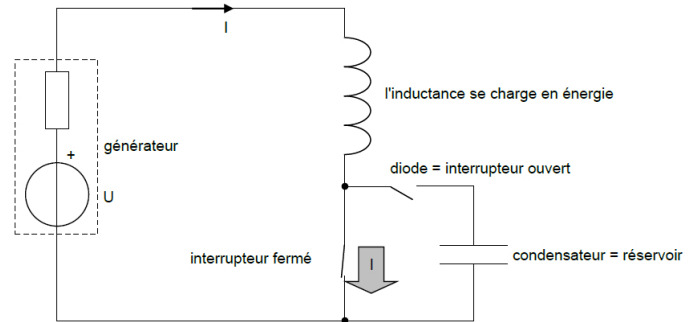
FIGURE 6: Hacheur survolteur

7.1.3 Comparaison du fonctionnement du béliet hydraulique et du hacheur survolteur

Étape n° 1

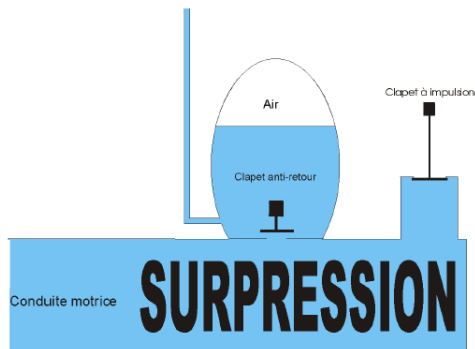


L'eau s'écoule de la conduite motrice au-dehors du béliet hydraulique et prend de la vitesse. Le clapet anti-retour est fermé, le clapet à impulsion ouvert.

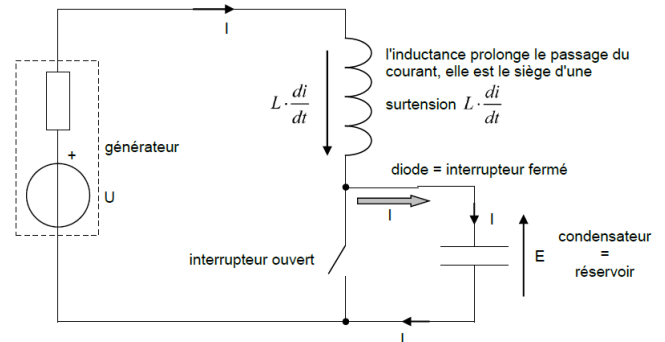


L'interrupteur correspondant au clapet à impulsion est fermé. Le courant circule et l'inductance se charge en énergie magnétique $\frac{1}{2}LI^2$ analogue à l'énergie cinétique de la veine liquide $\frac{1}{2}MV^2$.

Étape n° 2

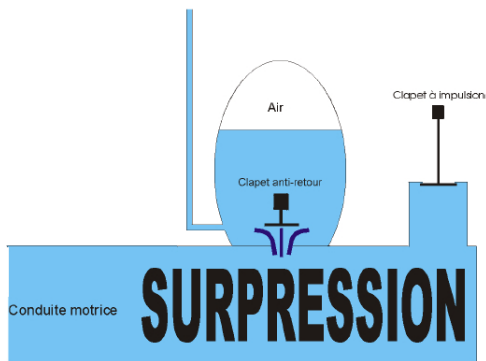


L'eau a une vitesse suffisante pour soulever le clapet à impulsion ce qui entraîne la fermeture de ce dernier. La veine liquide qui possédait une certaine vitesse est stoppée net, ce qui entraîne une énorme surpression à l'intérieur du béliet hydraulique. Le clapet anti-retour s'ouvre car la surpression multipliée par la surface du siège du clapet anti-retour crée une force bien supérieure à la force qui le maintenait appliqué sur son siège.

