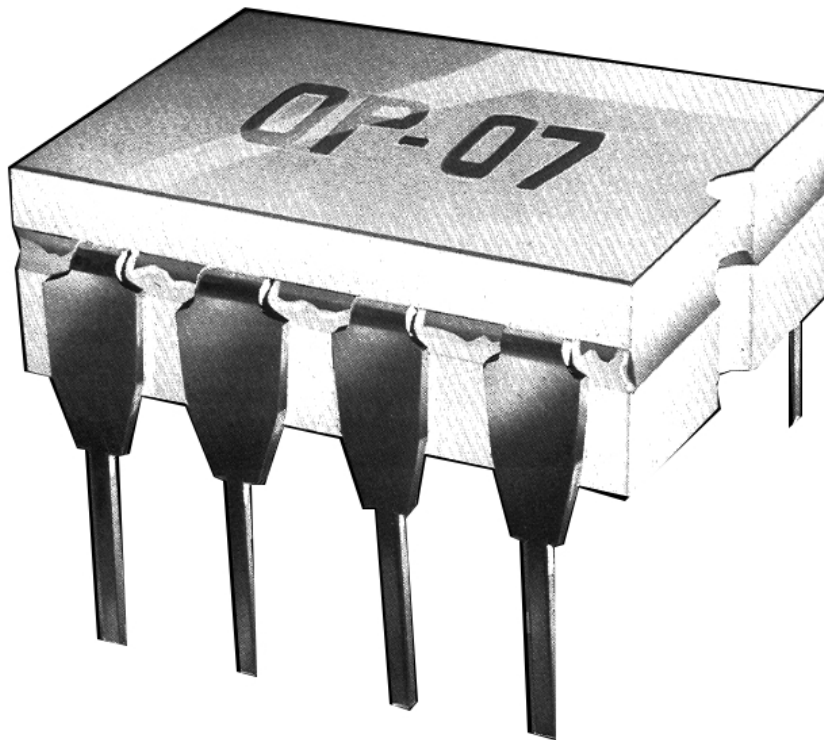


# AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL

## Cours et Problèmes

Claude CHEVASSU  
site mach elec



version du 11 février 2013



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Présentation de l'AO</b>	<b>1</b>
1.1	Fonctionnement non linéaire de l'AO . . . . .	2
1.2	Fonctionnement linéaire de l'AO . . . . .	3
1.3	Règles à appliquer . . . . .	5
1.4	Cas de deux rebouclages simultanés . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Fonctionnement linéaire</b>	<b>7</b>
2.1	Suiveur . . . . .	7
2.2	Amplificateur inverseur . . . . .	8
2.3	Sommeur . . . . .	9
2.4	Dérivateur . . . . .	10
2.5	Intégrateur . . . . .	11
2.6	Soustracteur . . . . .	13
2.7	Alimentation stabilisée . . . . .	14
2.8	Oscillateurs quasi sinusoïdaux . . . . .	16
2.8.1	Oscillateur bouclé . . . . .	16
2.8.2	Oscillateur à pont de Wien . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Fonctionnement non linéaire</b>	<b>23</b>
3.1	Multivibrateur astable . . . . .	23
3.2	Multivibrateur astable à rapport cyclique variable . . . . .	26
3.3	Régulation de niveau tout ou rien . . . . .	26



# Chapitre 1

## Présentation de l'AO

C'est en 1947 que fut introduit la notion d'amplificateur opérationnel (AO), ce composant était alors construit avec des tubes amplificateurs. Les applications initiales qui étaient la simulation d'opérations mathématiques simples (addition, inversion de signe, dérivation, intégration...), sont à l'origine de l'expression « amplificateur opérationnel ». L'AO était le composant de base des calculateurs analogiques et le demeurera jusqu'à la disparition de ceux-ci dans les années 1970.

Ce n'est vraiment qu'à partir de 1962, date de l'apparition des premiers AO à semi-conducteurs que leur utilisation s'est imposée. Depuis, les applications se sont diversifiées et les performances se sont améliorées.

Dans ce fascicule, nous présenterons uniquement l'amplificateur opérationnel *idéal*. L'AO est un circuit intégré analogique. Les performances des AO modernes sont très proches du composant idéal que nous considérerons dans ce fascicule.

Un AO comporte essentiellement deux entrées  $e_+$  et  $e_-$ , une sortie  $s$  ainsi que deux bornes d'alimentation,  $+V_{\text{alim}}$  et  $-V_{\text{alim}}$ . La différence de potentiel maximale que l'on puisse appliquer entre  $+V_{\text{alim}}$  et  $-V_{\text{alim}}$  est de l'ordre de 30 V. On peut alimenter l'AO de manière symétrique en prenant :  $+V_{\text{alim}} = +15\text{V}$  et  $-V_{\text{alim}} = -15\text{V}$ , mais on peut aussi, selon les besoins, adopter une alimentation dissymétrique.

Au point de vue fonctionnement, l'AO est un amplificateur de différence (de tensions) qui réalise la fonction :

$$v_s = A \times (e_+ - e_-)$$

où  $A$  est le gain différentiel. Pour un AO idéal,  $A \rightarrow +\infty$ .

Toujours dans le cas d'un AO idéal, les courants d'entrées sont négligeables (la résistance d'entrée différentielle tend vers l'infini), l'impédance de sortie du générateur équivalent de Thévenin tend vers 0.

Il y a deux grands types de fonctionnement de l'AO.

## 1.1 Fonctionnement non linéaire de l'AO

C'est le cas lorsqu'il n'y a pas de rebouclage de la sortie vers les entrées, l'AO fonctionne alors en comparateur, ou bien lorsqu'il y a une réaction positive (rebouclage de la sortie vers l'entrée  $e_+$ ), comme le montre la figure 1.1.

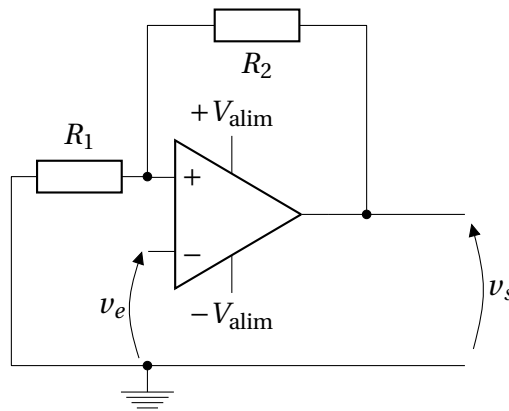


FIGURE 1.1 – Rebouclage vers l'entrée +.

L'AO travaille alors en *saturation*, nous admettrons que la sortie ne peut alors prendre que deux valeurs :

- $e_+ > e_- \Rightarrow v_s = +V_{alim}$
- $e_+ < e_- \Rightarrow v_s = -V_{alim}$

En fait, nous pouvons expliquer ce fonctionnement de la manière suivante :

$$e_- = v_e \quad \text{et} \quad e_+ = v_s \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \epsilon &= v_s \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} - 0 = \frac{v_s}{A} \\ \Rightarrow v_s \cdot \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{1}{A} \right) &= v_e\end{aligned}$$

Or,  $\frac{1}{A} \rightarrow 0$ . La valeur de la tension de sortie devrait être :

$$v_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot v_e$$

Mais, en pratique, on n'obtient en sortie que les deux valeurs de la tension d'alimentation :  $+V_{\text{alim}}$  ou  $-V_{\text{alim}}$ . En effet, ce montage est *instable*.

Posons :  $k = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ , d'où :  $\epsilon = k \cdot v_s - v_e$ .

Une petite perturbation est susceptible de modifier très légèrement la valeur de  $v_s$ , entraînant une modification de  $\epsilon$  :

- si  $v_s$  croît,  $\epsilon$  augmente, donc  $v_s$  continue de croître et « diverge » vers  $+V_{\text{alim}}$  ;
- si  $v_s$  décroît,  $\epsilon$  diminue, donc  $v_s$  continue de décroître et « diverge » vers  $-V_{\text{alim}}$

## 1.2 Fonctionnement linéaire de l'AO

C'est le cas lorsqu'il y a une contre-réaction (rebouclage de la sortie vers l'entrée  $e_-$ ), comme le montre la figure [1.2 page suivante](#). L'asservissement de la tension de sortie à celle de l'entrée permet de travailler hors saturation. Puisque le gain en tension est infini, la tension d'entrée différentielle  $\epsilon$  tend vers 0 :

$$\lim_{A \rightarrow +\infty} \epsilon = \lim_{A \rightarrow +\infty} (e_+ - e_-) = \lim_{A \rightarrow +\infty} \frac{v_s}{A} = 0$$

Nous admettons donc, sans plus de démonstration, que lorsque l'AO possède un seul rebouclage et que celui-ci se fait vers l'entrée  $e_-$ , alors :

$$e_+ = e_-$$

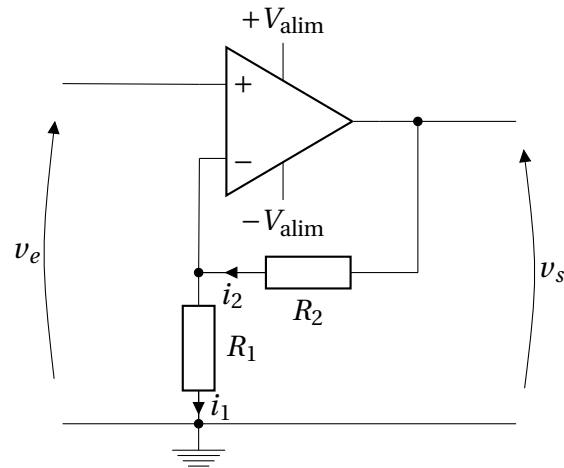


FIGURE 1.2 – Rebouclage vers l'entrée -.

L'AO fait évoluer sa tension de sortie de telle sorte que le potentiel des deux entrées soit identique, à quelques microvolts près dans le cas d'un AO non idéal.

Dans le cas de la figure 1.2, on peut également voir les choses de la manière suivante :

On constate que :

$$v_e = e_+ \quad \text{et que} \quad e_- = v_s \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow \epsilon = v_e - v_s \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{v_s}{A}$$

$$v_s \cdot \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{A} \right) = v_e$$

Comme  $A \rightarrow \infty$ , on obtient :

$$v_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot v_e$$

Posons :  $k = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ , d'où :  $\epsilon = v_e - k \cdot v_s$



Une petite perturbation est susceptible de modifier très légèrement la valeur de  $v_s$ , entraînant une modification de  $\epsilon$  :

- si  $v_s$  croît,  $\epsilon$  diminue, donc  $v_s$  décroît ;
- si  $v_s$  décroît,  $\epsilon$  augmente donc  $v_s$  croît.

Ce montage est donc *stable*.

### 1.3 Règles à appliquer

Lorsque l'on examine un circuit électronique comportant un amplificateur électronique, il faut se demander s'il y a ou non un rebouclage.

S'il n'y a pas de rebouclage, l'AO fonctionne en comparateur, en régime saturé ou non-linéaire et, par conséquent, la tension de sortie  $v_s$  ne peut prendre que les valeurs des tensions d'alimentation  $+V_{\text{alim}}$  ou  $-V_{\text{alim}}$ . Afin de déterminer laquelle de ces deux tensions prend  $v_s$ , il y a lieu d'examiner la relation  $v_s = A \cdot (e_+ - e_-)$ .

- $(e_+ - e_-) > 0 \Rightarrow v_s = +V_{\text{alim}}$  ;
- $(e_+ - e_-) < 0 \Rightarrow v_s = -V_{\text{alim}}$ .

S'il existe un rebouclage, et un seul, vers la borne d'entrée +, les conclusions quant à  $v_s$  sont les mêmes que précédemment.

S'il existe un rebouclage, et un seul, vers la borne d'entrée +, ou pas de rebouclage, l'AO fonctionne en régime saturé.  $v_s$  ne peut prendre que deux valeurs : soit  $-V_{\text{alim}}$ , soit  $+V_{\text{alim}}$ .

$$(e_+ - e_-) > 0 \Rightarrow v_s = +V_{\text{alim}}$$

$$(e_+ - e_-) < 0 \Rightarrow v_s = -V_{\text{alim}}$$

S'il existe un rebouclage, et un seul, vers la borne d'entrée -, l'AO fonctionne en régime linéaire,  $v_s$  peut prendre toutes les valeurs comprises entre  $-V_{\text{alim}}$  et  $+V_{\text{alim}}$ . L'AO va ajuster  $v_s$  de telle sorte que la différence de potentiel entre les deux entrées tende vers zéro. Nous pourrions considérer dans ce cas que :

$$e_+ = e_-$$

## 1.4 Cas de deux rebouclages simultanés

Dans le cas d'un rebouclage sur l'entrée  $e_+$  et d'un rebouclage simultané sur l'entrée  $e_-$ , il y a lieu d'étudier le gain de chacune des branches de rebouclage afin de déterminer quel rebouclage est prépondérant et donc quel est le fonctionnement de l'AO.

Pour approfondir le sujet, consultez [[Gir00](#)]

# Chapitre 2

## Fonctionnement linéaire

AVERTISSEMENT : Nous considérons que tous les amplificateurs opérationnels des montages de ce chapitre sont idéaux. Ces AO seront tous considérés comme alimentés de manière symétrique, soit  $-V_{\text{alim}} = -15\text{V}$  et  $+V_{\text{alim}} = 15\text{V}$ .

### 2.1 Suiveur

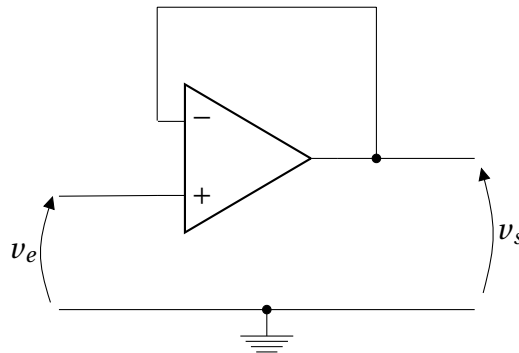


FIGURE 2.1 – Montage suiveur.

Pour un AO idéal, nous avons :

$$e_- = e_+ \Rightarrow v_s = e_+$$

L'intérêt du montage réside dans sa très forte impédance d'entrée et sa très faible impédance de sortie.

## 2.2 Amplificateur inverseur

Le montage de la figure 2.2 page suivante est un amplificateur inverseur au sens où la tension de sortie  $v_s$  est en opposition de phase avec la tension d'entrée  $v_e$ .

Déterminons le gain de l'amplificateur. Il faut remarquer que le rebouclage s'effectue sur la borne d'entrée -, ce qui assure que  $e_+ = e_-$ . On a de plus :

$$e_+ = 0 \Rightarrow e_- = 0$$

Donc :

$$i_{R_1} = \frac{v_e - 0}{R_1} = \frac{v_e}{R_1}$$

L'intensité échangée au niveau de l'entrée d'un AO idéal étant nulle, la loi des nœuds, appliquées au niveau de l'entrée -, permet de dire que l'intensité qui traverse la résistance  $R_2$  est celle qui provient de  $R_1$ . La d.d.p. aux bornes de  $R_2$  est :

$$v_{R_2} = R_2 \times \frac{v_e}{R_1}$$

Une loi des mailles partant de la masse, passant par la sortie de l'AO, la résistance  $R_2$  et retournant à la masse (entrée -) donne :

$$v_s = -\frac{R_2}{R_1} \times v_e$$

Le gain de l'amplificateur est donc :  $\frac{R_2}{R_1}$ . Le signe - qui traduit l'opposition de phase de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée donne le qualificatif « inverseur » à cet amplificateur.

Bien évidemment, si  $R_2 < R_1$ , on obtient un atténuateur, ce qui n'est généralement pas le but recherché.

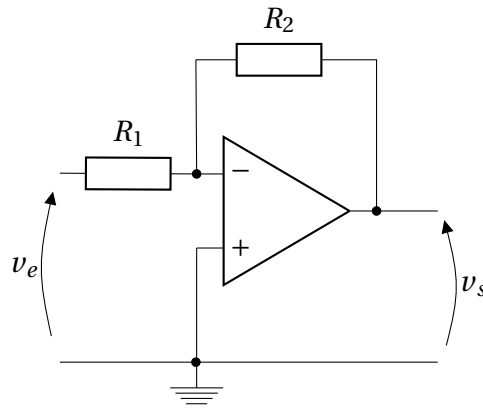


FIGURE 2.2 – Amplificateur inverseur.