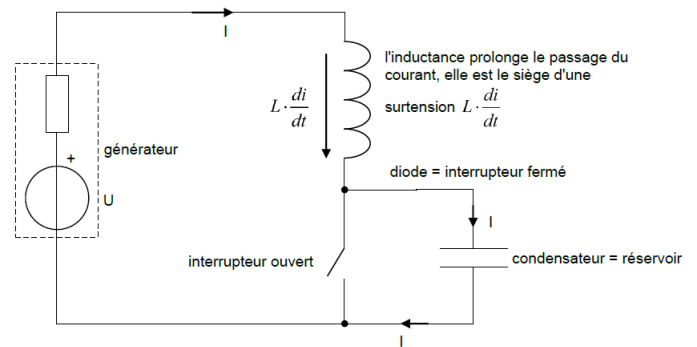


L'interrupteur correspondant au clapet à impulsion est ouvert par l'électronique de commande. Le passage du courant est brutalement interrompu comme la veine liquide qui vient s'écraser sur le clapet à impulsion fermé. L'inductance qui essaie de prolonger le passage du courant (inertie) est le siège d'une d.d.p. $L \cdot \frac{di}{dt}$ à ses bornes, dans un sens tel que cette d.d.p. « pousse », maintienne le courant à sa valeur initiale (loi de Lenz). Cette surpression électrique, cette surtension permet d'ouvrir le clapet anti-retour, c'est-à-dire que la diode devient conductrice. $U + L \cdot \frac{di}{dt} > E$. Le débit du béliet hydraulique n'est pas conséquent ni constant, il est saccadé au rythme des coups de béliet. Il est donc nécessaire d'accumuler l'eau dans un réservoir. Cela permet de fournir un débit important à condition toutefois de ne pas tirer de l'eau jusqu'à vider le réservoir !

Étape n° 3

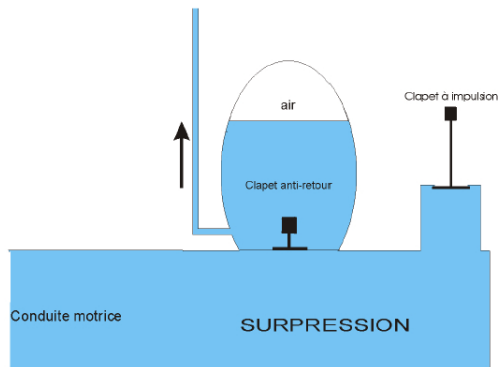


Le clapet anti-retour étant ouvert, la pression à l'intérieur de la conduite motrice étant supérieure à celle régnant dans la cloche en fonte, de l'eau pénètre dans la cloche, l'air de la cloche se comprime.

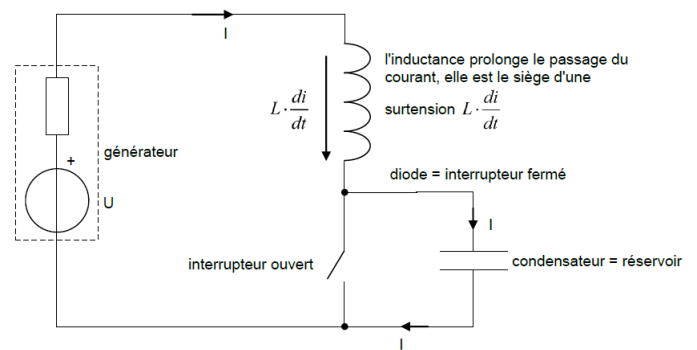


La f.é.m. du générateur et celle de l'inductance sont en série et permettent le passage d'une impulsion de courant vers le condensateur. Il y a ainsi transfert d'un peu d'énergie du générateur et de l'inductance vers le condensateur. Lorsque l'inductance est à peu près totalement vidée de son énergie, l'interrupteur jouant le rôle du clapet à impulsion est refermé par l'électronique de commande et le cycle recommence. Le condensateur joue le rôle d'un réservoir d'énergie électrique à haute tension. Ce réservoir alimente un ou des récepteurs. Comme le réservoir d'eau rempli sans arrêt par le bélier hydraulique, il est rechargé sans arrêt par le hacheur survolteur.