## 2.3 Sommateur

On considère le montage de la figure 2.3. Déterminer la tension de sortie  $v_s$  en fonction des trois tensions d'entrée du montage  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$ .

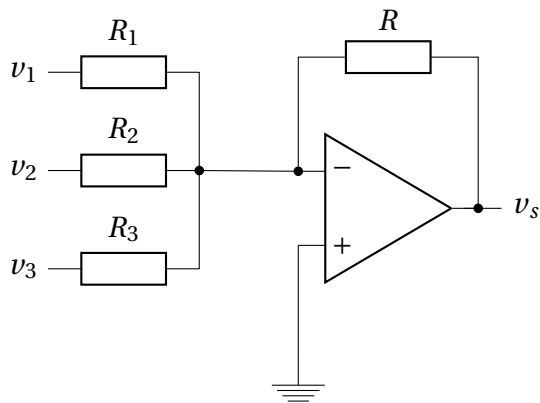


FIGURE 2.3 – Sommateur.

Le rebouclage se faisant sur l'entrée -, on a :  $e_+ = e_-$ .

$e_+ = 0 \Rightarrow e_- = 0$ . On en déduit les intensités traversant chacune des résistances  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  :

$$\begin{cases} i_1 = \frac{v_1 - 0}{R_1} = \frac{v_1}{R_1} \\ i_2 = \frac{v_2 - 0}{R_2} = \frac{v_2}{R_2} \\ i_3 = \frac{v_3 - 0}{R_3} = \frac{v_3}{R_3} \end{cases}$$

Aucun courant n'étant échangé au niveau des entrées d'un AO, d'après la loi des nœuds, l'intensité qui parcourt la résistance  $R$  est égale à la somme de ces intensités :

$$i_R = i_1 + i_2 + i_3$$

La d.d.p. aux bornes de  $R$  est ainsi :

$$v_R = R \times i_R = R \cdot \left( \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} \right)$$

On obtient la tension de sortie,  $v_s$ , en écrivant une équation de maille. On part de la masse, on passe par la sortie, puis  $R$  et on retourne au potentiel de la masse en arrivant sur l'entrée -. On obtient ainsi :

$$v_s = -R \cdot \left( \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} \right)$$

On obtient ainsi un additionneur pondéré dont les coefficients de pondération sont :  $\frac{R}{R_1}$ ,  $\frac{R}{R_2}$  et  $\frac{R}{R_3}$ .

Dans l'hypothèse où toutes les résistances sont égales ( $R_1 = R_2 = R_3 = R$ ), on obtient :

$$v_s = -(v_1 + v_2 + v_3)$$

La sortie est en opposition de phase (signe -) avec la somme des trois tensions d'entrée. On a bien un montage sommateur. Il est bien entendu possible d'additionner plus de trois tensions. Pouvez-vous concevoir un montage sommateur permettant d'additionner cinq tensions avec le même coefficient de pondération pris égal à un ?

## 2.4 Dérivateur

On peut facilement dériver une tension par rapport au temps à l'aide du montage de la figure [2.4 page 12](#).

En effet, le rebouclage s'effectuant sur l'entrée -, on a :  $e_+ = e_-$  puis :  $e_+ = 0 \Rightarrow e_- = 0$ .

L'intensité qui « traverse »<sup>1</sup> le condensateur s'obtient à partir de la relation :

$$q = C \cdot (v_e - e_-)$$

où  $q$  est la valeur absolue de la charge portée par une des deux armatures du condensateur.

En dérivant cette expression par rapport au temps, on obtient :

$$\frac{dq}{dt} = i_c = C \cdot \frac{d(v_e - e_-)}{dt} = C \cdot \frac{dv_e}{dt}$$

L'intensité échangée au niveau de l'entrée d'un AO idéal étant nulle, la loi des nœuds, appliquées au niveau de l'entrée -, permet de dire que l'intensité qui traverse la résistance  $R$  est celle qui provient de  $C$ . La d.d.p. aux bornes de  $R$  est :

$$v_R = R \times C \cdot \frac{dv_e}{dt}$$

Une loi des mailles partant de la masse, passant par la sortie de l'AO, la résistance  $R_2$  et retournant à la masse (entrée -) donne :

$$v_s = -RC \cdot \frac{dv_e}{dt}$$

La tension de sortie est proportionnelle à la dérivée par rapport au temps de la tension d'entrée, même si elle est en opposition de phase avec elle. Quel montage faudrait-il ajouter, au niveau de la sortie, pour obtenir une tension de sortie en phase avec la tension d'entrée ?

## 2.5 Intégrateur

On peut facilement intégrer une tension par rapport au temps à l'aide du montage de la figure [2.5 page 13](#).

---

1. En fait, le courant ne passe pas à travers l'isolant situé entre les deux armatures du condensateur, mais l'abus de langage est pratique. Il faut tout de même avoir conscience qu'il s'agit bel et bien d'un abus de langage.

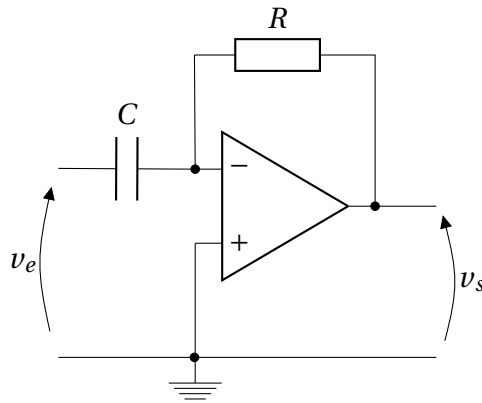


FIGURE 2.4 – Dérivateur.

En effet, le rebouclage s'effectuant sur l'entrée -, on a :  $e_+ = e_-$  puis :  $e_+ = 0 \Rightarrow e_- = 0$ .

L'intensité qui traverse la résistance  $R$  s'obtient à partir de la loi d'Ohm :

$$i_R = \frac{v_e - 0}{R} = \frac{v_e}{R}$$

L'intensité échangée au niveau de l'entrée d'un AO idéal étant nulle, la loi des nœuds, appliquées au niveau de l'entrée -, permet de dire que l'intensité qui traverse la résistance  $C$  est celle qui provient de  $R$ . La d.d.p. aux bornes de  $C$  est :

$$e_- - v_s = \frac{q}{C}$$

Or :

$$q = \int i \, dt \Rightarrow v_s = \frac{1}{RC} \int v_e \, dt$$

Une loi des mailles partant de la masse, passant par la sortie de l'AO, le condensateur  $C$  et retournant à la masse (entrée -) donne :

$$v_s = -\frac{1}{RC} \int v_e \, dt$$

La tension de sortie est bien proportionnelle à l'intégrale par rapport au



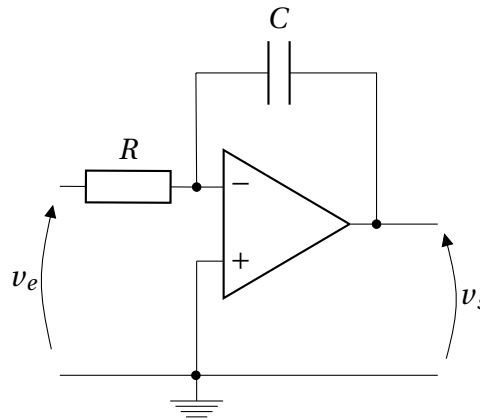


FIGURE 2.5 – Intégrateur.

temps de la tension d'entrée. Là aussi, le signe moins indique qu'il y a opposition de phase entre la tension de sortie et celle d'entrée.

## 2.6 Soustracteur

Le montage de la figure 2.6 page suivante est un montage qui permet de soustraire des tensions. Prouvons-le :

Le rebouclage s'effectuant sur l'entrée -, on a :  $e_+ = e_-$ . Mais ici, puisque  $R_3$  et  $R_4$  constitue un diviseur de tension pour  $v_2$ , on a :

$$e_+ = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot v_2$$

L'intensité qui traverse la résistance  $R_1$  s'obtient à partir de la loi d'Ohm :

$$i_{R_1} = \frac{v_1 - e_+}{R} = \frac{v_1 - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot v_2}{R} = \frac{v_1}{R_1} - \frac{R_4}{R_1 \cdot (R_3 + R_4)} \times v_2$$

La tension de sortie s'obtient avec une équation de maille : on part de la masse, on passe par la sortie, par  $R_2$ , par les entrées - et + (qui sont au même potentiel) et on retourne à la masse par  $R_4$ . Cela donne :

$$v_s + R_2 \times \left( \frac{v_1}{R_1} - \frac{R_4}{R_1 \cdot (R_3 + R_4)} \times v_2 \right) - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot v_2 = 0$$

On en déduit :

$$v_s = - \left( \frac{R_2}{R_1} \cdot v_1 - \left( \frac{R_2 \cdot R_4}{R_1 \cdot (R_3 + R_4)} + \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) \cdot v_2 \right)$$

Si toutes les résistances sont identiques, on obtient :

$$v_s = v_2 - v_1$$

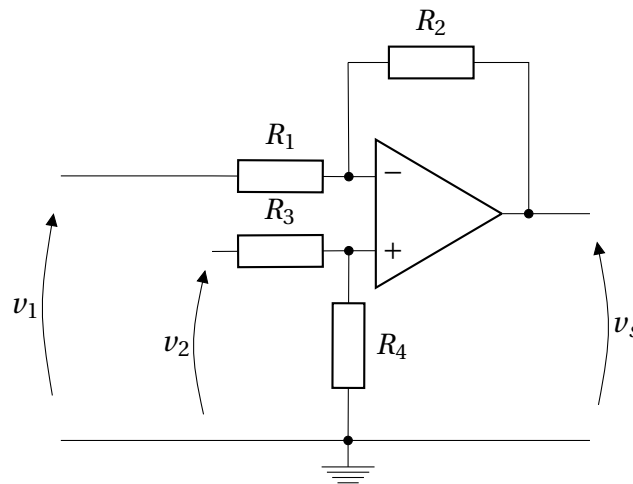


FIGURE 2.6 – Soustracteur.

## 2.7 Alimentation stabilisée

On considère le montage de la figure 2.7 page ci-contre qui représente une alimentation stabilisée. Le but de cette alimentation est de permettre d'alimenter la charge avec une tension régulée à une valeur constante même si la tension de la source  $E$  est sujette à des fluctuations.

On considèra que l' A.O. est idéal. La diode Zener  $D_z$  a pour tension de Zener  $V_z = 3,9V$ . Le transistor  $T_2$  est bloqué lorsque sa tension base-émetteur est inférieure à  $0,6V$ .

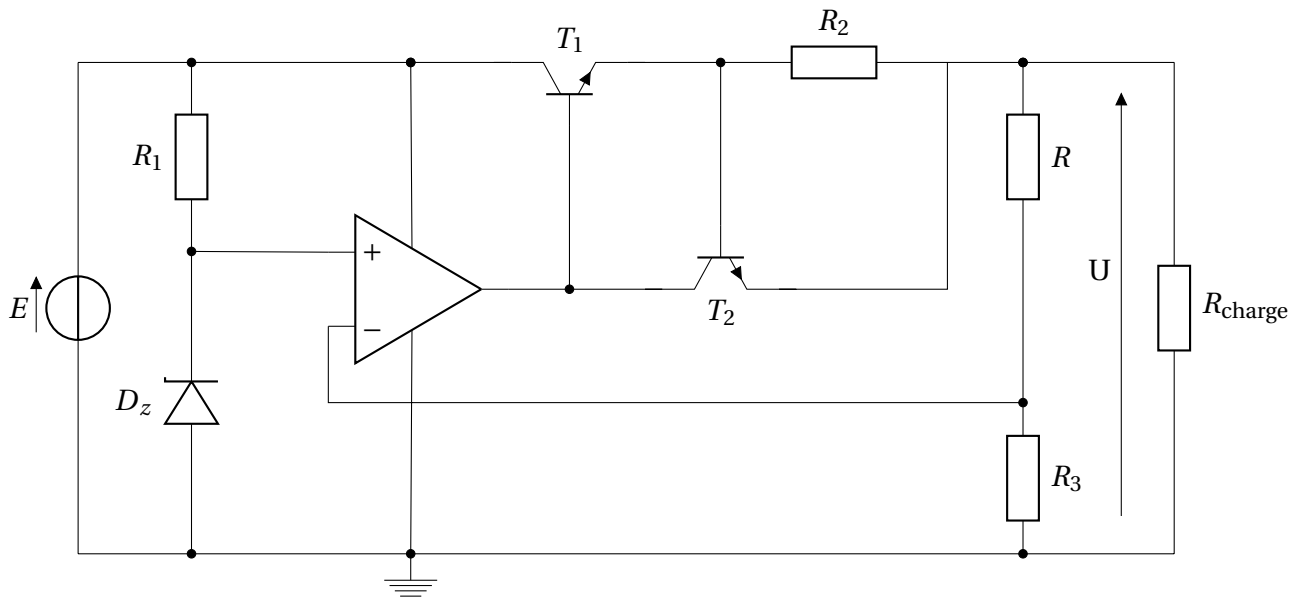


FIGURE 2.7 – Alimentation stabilisée

Dans un premier temps, vous ne tiendrez pas compte de la présence du transistor  $T_2$  ni de la résistance  $R_2$ .

1. Calculez la valeur de la résistance  $R$  pour que la tension de sortie  $U$  soit de 10V.
2. Expliquez le fonctionnement du montage dans le cas où une variation de la résistance de charge  $R_{\text{charge}}$  a tendance à faire diminuer la tension de sortie  $U$ .

On prend désormais en compte le transistor  $T_2$  et la résistance  $R_2$ .

3. Précisez le rôle du transistor  $T_2$  et calculez la valeur maximale de l'intensité du courant que peut débiter l'alimentation en fonctionnement normal.

RÉPONSE :

1. Le rebouclage s'effectuant sur l'entrée -, alors  $e_+ = e_- \Rightarrow e_- = 3,9\text{V}$ . Cela nous donne la d.d.p. aux bornes de la résistance  $R_3$ . Ce qui permet de

calculer l'intensité qui passe dans cette résistance :  $I_{R_3} = \frac{3,9}{3300} = 1,8 \text{ mA}$ . Comme il n'y a aucune intensité échangée au niveau de l'entrée d'un AO, cette intensité est celle qui traverse la résistance  $R$ .

Nous connaissons l'intensité qui traverse  $R$ , la d.d.p. à ses bornes  $10 - 3,9 = 6,1 \text{ V}$ . On a donc :

$$R = \frac{6,1}{1,8 \cdot 10^{-3}} = 3,39 \text{ k}\Omega$$

2.  $U \searrow \Rightarrow e_- \searrow \Rightarrow (e_+ - e_-) \nearrow \Rightarrow V_{BE_{T_1}} \nearrow \Rightarrow U \nearrow$ , une fluctuation de  $U$  déclenche une réaction du montage qui contrarie cette fluctuation, il y a donc bien régulation de  $U$ .
3. Si la charge admet un courant trop important (cas d'un court-circuit en sortie de l'alimentation stabilisée par exemple), la d.d.p. aux bornes de  $R_2$  augmente. Lorsque cette d.d.p. atteint  $0,7 \text{ V}$ , le transistor  $T_2$  se sature. Cela a pour effet de mettre le potentiel de l'émetteur de  $T_1$  à environ  $0,7 \text{ V}$  au-dessus de celui de sa base. Cela entraîne le blocage de  $T_1$ . Cela protège donc  $T_1$  contre les surintensités.

## 2.8 Oscillateurs quasi sinusoïdaux

Deux méthodes permettent d'obtenir des oscillations quasi sinusoïdales :

- l'association en *boucle* d'un amplificateur et d'un circuit sélectif (un filtre) ;
- l'association d'un dipôle dont la caractéristique présente une portion à *résistance négative* dans un circuit résonnant.