Étape n° 4

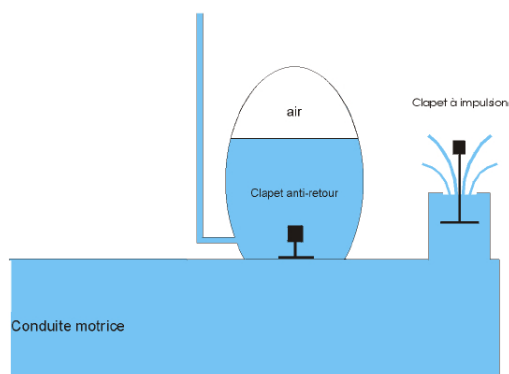


Au fur et à mesure que de l'eau rentre dans la cloche, la surpression dans la conduite motrice diminue. Le clapet anti-retour se referme. L'eau qui a pénétré dans la cloche en fonte est refoulée dans la conduite menant au réservoir.

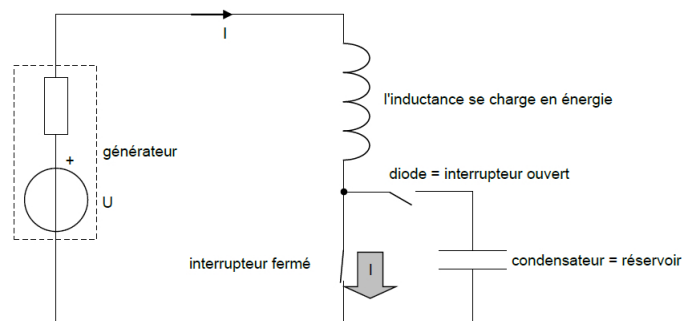


La f.é.m. du générateur et celle de l'inductance sont en série et permettent le passage d'une impulsion de courant vers le condensateur. Il y a ainsi transfert d'un peu d'énergie du générateur et de l'inductance vers le condensateur. Lorsque l'inductance est à peu près totalement vidée de son énergie, l'interrupteur jouant le rôle du clapet à impulsion est refermé par l'électronique de commande et le cycle recommence. Le condensateur joue le rôle d'un réservoir d'énergie électrique à haute tension. Ce réservoir alimente un ou des récepteurs. Comme le réservoir d'eau rempli sans arrêt par le bélier hydraulique, il est rechargé sans arrêt par le hacheur survolteur.

Étape n° 5



La pression dans la conduite motrice est redevenue égale à la pression atmosphérique, le clapet à impulsion s'ouvre et le cycle recommence.



L'interrupteur correspondant au clapet à impulsion est refermé. Le courant circule à nouveau et l'inductance se recharge en énergie magnétique $\frac{1}{2}LI^2$ analogue à l'énergie cinétique de la veine liquide $\frac{1}{2}MV^2$. Un nouveau cycle est entamé.

8 L'analogie développée par HENRI POINCARÉ

Le texte qui suit est extrait du fascicule « L'analogie en physique » publié dans un rapport du groupe « sciences physique » de l'IREM² de Rouen au second semestre 1989.

L'emploi des analogies est fréquent chez le pédagogue qui, pour présenter un phénomène nouveau, se réfère à un phénomène différent étudié antérieurement ou à une notion bien comprise. Cependant que leur intérêt n'est pas uniquement didactique, elles interviennent aussi dans la démarche du chercheur en lui permettant de progresser dans la connaissance scientifique. On trouve ainsi dans le *Traité élémentaire d'électricité* de JAMES CLERK MAXWELL des analogies entre électrostatique et mécanique, électrostatique et électrocinétique, électrostatique et propagation de la chaleur. Par ailleurs, HENRI POINCARÉ développe des analogies entre électromagnétisme et mécanique, électricité et hydraulique.