### 2.8.1 Oscillateur bouclé

L'association d'un amplificateur et d'un filtre forme un système bouclé qui peut être représenté, en régime linéaire et harmonique, par une chaîne directe et par une chaîne de retour comme le montre la figure 2.8. Le rôle des chaînes directe et de retour peut être permuté. On a cependant l'habitude d'associer la chaîne directe à l'amplificateur.

Déterminons la valeur de  $\underline{S}$  en fonction de  $\underline{E}$  et des deux fonctions de transfert  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$  dans le schéma de la figure 2.8 :

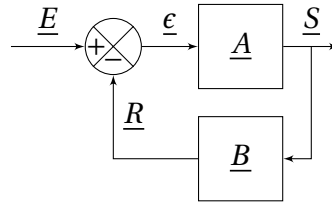


FIGURE 2.8 – Schéma bloc d'un oscillateur quasi sinusoïdal, rebouclage sous-tractif.

$$\underline{S} = \underline{A} \cdot \underline{\epsilon}$$

$$\underline{\epsilon} = \underline{E} - \underline{B} \cdot \underline{S}$$

d'où :

$$\underline{S} = \underline{A} \cdot \underline{E} - \underline{A} \cdot \underline{B} \cdot \underline{S} \Rightarrow \underline{S} = \frac{\underline{A}}{1 + \underline{A} \cdot \underline{B}} \cdot \underline{E}$$

Si  $\underline{A} \cdot \underline{B} = -1$  alors  $\frac{\underline{A}}{1 + \underline{A} \cdot \underline{B}} \rightarrow \infty$  dès lors,  $S$  existe même si  $E \rightarrow 0$ .

$E = 0$ ,  $S \neq 0$ , les montages sont des oscillateurs.

REMARQUE : Il faut faire attention, l'énergie nécessaire à la création d'oscillations ne provient pas du vide. On ne sait pas encore extraire de l'énergie du vide (le saurons-nous jamais?), les « extracteurs de point zéro (EDPZ) » chers à la série « Star Gate » ne sont, hélas, que des chimères de science-fiction. L'énergie du signal de sortie provient tout simplement des sources de tension continue alimentant l'étage amplificateur.

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = -1 \Rightarrow \begin{cases} |\underline{A} \cdot \underline{B}| = 1 \\ \text{arg}(\underline{A} \cdot \underline{B}) = \pi \end{cases}$$

Cela donne :

- une condition de pulsation  $\text{arg}(\underline{A} \cdot \underline{B}) = \pi$  ;
- une condition d'entretien des oscillations  $|\underline{A} \cdot \underline{B}| = 1$ .

Ces deux conditions sont connues sous le nom de « critères de Barkhausen<sup>2</sup> ».

Si le rebouclage se fait en additionnant le signal de retour comme le montre la figure 2.9, un calcul analogue donnera comme condition d'oscillation :

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = +1$$

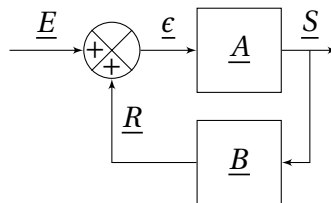


FIGURE 2.9 – Schéma bloc d'un oscillateur quasi sinusoïdal, rebouclage additif.

## 2.8.2 Oscillateur à pont de Wien

Cet oscillateur est représenté à la figure 2.10 dans laquelle on reconnaît un AO monté en amplificateur non inverseur dans la chaîne directe. La chaîne de retour est constituée par un filtre de Wien<sup>3</sup>.

### 2.8.2.1 Fonction de transfert du filtre de Wien

Le filtre de Wien est un filtre passe-bande d'ordre deux constitué de deux résistors et de deux condensateurs identiques, disposés comme le montre la figure 2.11

2. Heinrich Georg BARKHAUSEN : ingénieur allemand, né à Brême en 1881 et mort à Dresde en 1956. Après des études d'ingénieur, il est nommé en 1911 professeur de physique à l'université de Dresde. Il est connu en électronique pour avoir produit, avec son collègue K. Kurz, des micro-ondes en faisant osciller le courant dans une triode à vide. En physique, il a étudié et mis en évidence, par voie acoustique, le processus d'aimantation des corps ferromagnétiques.

3. Max WIEN : physicien allemand, né en 1866 à Königsberg et mort à Iena en 1938. Nommé professeur à l'École Technique de Dantzig en 1904, puis à l'Université d'Iena en 1911. Il travaille sur les oscillateurs électriques et sur la télégraphie sans fil ; son nom est associé à l'oscillateur bien connu et au filtre de particules utilisé en optique corpusculaire. Il ne faut pas le confondre avec Wilhelm Wien, connu lui pour avoir donné son nom à une loi sur le rayonnement du corps noir

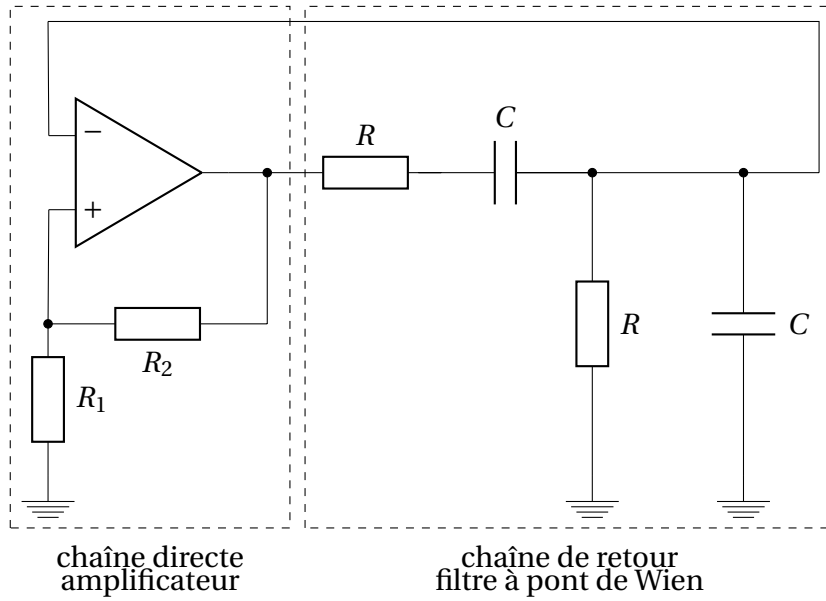


FIGURE 2.10 – Oscillateur à pont de Wien.

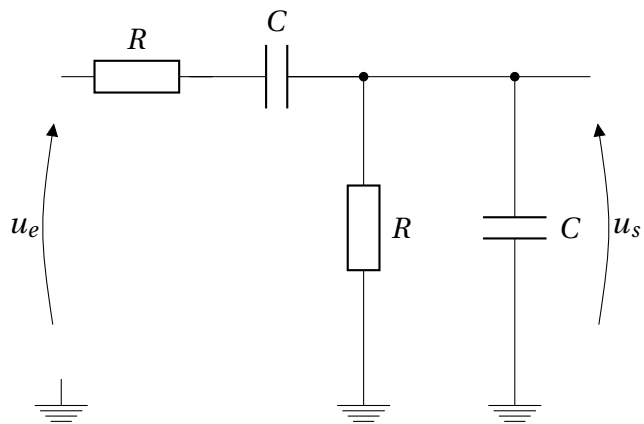


FIGURE 2.11 – Filtre à pont de Wien.

Établissons l'expression de la fonction de transfert du filtre de Wien, en le considérant comme un diviseur de tension :

$$H(j\omega) = \frac{u_s}{u_e} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{1 + Z_1/Z_2}$$

avec :  $Z_1 = R + \frac{1}{jC\omega} = \frac{1+jRC\omega}{jC\omega}$  et  $Z_2 = \frac{R/(jC\omega)}{R+1/(jC\omega)} = \frac{R}{1+jRC\omega}$

Il vient, en effectuant :

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1+jRC\omega}{jC\omega} \times \frac{1+jRC\omega}{R} = \frac{1-R^2C^2\omega^2 + j2RC\omega}{jRC\omega} = 2 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \text{ où } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

On en déduit :

$$H(j\omega) = \frac{1}{3 + j(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)} = \underline{B}$$

En introduisant la fréquence réduite  $x = \omega/\omega_0 = f/f_0$ , on obtient :

$$\underline{H}(x) = \frac{1}{3 + j(x - 1/x)}$$

ou :

$$\underline{H}(x) = \frac{1/3}{1 + (1/3)(jx + (jx)^{-1})}$$

Ainsi :

$$|\underline{H}(x)| = \frac{1}{[9 + (x - 1/x)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad \text{et} \quad \varphi = -\arctan\left(\frac{x - 1/x}{3}\right)$$

### 2.8.2.2 Fonction de transfert de l'amplificateur

L'amplificateur à amplificateur opérationnel (voir annexe 1, page 1) de la figure 2.12 est rebouclé sur la borne d'entrée  $-$ , par conséquent, le fonctionnement de l'AO est linéaire et  $v_e = +V_{\text{alim}} = -V_{\text{alim}} = v_{R_1}$ .