Dans son livre « *La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes* » publié en 1904 Poincaré propose une première analogie entre un condensateur électrique et un réservoir, analogie déjà classique à l'époque et qui privilégie l'aspect statique des phénomènes. Il propose ensuite une seconde analogie, entre résistance électrique et résistance hydraulique, qui concerne plutôt l'aspect dynamique des phénomènes en régime stationnaire. Poincaré précise ainsi son propos : « Quand nous voudrions analyser un phénomène électrique, nous prendrions un ou deux phénomènes mécaniques bien connus et nous chercherons à mettre en évidence leur parfait parallélisme... Ces comparaisons ne sont pas seulement de grossiers rapprochements, mais elles se poursuivent jusque dans les détails les plus précis. Les limites de cet ouvrage ne me permettent pas d'aller aussi loin et je devrai me borner à une comparaison pour ainsi dire qualitative. »

Dépassant l'exposé qualitatif de Poincaré, nous avons approfondi le parallélisme formel pour constater que, contrairement à ce qu'affirme le savant, il ne se poursuit pas « jusque dans les détails les plus précis ». Néanmoins il est possible d'aller assez loin en la matière et d'établir une

2. Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

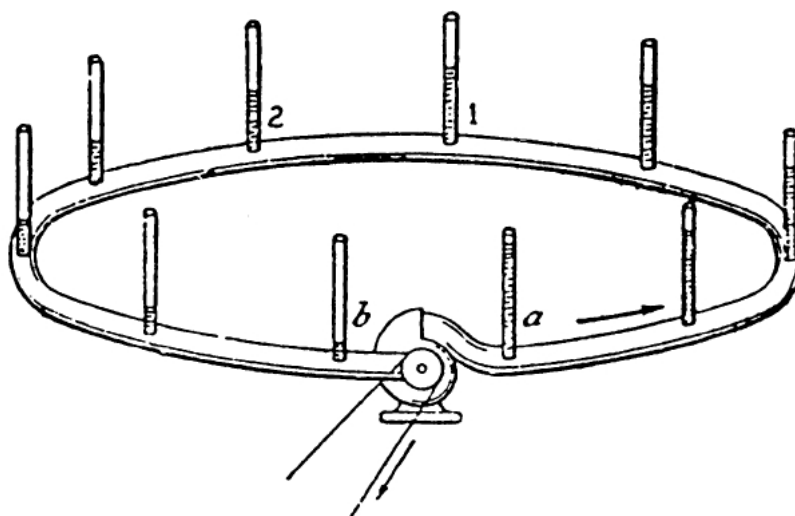


FIGURE 7: Une pompe centrifuge qui produit une circulation continue d'eau est assimilable à un générateur de tension

correspondance formelle étroite entre grandeurs de même nature, le nœud de cette correspondance résidant dans les concepts fondamentaux de la mécanique (force, énergie, ...).

9 Parallélisme quatitatif

Dans un premier temps, Nous allons exposer le parallélisme qualitatif proposé par Poincaré en suivant l'ordre où il apparaît dans le texte :

Aspects statiques

Charger un condensateur.	Élever le niveau d'eau. d'un réservoir
La décharge d'un condensateur peut fournir de la chaleur et du travail mécanique.	L'eau peut servir à faire tourner une roue à aubes.
Il ne se passe rien quand deux conducteurs chargés et au même potentiel sont reliés par un fil conducteur.	Il ne se passe rien quand deux réservoirs d'eau de même niveau communiquent par un tuyau.
Il y a circulation d'un courant électrique jusqu'à égalité des potentiels quand deux conducteurs chargés à des potentiels différents sont reliés métalliquement.	Il y a écoulement d'un courant d'eau jusqu'à identité des niveaux quand deux réservoirs de niveaux différents sont reliés par un tuyau.
Charge électrique Q d'un condensateur.	Masse M d'eau contenue dans un réservoir.
Capacité C d'un condensateur.	Section horizontale S d'un réservoir.
Attractions et répulsions entre corps électrisés.	Forces pressantes sur les parois des réservoirs.