La d.d.p. aux bornes de  $R_2$  est donc :  $v_s - -V_{\text{alim}} = v_s - v_e = R_2 \cdot i_2$



Or,  $i_2 = i_1 = \frac{v_e}{R_1}$ , car il n'y a pas de courant fourni ou absorbé par les entrées d'un AO, donc :

$$v_s - v_e = R_2 \cdot \frac{v_e}{R_1} \Rightarrow \frac{v_s}{v_e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = \underline{A}$$

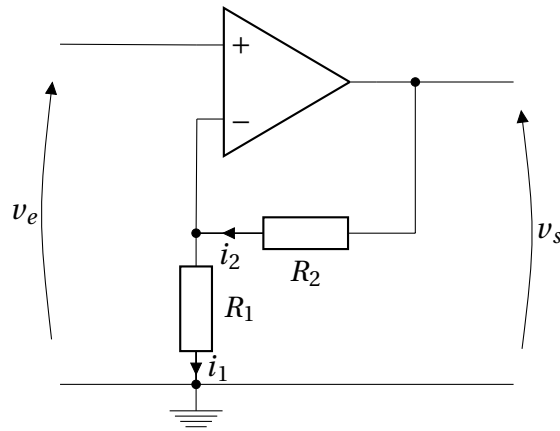


FIGURE 2.12 – Amplificateur à AO.

### 2.8.2.3 Critère de Barkhausen appliqué à l'oscillateur à pont de Wien

Le rebouclage s'effectue sur la borne + de l'AO, ainsi le critère de Barkhausen sera :

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = +1 \Rightarrow \frac{R_1 + R_2}{R_1} \times \frac{1}{3 + j(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)} = +1$$

ou :

$$3 + j(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega) = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Le membre de droite est un nombre réel pur, par conséquent, la partie imaginaire du membre de gauche doit être nulle. Nous devons donc avoir :

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} = 3 \quad \text{et} \quad \omega/\omega_0 - \omega_0/\omega = 0$$

soit encore :

$$R_1 = 2R_2 \quad \text{et} \quad \omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

La réalisation expérimentale précise de ce critère n'est guère possible. Deux cas de figure se présentent :

- Si la condition est réalisée par défaut, c'est à dire si  $\underline{A} \cdot \underline{B} < +1$ , les oscillations éventuelles s'amortissent exponentiellement. On n'observe plus que des oscillations aléatoires de très faible amplitude, appelées *bruit*. L'énergie apportée par l'amplificateur est insuffisante pour compenser les pertes dissipatives.
- Si la condition est réalisée par excès, c'est à dire si  $\underline{A} \cdot \underline{B} > +1$ , les oscillations s'amplifient exponentiellement au cours du temps. On finit alors par sortir du domaine de fonctionnement linéaire du circuit, ce qui a pour effet de limiter l'amplitude des oscillations.

Aussi, pour obtenir des oscillations quasi sinusoïdales, faut-il se placer dans le voisinage supérieur du critère de Barkhausen :

$$\underline{A} \cdot \underline{B} \approx +1 \quad \text{et} \quad \underline{A} \cdot \underline{B} > +1$$

Le critère de Barkhausen est quelquefois appelé *condition d'accrochage* de l'oscillateur. En automatique, afin de régler un régulateur PID, la méthode de Ziegler et Nichols préconise de déterminer le gain du *pompage limite*. Il s'agit, ni plus ni moins, de déterminer expérimentalement le gain exact permettant au système considéré de commencer à osciller sinusoïdalement. Si l'on souhaite obtenir une bonne précision, le gain doit correspondre exactement au critère de Barkhausen et les oscillations sinusoïdales ne doivent pas commencer à se déformer. Le réglage est délicat...

# Chapitre 3

## Fonctionnement non linéaire

AVERTISSEMENT : Nous considérons que tous les amplificateurs opérationnels des montages de ce chapitre sont idéaux.

### 3.1 Multivibrateur astable

Le montage de la figure 3.1 page suivante représente un multivibrateur astable.

1. Calculer les tensions  $v_s$  et  $e_+$  lorsque  $e_- < e_+$ .
2. Comment évolue la tension  $e_-$  dans ces conditions ?
3. Que se passe-t-il lorsque  $e_- > e_+$  . Calculer alors la valeur des tensions  $v_s$  et  $e_+$  ? Comment évolue  $e_-$  ?
4. Représenter l'évolution des tensions  $v_s$  et  $e_-$  en fonction du temps.
5. Calculer la période de la tension de sortie  $v_s$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R$  et  $C$ .
6. Effectuer l'application numérique pour  $R_1 = 15\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 100\text{ k}\Omega$ ,  $R = 120\text{ k}\Omega$  et  $C = 0,1\text{ }\mu\text{F}$ .

RÉPONSE :

1.  $v_s = A \cdot (e_+ - e_-)$  ici, on suppose que  $e_+ > e_-$ , donc  $v_s = +V_{\text{alim}}$  et  $e_+ = +V_{\text{alim}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ .
2.  $e_-$  croît exponentiellement car  $C$  est chargé à tension constante,  $+V_{\text{alim}}$ , à travers la résistance  $R$ .

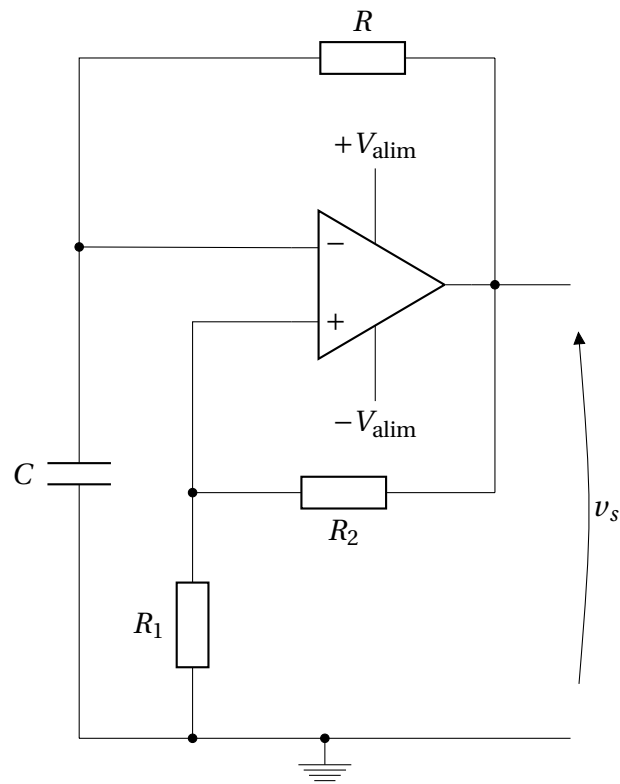


FIGURE 3.1 – Multivibrateur astable.

3. Si  $e_- > e_+$ , alors  $v_s = -V_{\text{alim}}$ ,  $e_+ = -V_{\text{alim}} \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2}$ ,  $e_-$  décroît car  $C$  se décharge à travers  $R$ .
4. Posons :  $k = \frac{R_1}{R_1+R_2}$ . Supposons qu'à l'instant initial,  $e_- = 0$  (condensateur déchargé) et  $v_s = +V_{\text{alim}}$ . Le condensateur  $C$  se charge alors à travers  $R$  et sa tension tend vers  $+V_{\text{alim}}$ . En fait, dès que :  $e_- = +k \cdot V_{\text{alim}} + \epsilon$  ( $\epsilon > 0$ ), la tension différentielle d'entrée devient négative et la tension de sortie bascule de  $+V_{\text{alim}}$  à  $-V_{\text{alim}}$ . Le condensateur se décharge maintenant à travers  $R$  et le potentiel de l'entrée - de l'AO tend vers  $-V_{\text{alim}}$ .