Aspects dynamiques

Intensité du courant électrique dans un conducteur métallique long et mince.	Débit du courant d'eau dans un tube horizontal long et de section étroite.
L'intensité croît comme : — la différence de potentiels ; — la section du fil ; — l'inverse de la longueur du fil.	Le débit croît comme : — la différences des niveaux ; — la section du tube ; — l'inverse de la longueur du tuyau.
Résistance électrique R : chaleur produite par effet Joule	Résistance hydraulique R : chaleur produite par frottement

10 Parallélisme formel

10.1 Aspects statiques : analogie condensateur/réservoir

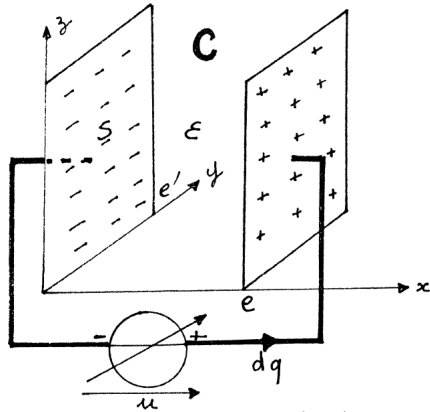
Le problème devient moins simple si l'on veut poursuivre l'analogie jusque dans « les détails les plus précis », c'est-à-dire si l'on veut établir une analogie formelle (correspondance terme à termes entre formules analogues). Si l'on suit les indications données par Poincaré et en utilisant les notations classiques, on peut déjà établir le parallélisme suivant :

Charge électrique Q.	Masse d'eau M.
Capacité du condensateur C.	Section d'un réservoir S.
Tension aux bornes du condensateur $U = Q/C$	$M/S = \rho.h$

L'analogie hydraulique de la tension U n'est pas très concret du point de vue physique (ρ : masse volumique du liquide, h : hauteur de liquide dans le réservoir). Par ailleurs la poursuite du parallélisme dans le domaine des échanges énergétiques ne nous a pas semblé possible, du moins si l'on veut conserver une signification physique claire aux analogues hydrauliques des termes électriques. Nous avons donc préféré infléchir l'analogie proposée par Poincaré pour lui conserver un champ d'action suffisamment large. Nous pouvons ainsi établir le tableau suivant :

CONDENSATEUR	RÉSERVOIR D'EAU
Condensateur de capacité C soumis à une tension U.	Réservoir d'eau de section S rempli à une hauteur h dans le champ de pesanteur g.
Charge électrique Q.	Masse d'eau M.
Potentiel électrique V	Potentiel gravitationnel g.z
d.d.p. électriques U	d.d.p. gravitationnel g.h
Capacité électrique $C = Q/U$ caractéristique du condensateur (forme et nature du diélectrique).	$M/g.h = \rho.S/g$ caractéristique du réservoir (forme et nature du liquide).

Ces correspondances peuvent être utilisées pour prévoir l'évolution d'un système comme, par exemple, « les actions mécaniques qui s'exercent entre les corps électrisés ». L'attraction entre les armatures d'un condensateur chargé peut ainsi être mise en correspondance avec l'action de l'eau sur les parois latérales du réservoir (le terme « pression que l'eau exerce sur les parois » étant à prendre au sens « forces pressantes » pour faire correspondre des grandeurs de même nature, en l'occurrence des forces). Ainsi, dans le domaine énergétique, nous avons l'analogie suivante :

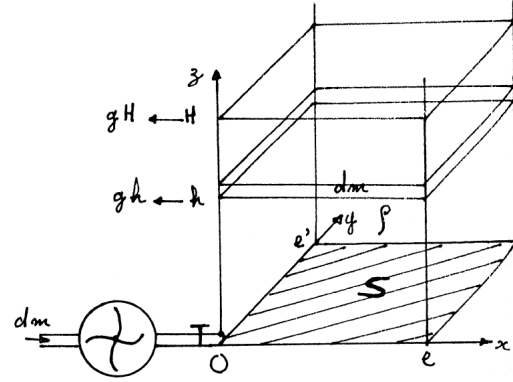


Pour accroître la charge de dq , il faut fournir un travail $\delta W = u \cdot dq$.

Le travail total à fournir est donc :

$$W = \int_0^Q u \cdot dq = (1/C) \int_0^Q q \cdot dq$$

$$W = \frac{1}{2} Q^2 / C = \frac{1}{2} Q \cdot U$$



Pour augmenter la masse d'eau de dm , il faut fournir un travail $\delta W = gh \cdot dm$ (élever dm de h).

Le travail total à fournir est donc :

$$W = \int_0^M gh \cdot dm = (g/\rho S) \int_0^M m \cdot dm$$

$$W = \frac{1}{2} M^2 (g/\rho S) = \frac{1}{2} M \cdot gH$$

Dans les deux cas, c'est un travail récupérable si l'on décharge (resp. vide) totalement le condensateur (resp. le réservoir). Ce travail représente à chaque fois la variation d'énergie du système.

Étudions maintenant l'analogie dans le cas d'une évolution spontanée du système.

Spontanément

les armatures du condensateur ont tendance à se rapprocher jusqu'à ce que $U = 0$.

les parois verticales du réservoir ont tendance à s'écarter jusqu'à ce que $gh = 0$.

La variation d'énergie potentielle du système est égale à l'opposée du travail reçu par le système

$$\Delta E_p = -(-\frac{1}{2} \cdot Q \cdot U) \quad | \quad \Delta E_p = -(-\frac{1}{2} \cdot M \cdot gH)$$

À une constante près, on a donc :

$$\Delta E_p = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U \quad | \quad \Delta E_p = \frac{1}{2} \cdot M \cdot gH$$

La force s'exerçant sur

une armature

| une paroi verticale // à yOz

est égale à l'opposée du gradient de l'énergie potentielle projeté sur l'axe Ox , soit :

la charge Q restant constante :

$$E_p(x) = \frac{1}{2} \cdot Q^2 / C = \frac{1}{2} \cdot Q^2 x / \epsilon S$$

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} = -\frac{1}{2} Q^2 / \epsilon S$$

$$x = e \Rightarrow F_x = -\frac{1}{2} \cdot Q \cdot U / e$$

la masse M restant constante :

$$E_p(x) = \frac{1}{2} \cdot M^2 (g/\rho S) = \frac{1}{2} \cdot M^2 (g/\rho x e')$$

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} = \frac{1}{2} M^2 (g/\rho x^2 e')$$

$$x = e \Rightarrow F_x = -\frac{1}{2} \cdot M \cdot gH / e$$

Le signe « - » dans le cas du condensateur indique qu'il y a attraction entre les armatures du condensateur, alors qu'il y a une sorte de répulsion entre les parois verticales du réservoir. On aurait d'ailleurs pu effectuer le précédent calcul à partir de la notion de pression :

Pression électrostatique :

$$P = \frac{1}{2} \sigma^2 / \epsilon = \frac{1}{2} (Q/S)^2 / \epsilon$$

$$F_x = \int_S -P \cdot dS = -\frac{1}{2} Q^2 / \epsilon S$$

$$F_x = -\frac{1}{2} Q \cdot U / e$$

Pression hydrostatique :

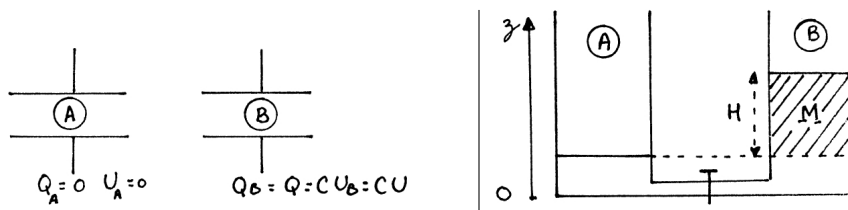
$$P = \rho g (H - z)$$

$$F_x = \int_S P \cdot dS = \rho g e' \int_0^H (H - z) \cdot dz = \frac{1}{2} \rho g e' H^2$$