Mais dès que :  $e_- = -k \cdot V_{\text{alim}} - \epsilon$  ( $\epsilon > 0$ ), la tension différentielle change de signe et la tension de sortie bascule à nouveau de  $-V_{\text{alim}}$  à  $+V_{\text{alim}}$ . On observe alors une nouvelle charge du condensateur à travers  $R$  et le cycle recommence.

Les courbes des tensions  $e_-$  et  $v_s$  sont représentées à sur la figure 3.2

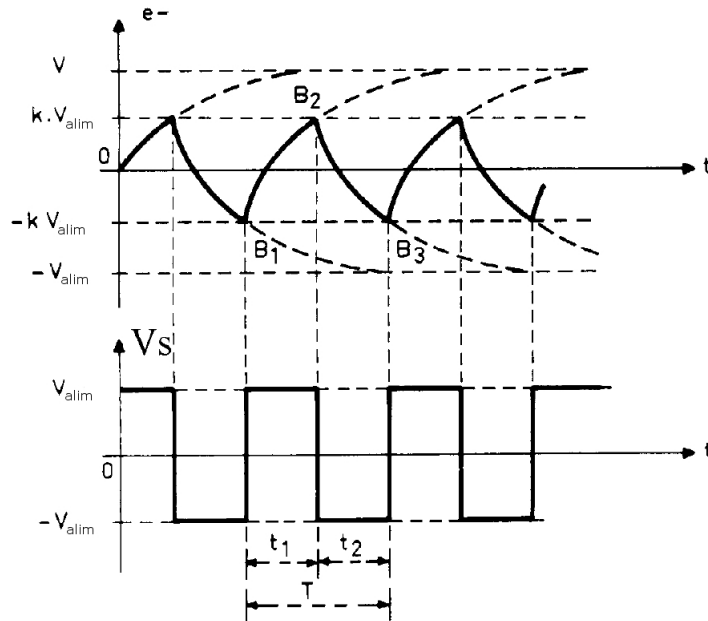


FIGURE 3.2 – Courbes de tension pour le multivibrateur astable.

5. Supposons  $v_s = +V_{\text{alim}}$  et initialement  $e_-(t=0) = -\frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot V_{\text{alim}}$ . La variation de  $e_-$  en fonction du temps est de la forme :  $e_- = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + B$ .  
 À  $t = 0$ ,  $e_- = A + B = -\frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot V_{\text{alim}}$ .  
 Quand  $t \rightarrow \infty$ ,  $e_- = B = +V_{\text{alim}}$ .

$$\text{D'où : } A = -\frac{2R_1+R_2}{R_1+R_2} \cdot V_{\text{alim}}.$$

$$\text{On a donc : } e_- = V_{\text{alim}} - \left(\frac{2R_1+R_2}{R_1+R_2}\right) \cdot V_{\text{alim}} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}.$$

$$\text{Quand } e_- = \frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot V_{\text{alim}}, t = \frac{T}{2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_1+R_2} = 1 - \frac{2R_1+R_2}{R_1+R_2} \cdot e^{-\frac{T}{RC}}, \text{ d'où :}$$

$$T = 2RC \ln \frac{2R_1 + R_2}{R_2} = 6,3 \text{ ms}$$

## 3.2 Multivibrateur astable à rapport cyclique variable

Le montage de la figure 3.3 page suivante représente les modifications apportées au montage de la figure 3.1 page 24 afin de rendre la tension de sortie dissymétrique et de pouvoir faire varier le rapport cyclique. On appelle rapport cyclique la durée d'un créneau de tension de sortie à l'état haut (positive) sur la durée de la période. Le rapport cyclique se note généralement  $\alpha$ .

À l'aide du potentiomètre, on peut modifier la résistance permettant de charger et de décharger le condensateur. Les constantes de temps sont différentes ainsi que les durées pendant lesquelles la tension de sortie  $v_s$  est à l'état haut ou à l'état bas.

## 3.3 Régulation de niveau tout ou rien

On considère le schéma de la figure 3.4 page 28 destiné à maintenir le niveau d'un liquide dans une caisse entre deux valeurs limites : « niveau bas » et « niveau haut ». Le capteur est constitué par un potentiomètre dont le curseur est entraîné par un flotteur qui suit les variations de niveau du liquide. Lorsque le niveau baisse, le curseur est entraîné vers le bas et la valeur de la tension de l'entrée « - » de l'AO diminue pour se retrouver à 0V si la caisse venait à être complètement vide. Au contraire, lorsque le niveau monte, la tension  $e_-$  augmente jusqu'à atteindre 24V si la caisse était pleine à ras-bord.

Lorsque le niveau baisse et atteint « niveau bas », une pompe est mise en route par l'intermédiaire du relais afin de remplir la caisse. Cette pompe reste en fonction jusqu'à ce que le liquide atteigne le « niveau haut ». À cet instant, le montage réagit et arrête la pompe.

On donne pour la figure 3.4 page 28 :

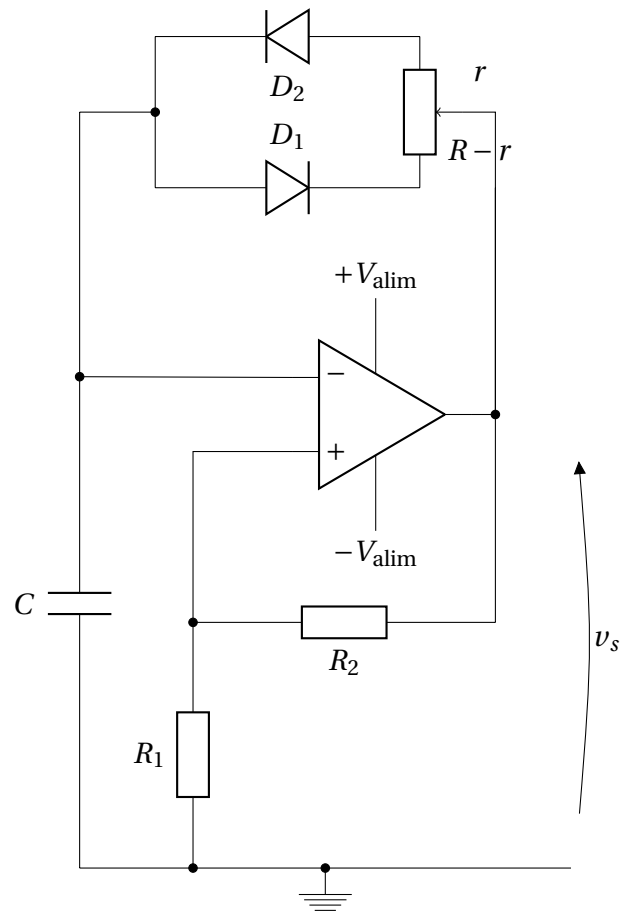


FIGURE 3.3 – Multivibrateur astable à rapport cyclique variable.