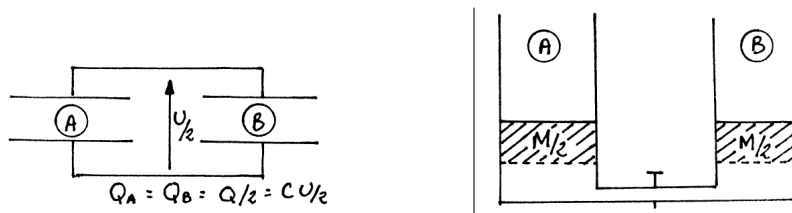
$$F_x = \frac{1}{2} M \cdot g H / e$$

On constate néanmoins ici que l'analogie formelle ne « fonctionne » qu'à moitié : en effet, si l'on veut faire correspondre terme à terme les pressions, il faut considérer en hydrostatique une pression moyenne s'exerçant uniformément sur la paroi et égale à $\frac{1}{2} \rho g H$. Cela tient au fait que la pression, concept intensif (ou encore local), est répartie uniformément dans le cas du condensateur plan, alors qu'elle n'est pas uniforme dans le cas hydrostatique. En revanche, les forces globales sont bien, elles, analogues. L'évolution spontanée d'un système à charge (resp. masse) constante peut également être étudiée dans le cas de dispositifs plus complexes, par exemple avec deux condensateurs resp. deux réservoirs) Pour alléger les calculs, on ne considérera que le cas où les deux composants du système ont des caractéristiques intrinsèques strictement identiques (mêmes capacités pour les condensateurs, mêmes sections et mêmes liquides pour les réservoirs).

État initial



État final



Énergie potentielle initiale

$$E_{pi} = \frac{1}{2} Q \cdot U \quad | \quad E_{pi} = \frac{1}{2} M \cdot g H$$

Énergie potentielle finale

$$E_{pf} = \frac{1}{4} Q \cdot U \quad | \quad E_{pf} = \frac{1}{4} M \cdot g H$$

Variation d'énergie potentielle

$$E_{pf} = \frac{1}{4} Q \cdot U \quad | \quad E_{pf} = \frac{1}{4} M \cdot g H$$

Cette diminution de l'énergie potentielle se traduit par une apparition d'entropie : en effet, dans les deux cas, l'énergie totale du système n'a pas varié et la transformation est spontanée, ou encore irréversible. Si T est la température du système, on a alors :

$$\Delta E_{tot} = \Delta E_p + T \Delta S = 0 \Rightarrow T \Delta S = -\Delta E_p \Rightarrow \Delta S = \frac{-\Delta E_p}{T}$$

On peut aussi interpréter cette variation d'énergie potentielle de la façon suivante : pendant le réaménagement des charges sur les deux condensateurs, un courant passe qui peut servir à alimenter un moteur. Le travail maximal que l'on pourra récupérer sera alors égal à $\frac{1}{4}Q \cdot U$. De même, en mettant sur le tuyau de jonction entre les réservoirs une turbine, on pourra récupérer au maximum un travail égal à $\frac{1}{4}M \cdot gH$.

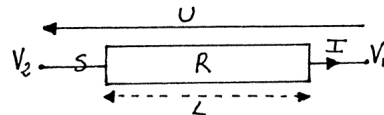
10.2 Aspects dynamiques : analogie conduction ohmique/écoulement laminaire

Nous allons maintenant comparer les phénomènes de résistance électrique et de résistance hydraulique.

ÉLECTROCINÉTIQUE

U : différence de potentiels aux bornes de la résistance.

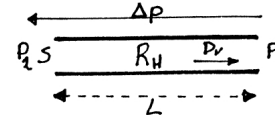
I : intensité du courant électrique.