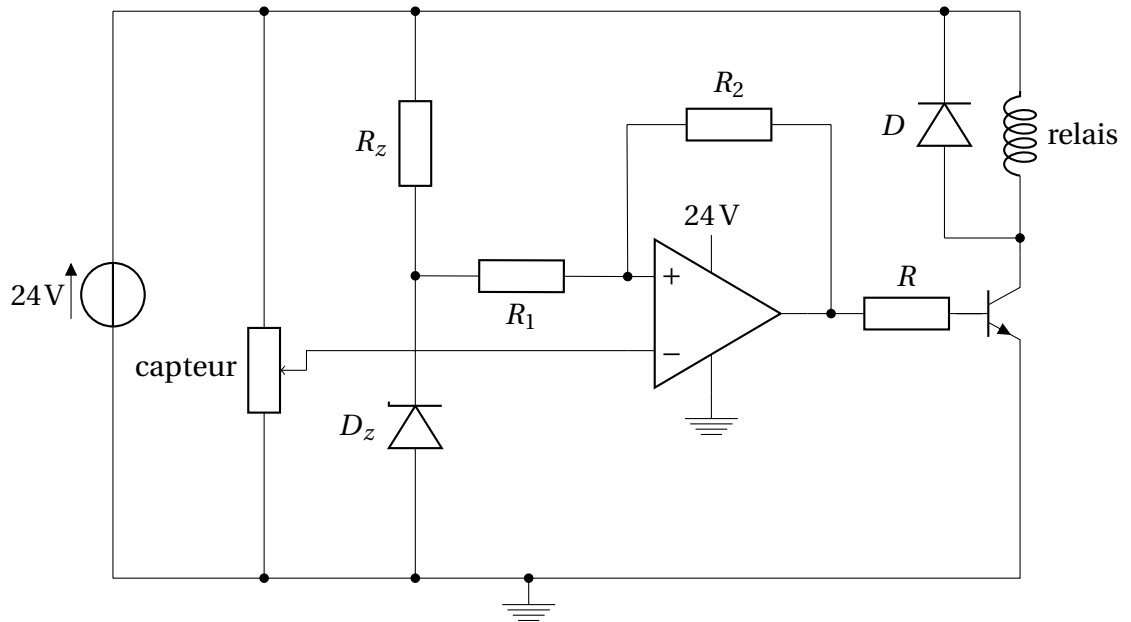


FIGURE 3.4 – Régulation de niveau tout ou rien.

- $R_2 = R_3 = 20\text{ k}\Omega$  ;
  - tension de seuil de la diode Zener :  $V_Z = 6\text{ V}$  ; puissance maximum supportée par la diode Zener :  $P_{\text{max}} = 600\text{ mW}$ .
1. Déterminer le mode de fonctionnement de l'AO (linéaire ou non-linéaire) en le justifiant.
  2. Calculer la valeur de  $e_-$  pour laquelle la pompe se met en marche et celle pour laquelle la pompe s'arrête.
  3. Expliquez le fonctionnement du montage en précisant le rôle de chaque élément.
  4. Expliquer en quoi le fonctionnement du montage serait modifié par la suppression du rebouclage par  $R_2$ .
  5. Calculer la valeur minimale de  $R_z$  compte tenu des caractéristiques de la diode Zener.
  6. Indiquer le rôle de la diode  $D$ .
  7. Dans la réalité, l'AO est un « 741 » et n'est donc pas parfait. On ajoute une diode Zener, de seuil  $4\text{ V}$ , entre la résistance  $R$  et la base du transistor.



Justifiez cette modification en précisant le défaut de l'AO ainsi pris en compte.

RÉPONSE :

1. Il n'y a qu'un rebouclage de la sortie de l'AO vers l'entrée +. Le fonctionnement de l'AO est donc non-linéaire, saturé. La tension de sortie ne pourra prendre que deux valeurs : 0 V ou 24 V.
2. Lorsque  $e_+ > e_-$ , la tension de sortie de l'AO devient égale à 24 V. Le transistor NPN est saturé, le relais met la pompe de remplissage de la caisse en service. Lorsque  $e_+ < e_-$ , la tension de sortie de l'AO est au potentiel de la masse, le transistor est bloqué et la pompe est arrêtée.  
 $e_+$  dépend de  $v_s$ . Lorsque  $v_s = 24$  V, on peut calculer  $e_+$  par Millman et on obtient :

$$e_+ = \frac{\frac{V_Z}{R_2} + \frac{v_s}{R_3}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{6}{20 \cdot 10^3} + \frac{24}{20 \cdot 10^3}}{\frac{1}{20 \cdot 10^3} + \frac{1}{20 \cdot 10^3}} = 15 \text{ V}$$

Lorsque  $v_s = 0$  V,  $e_+$  est au potentiel :

$$e_+ = \frac{\frac{V_Z}{R_2} + \frac{v_s}{R_3}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{6}{20 \cdot 10^3} + \frac{0}{20 \cdot 10^3}}{\frac{1}{20 \cdot 10^3} + \frac{1}{20 \cdot 10^3}} = 3 \text{ V}$$

La pompe étant arrêtée ( $v_s = 0$  V), si le niveau dans la cuve descend suffisamment, on finira par obtenir :  $e_- < e_+ = 3$  V. À ce moment là,  $e_+ > e_-$  et la tension de sortie de l'AO passe de 0 V à 24 V, ce qui entraîne le démarrage de la pompe. Simultanément, le potentiel de l'entrée + se modifie et devient égal à 15 V. On a toujours  $e_+ > e_-$ .

Pour que la pompe s'arrête, la cuve doit se remplir suffisamment pour que  $e_-$  devienne supérieur à 15 V. Alors, on aura à nouveau  $e_+ < e_-$  et la sortie de l'AO reviendra au potentiel de la masse entraînant l'arrêt de la pompe.

Donc : si  $e_- < 3$  V, la pompe démarre et si  $e_- > 15$  V la pompe s'arrête.

3. On a donc une régulation « tout ou rien » où le capteur est constitué du potentiomètre relié à l'entrée - de l'AO, le pré-actionneur est le transistor NPN et l'actionneur est la pompe. La diode Zener, les résistances et l'AO constitue le régulateur.

4. Si l'on supprime le rebouclage, l'AO agira comme un simple comparateur. Les deux valeurs possibles du potentiel de l'entrée + ne seront plus éloignées l'une de l'autre mais seront confondues, on aura en permanence  $e_+ = 6V$ . Ainsi, dès que le niveau baissera de telle sorte que  $e_- < e_+ = 6V$ , la pompe démarrera et elle s'arrêtera rapidement, dès que  $e_- > e_+ = 6V$ , dès que le niveau dans la caisse se sera élevé un tout petit peu.

On aura à faire à une régulation de niveau, ce qui n'est pas ce que l'on recherche dans le cadre de cet exercice. De plus, la pompe n'arrêtera pas de démarrer et de s'arrêter, ce qui va user prématurément le moteur. Le rebouclage est donc essentiel au bon fonctionnement de ce montage où l'on souhaite simplement que la caisse se remplisse lorsque le niveau devient trop bas et que la pompe s'arrête avant que la caisse ne déborde.

5.  $R_Z$  limite l'intensité qui parcourt la diode Zener afin de limiter la puissance thermique dissipée ( $P_Z = V_Z \times I_Z$ ) dans celle-ci. Une puissance maximum de 600 mW correspond à une intensité de :  $I_Z = \frac{P_Z}{V_Z} = \frac{0,6}{6} = 100 \text{ mA}$ . Pour limiter  $I_Z$  à cette valeur, on doit avoir  $R_Z > \frac{24-6}{0,1} = 180 \Omega$ .
6. La diode  $D$  est une diode de « roue libre » qui protège le transistor NPN de la surtension destructrice  $L \cdot \frac{di}{dt}$ , tension qui apparaît lorsque le transistor se bloque et que le courant tend à varier brutalement.
7. Un AO comme le « 741 » est bon marché, mais il n'est pas « idéal », en fait il n'est pas « rail to rail ». Cela signifie que lorsqu'il est saturé, sa tension de sortie reste en-deçà des tensions d'alimentation d'une valeur de 2 V à 3 V.

Ainsi, si l'AO du montage est un 741, la tension de sortie ne pourra pas descendre en dessous de 2 V à 3 V et le transistor NPN ne pourra pas se bloquer.

Pour éviter d'avoir à remplacer le 741 par un AO plus performant mais plus cher, on peut placer une diode Zener entre la sortie de l'AO est la résistance  $R$  située devant la base du NPN. Cela relève artificiellement le potentiel de la base d'une valeur  $V_Z$ , et il faudra désormais une tension de sortie  $v_s$  supérieure à  $V_Z + 0,7V$  pour faire passer un courant base-émetteur et saturer le transistor.

On choisit  $V_Z$  pour satisfaire l'inégalité :  $3V < V_Z + 0,7V, \Rightarrow V_Z > 2,3V$ . On peut prendre  $V_Z = 3V$  ou  $V_Z = 4V$  pour avoir une marge de sécurité.

# Bibliographie

[Gir00] Michel GIRARD : *Amplificateurs opérationnels*. Ediscience International, 2000.