HYDRAULIQUE

ΔP : différences de pressions aux entrées du tuyau

D_v : débit volumique du courant de fluide.



P = puissance fournie au système

$$P = U \cdot I$$

$$P = \Delta P \cdot D_v$$

En considérant un conducteur (un tuyau) cylindrique de section circulaire S et de longueur L

LOI D'OHM

σ : conductivité

$$I = \frac{U}{R} = (\sigma S/L)U$$

LOI DE POISEUILLE

η : viscosité dynamique

$$D_v = \Delta P / R_H = (S^2/8\pi\eta L)\Delta P$$

On constate que si l'on a comme analogues $I \leftrightarrow D_v$, $U \leftrightarrow \Delta P$, $R \leftrightarrow R_H$, les deux résistances diffèrent quant à leur dépendance vis-à-vis de la section S .

11 Conclusion

La lecture des tableaux analogiques ne peut que nous convaincre du parallélisme existant entre l'électricité d'une part et l'hydraulique d'autre part. Cependant, on constate, par exemple, qu'il n'est pas possible de rendre analogues la résistivité électrique $1/\sigma$ et la viscosité dynamique η : on atteint là les limites de validité de l'analogie. En fait, si l'analogie « fonctionne » souvent bien au niveau intégré (entre grandeurs extensives), il n'en est plus de même au niveau local (entre grandeurs intensives). Mais cela ne doit pas surprendre : dans la veine de l'exemple précédent, un courant électrique dans un métal est toujours constitué du déplacement d'électrons libres, constitutifs eux-même du conducteur, alors que les lois régissant un courant fluide dépendent à la fois du fluide et du tuyau, deux facteurs indépendant l'un de l'autre.

Quel est l'intérêt de telles analogies pour l'enseignement actuel ? On peut penser que l'analogie développée pour les aspects statiques permet d'introduire les notions de potentiels et d'énergie potentielle électrique à partir de celles étudiées en mécanique. Inversement, la connaissance de la loi d'Ohm peut permettre de trouver par analogie la loi des écoulements laminaires (loi de Poiseuille).

Il est certain que le raisonnement analogique présente un intérêt didactique, à condition de bien en connaître les possibilités et les limites. Mais qu'est-il préférable pour les élèves-étudiants :

— une étude exhaustive ardue et entièrement nouvelle ? ou bien

- une approche analogique avec ses limites, permettant une première compréhension des lois et des phénomènes ?

Le débat reste ouvert et la réponse dépend certainement des partis concernés (professeurs-élèves-programmes).

Personnellement, je vais continuer à faire le parallèle entre hydraulique et électricité. Le parallèle avec l'hydraulique permet une meilleure assimilation de ce phénomène mystérieux : l'électricité. Je suis persuadé que l'étude des circuits électrique peut aider à une meilleure compréhension des circuits hydrauliques et réciproquement. Ces deux matières peuvent s'enrichir l'une l'autre dans la mesure où un cursus les enseigne toutes deux, comme c'est le cas à l'école nationale supérieure maritime.

Pour la rédaction de ce petit fascicule, je me suis servi des documents suivants :

- « L'analogie en physique » de l'IREM de Rouen, novembre 1989 ;
- « Electricité et analogie hydraulique », mémoire professionnel de Jean-François Pochon, rédigé en avril 2003, mémoire réalisé dans le cadre du centre professionnel du Nord Vaudois ;
- « Equivalent hydraulique » du centre professionnel du Nord vaudois.

Sur le même sujet, on pourra lire avec profit les trois ouvrages de JEAN-PIERRE PETIT :

- « Et pour quelques ampères de plus » ;
- « L'électricité autrement » ;
- « L'ambre et le verre ».

Ces trois ouvrages font partie des « Aventures d'Anselme Lanturlu » et sont disponibles au format pdf sur le site : <http://www.savoir-sans-frontieres.com>